Christoph Schiller

IL MONTE DEL MOTO

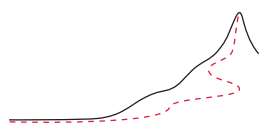
L'AVVENTURA DELLA FISICA – VOL.IV

IL QUANTO DI CAMBIAMENTO

www.motionmountain.net

A Britta, Esther e Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαὶμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.

PREFAZIONE

> Primum movere, deinde docere.*
>
> Antichità

Questo libro è scritto per tutti coloro che sono curiosi della natura e del moto. Vi siete mai chiesti: perché le persone, gli animali, le cose, le immagini e lo spazio si muovono? La risposta porta a molte avventure; questo volume presenta quelle dovute alla scoperta che vi è un più piccolo valore di cambiamento in natura. Questo piccolissimo valore di cambiamento, il quanto d'azione, porta a ciò che è chiamata *fisica quantistica*. Nella struttura della fisica moderna, mostrata in Figure 1, la fisica quantistica copre tre punti; questo volume copre l'introduzione al punto più in basso a destra: le basi della teoria dei quanti.

La presente introduzione alla fisica quantistica, è sorta da un triplice obiettivo perseguito sin dal 1990: presentare le basi del moto in modo semplice, moderno ed accattivante.

Per essere *semplice*, il testo si concentra sui concetti, mantenendo la matematica al minimo indispensabile. Alla comprensione dei concetti della fisica è data precedenza sull'uso delle formule nei calcoli. L'intero testo è alla portata di uno studente .

Per essere aggiornato, il testo è arricchito con molte gemme – entrambe teoretiche ed empiriche – sparse nella letteratura scientifica.

Per *motivare*, il testo cerca di sorprendere il lettore quanto più possibile. Leggere un libro di fisica generale dovrebbe essere come andare ad uno spettacolo di magia. Guardiamo, siamo stupiti, non crediamo ai nostri occhi, pensiamo, ed alla fine comprendiamo il trucco. Quando guardiamo alla natura, spesso abbiamo la stessa sensazione. Infatti, ogni pagina presenta almeno una sorpresa o provocazione su cui riflettere. Numerose ed interessanti sfide vengono proposte.

Il motto del testo, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, una famosa affermazione di Hartmut von Hentig in pedagogia, si traduce come: 'Per fortificare le persone, chiarire le cose.' Chiarire le cose – ed essere fedele solamente alla verità – richiede coraggio, poiché il cambiamento delle abitudini di pensiero produce paura, spesso nascosta dal rancore. Ma il superamento delle nostre paure ci rende più forti. E sperimentiamo intense e meravigliore emozioni. Tutte le grandi avventure nella vita permettono questo, e l'esplorazione del moto è una di esse. Divertitevi.

Monaco di Baviera, 23 marzo 2015.

* 'Prima muovere, quindi insegnare.' Nelle lingue moderne, il tipo citato di *muovere* (il cuore) è chiamato *motivazione*; entrambi i termini derivano dalla stessa origine Latina.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

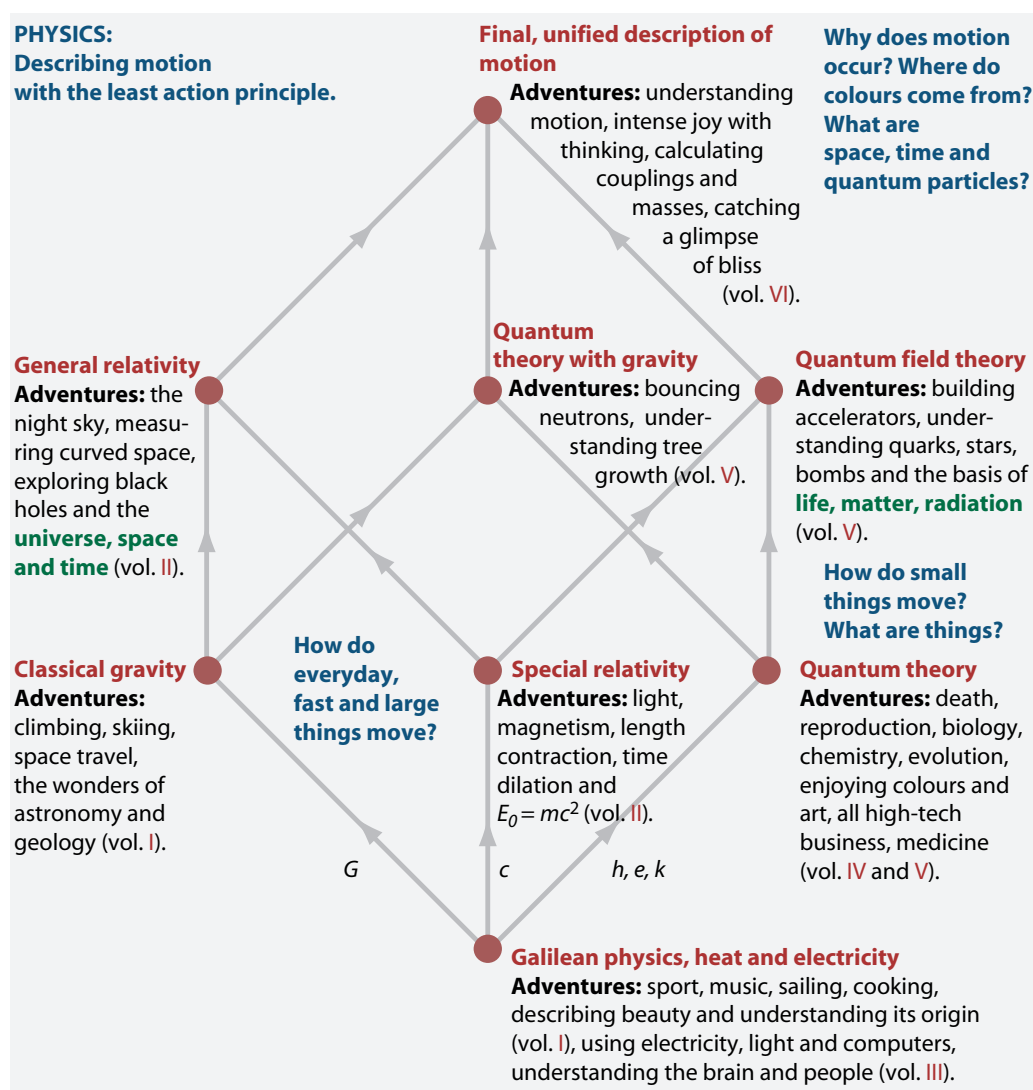



FIGURE 1 Un mappa completa della fisica: le connessioni sono definite dalla velocità della luce c, la costante gravitazionale G, la costante di Plank h, la costante di Boltzmann k and la carica elementare e.

Avviso per i discenti

L'apprendimento amplia la conoscenza, migliora l'intelligenza e ci permette di scoprire che tipo di persona siamo. Un libro per apprendere, specialmente uno sulla natura, dobrebbe essere efficiente e piacevole. Il metodo più inefficiente e tedioso per apprendere è utilizzare un marcatore per sottolineare il testo: è una perdita di tempo, fornisce un falso comfort e rende il testo illegibile. Nessuno che marchi il testo sta apprendendo efficientemente o si sta divertendo.

Nella mia esperienza di studente ed insegnante, un metodo di apprendimento che non ha mai fallito nel trasformare alunni senza successo in alunni di successo: se leggete un testo per studiare, riassumete ogni sezione che leggete, *con parole ed immagini vostre,*

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

a voce alta. Se non riuscite a farlo, leggete la sezione di nuovo. Ripetetelo finché potete chiaramente riassumere ciò che leggete con parole ed immagini vostre, a voce alta. Potete farlo da soli o con i vostri amici, in camera o mentre passeggiate. Se lo fate con ogni cosa che leggete, ridurrete significativamente il tempo di apprendimento e di lettura, vi divertirete molto di più ad apprendere dai buoni testi ed odierete molto meno i cattivi testi. Quanti padroneggiano il metodo possono usarlo anche ascoltando una lezione, a bassa voce, evitando così anche di prendere appunti.

Avviso per insegnanti

Un insegnante ama gli studenti ed ama condurli nell'esplorazione del campo che hanno scelto. La sua passione per il lavoro è la chiave per la soddisfazione nel lavoro. Se sei un insegnante, prima di cominciare una lezione, immagina, senti e di' a te stesso come trarre diletto dall'argomento della lezione; quindi immagina, senti e di' a te stesso come porterai ciascuno dei tuoi alunni a trarre diletto da quell'argomento tanto quanto farai tu. Fai questo esercizio consapevolmente, ogni volta. Potrai minimizzare i problemi nella classe e massimizzare il successo dell'insegnamento.

Questo libro non è scritto con esami in mente; è scritto per far *comprendere* ad insegnanti e studenti e per far *godere* ai fisici, la scienza del moto.

Utilizzo del libro

Le note marginali si riferiscono ai riferimenti bibliografici, ad altre pagine o per le soluzioni delle sfide. Nell'edizione colore, tali note ed anche i puntatori alle note in calce e ad altri siti web vengono stampati in verde. Nel pdf in edizione gratuita, tutti i collegamenti verdi sono cliccabili. L'edizione in pdf contiene anche tutti i film; che possono essere visti in Adobe Reader.

Le soluzioni ed i suggerimenti per le *sfide* sono date in appendice. Le sfide sono classificate come facili (e), livello studente standard (s), difficili (d) e livello ricercatore (r). Le sfide per cui non è stata inclusa alcuna soluzione sono segnate (ny).

I link su internet tendono a scomparire col tempo. la maggior parte dei link possono essere recuperati via www.archive.org, che tiene una copia delle vecchie pagine di internet.

Feedback e supporto

Questo testo è e rimarrà sempre gratuito da scaricare da internet. Sarei contentissimo di ricevere una email da voi a fb@motionmountain.net, specialmente sulle seguenti questioni:

Sfida 1 s

— Cosa non è chiaro e dovrebbe essere migliorato?
— Che storia, argomento, enigma, immagine o film ho dimenticato?

Per semplificare le annotazioni, il file pdf permette di aggiungere note gialle adesive in Adobe Reader. Aiuti su punti specifici elencati nella pagina web www.motionmountain.net/help.html sono particolarmente graditi. Tutti i feedback saranno utilizzati per migli-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

orare la successiva versione. A nome di tutti i lettori, grazie in anticipo per il vostro intervento. Per contributi particolarmente utili sarete menzionati – se volete – nei ringraziamenti, riceverete una ricompensa, o entrambi.

La vostra donazione per beneficenza, all'organizzazione non-profit esentasse che produce, traduce e pubblica la serie di libri è benvenuta! Per i dettagli, vedere la pagina web www.motionmountain.net/donation.html. L'Ufficio tasse della Germania controlla il corretto utilizzo della vostra donazione. Se volete, il vostro nome sarà incluso nella lista degli sponsor. Grazie in anticipo per il vostro aiuto, a nome di tutti i lettori in tutto il mondo.

La versione pdf di questo libro, con i film incorporati, è disponibile gratuitamente a www.motionmountain.net. E' anche disponibile la versione cartacea del libro. Viene inviato per posta ad ogni indirizzo di vostra scelta e può essere ordinato a www.amazon.com, www.createspace.com o www.lulu.com. Ed ora, godetevi la lettura.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Contenuti

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Quanto di Cambiamento

Nella nostra ricerca per capire come si muovono le cose,
scopriamo che c'é un più piccolo valore di cambiamento in natura,
il che implica che la natura è fuzzy (aleatoria)
che le scatole non sono mai stagne
che la materia è composta da unità elementari
e che la luce e le interazioni sono flussi di particelle.
Il più piccolo valore di cambiamento spiega perché
esiste l'antimateria,
perché le particelle sono diverse dai guanti
perché le macchine copiatrici non esistono,
perché le probabilità sono ragionevoli,
e come sono formati tutti i colori in natura.

Capitolo 1

IL QUANTO DI AZIONE – TEORIA DEI QUANTI PER POETI

> "Natura [in operationibus suis] non facit saltus.*"
> XV secolo

Scalando il Monte del Moto sino a questo punto, abbiamo completato tre tappe. Siamo passati dalla meccanica di Galileo (la descrizione del moto per bambini), quindi continuato con la relatività di Einstein (la descrizione del moto per appassionati di fantascienza), ed alla fine esplorato l'elettrodinamica di Maxwell (la descrizione del moto per uomini d'affari). Queste tre classiche descrizioni del moto sono di grande effetto, bellissime ed utili. Comunque, hanno un piccolo problema: sono errate. La ragione è semplice; nessuna di esse descrive la *vita*.

Ogni volta che osserviamo un fiore o una farfalla, come quella di Figure 2, godiamo i brillanti colori. il movimento, l'odore selvaggio, la soffice e delicata forma o i fini dettagli delle loro simmetrie. Comunque, sappiamo:

▷ La fisica classica non può spiegare alcuna caratteristica scala di lunghezza o tempo osservata in natura.

Ora, fiori ed animali – ma anche molti sistemi non-viventi – hanno dimensioni caratteristiche, gamme di dimensione e proporzioni; ed hanno ritmi caratteristici. E infatti, la fisica classica non può spiegare la loro origine, perchè

▷ Le classiche costanti della natura – la costante gravitazionale G, la costante del gas ideale R, la velocità della luce c, la permittività ε_0 e la permeabilità del vuoto μ_0 – non permettono la definizione di scale di lunghezza o di tempo.

Infatti, le classiche costanti non ci permettono di misurare valori di velocità o forza, sebbene queste misure siano frazioni di c e c^4/G; perchè allo scopo di misurare le frazioni, abbiamo bisogno prima di definirle, e la definizione delle frazioni richiede anche scale di lunghezza o tempo, che la fisica classica non permette.

Senza misure, non vi sono nemmeno emozioni! Infatti, le nostre emozioni sono innescate dai nostri sensi. E tutte le impressioni che i nostri sensi ci forniscono sono – tra l'altro – misure. Poiché la fisica classica non fornisce scale di misura, sappiamo:

▷ La fisica classica non ci permette di comprendere le emozioni.

Ref. 1

* 'La natura [nel suo funzionamento] non fa salti.'

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 2 Esempi di macchine quantistiche (© Linda de Volder).

La ragione di tutte queste limitazioni sta nel seguente nesso:

▷ La fisica classica da sola non può essere usata per costruire alcun dispositivo di misura.

Ogni senso contiene dispositivi di misura. Ed ogni dispositivo di misura necessita di una scala interna, o, più generalmente, un'unità di misura interna. Poichè la fisica classica non fornisce alcuna scala, la fisica classica non spiega come funzionano i dispositivi di misura. Ed in particolare la fisica classica non spiega come funzionano i nostri sensi.

Per comprendere le emozioni, abbiamo bisogno di andare *oltre* la fisica classica. Prendiamo qualsiasi esempio di situazione piacevole,* come il cielo di un meraviglioso tramonto, una cascata, un bambino felice o una carezza. La fisica classica non è capace di spiegarle: Primo, i colori e la loro origine rimangono misteriosi. Secondo, tutte le forme, dimensioni e proporzioni rimangono misteriosi. Terzo, la misura del tempo e la durata dei processi coinvolti non possono essere compresi. Quarto, tutte le sensazioni e le emozioni prodotte dalla situazione rimangono misteriose. Per comprendere e spiegare tali aspetti, abbiamo bisogno della *teoria dei quanti*. Infatti, scopriremo che entrambi la

Sfida 2 s

* La fotografia in page 14 mostra una femmina di lucciola, *Lampyris noctiluca*, come si trova comunemente nel Regno Unito (© John Tyler, www.johntyler.co.uk/gwfacts.htm).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

vita ed *ogni tipo di piacere* sono esempi del quanto di moto. Le nostre emozioni sono processi quantistici.

Nei primi giorni della fisica, l'impossibilità di descrivere la vita ed il piacere non era vista come una mancanza, perché nè isensi nè le proprietà dei materiali nè le scale furono pensati per essere collegati al moto. Ed il piacere non era in ogni modo considerato un serio soggetto di ricerca per un ricercatore rispettabile. Oggi, la situazione è differente. Nella nostra avventura abbiamo imparato che i nostri sensi di tempo, udito, tatto, odorato e vista sono principalmente *rilevatori di moto*. Senza il moto, non vi sarebbero sensi. Inoltre, tutti i rilevatori sono fatti di materia. Durante l'esplorazione dell'elettromagnetismo cominciammo a comprendere che tutte le proprietà della materia sono dovute ai moti delle cariche costituenti. Densità, rigidezza, colore e tutte le altre proprietà dei materiali risultano dal comportamento elettromagnetico dei mattoncini Lego della materia: chiamate, molecole, atomi ed elettroni. In tal modo, le proprietà della materia sono anche conseguenze del moto. Daltronde, noi diciamo che questi minuscoli costituenti *non* sono correttamente descritti dall'elettrodinamica classica. Abbiamo anche trovato che la luce stessa non si comporta in maniera classica. Quindi l'incapacità della fisica classica di descrivere la materia, la luce ed i sensi è di fatto dovuta alle sue intrinseche limitazioni.

Vol. I, pag. ??
Vol. III, pag. ??
Vol. III, pag. ??
Vol. III, pag. ??

Infatti, ogni fallimento della fisica classica può essere fatto risalire ad una singola, fondamentale scoperta fatta nel 1899 da Max Planck:*

Ref. 2

▷ In natura, valori di azioni fisiche più piccole di $\hbar = 1.06 \cdot 10^{-34}$ Js non vengono osservati.

Tutti i tentativi di osservare valori di azioni più piccoli di questa falliscono.** In altre parole, in natura – come in un buon film a cinema – c'è sempre qualche azione. L'esistenza di un più piccolo valore di azione – il cosiddetto *principio quantistico* – è in completo

* Max Planck (1858–1947), professore di fisica a Berlino, fu una figura centrale in termostatica. Scoprì e diede il nome alla *costante di Boltzmann k* ed il *quanto d'azione h*, spesso chiamata costante di Planck. La sua introduzione all'ipotesi dei quanti fece nascere la teoria dei quanti. Egli fece anche i lavori di Einstein conosciuti nella comunità della fisica, e più tardi organizzò un lavoro per lui a Berlino. Ricevette il Premio Nobel per la fisica nel 1918. Fu una importante figura nell'istituzione scientifica Tedesca; fu anche uno dei pochi che ebbero il coraggio di dire adAdolf Hitler *faccia a faccia* che era una cattiva idea licenziare i professori Ebrei. (Ottenne un rabbioso sfogo come risposta) Notoriamente modesto, con molte tragedie nella sua vita personale, fu stimato da tutti quelli che lo conobbero.

** Infatti, questa storia è una leggera semplificazione: la costante originariamente introdotta da Planck fu la costante (non ridotta) $h = 2\pi\hbar$. Il fattore 2π che porta al principio dei quanti finale fu aggiunto alquanto più tardi, da altri ricercatori.

Questo poco convenzionale, ma didatticamente utile, approccio alla teoria dei quanti è dovuta a Niels Bohr. Oggigiorno, non è quasi mai incontrato in letteratura, a dispetto della sua semplicità.

Ref. 3, Ref. 4

Niels Bohr (b. 1885 Copenhagen, d. 1962 Copenhagen) fu una delle più grandi figure della fisica moderna. Un audace pensatore ed un uomo politico, fece l'Università di Copenhagen all'interno del nuovo centro di sviluppo della teoria dei quanti, ponendo in ombra Göttingen. Sviluppò la descrizione degli atomi in termini di teoria dei quanti, per cui ricevette nel 1922 il Premio Nobel per la Fisica. Egli dovette fuggire dalla Danimarca nel 1943 dopo l'invasione Tedesca, a causa delle origini Ebraiche, ma vi ritornò dopo la guerra, continuando ad attrarre il meglio dei fisici di tutto il mondo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

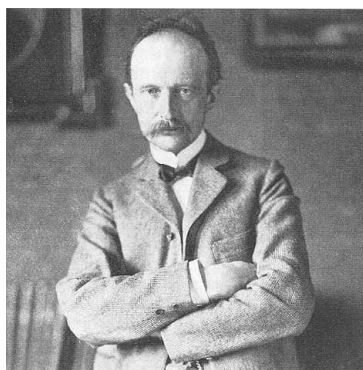



FIGURE 3 Max Planck (1858–1947)

FIGURE 4 Niels Bohr (1885–1962)

Sfida 3 s

contrasto con la fisica classica. (Perché?) Nonostante tale contrasto, il principio quantistico ha passato un enorme numero di test sperimentali, molti dei quali incontreremo in questa parte della nostra scalata al monte. Sopratutto, il principio quantistico non ha mai fallito neanche un singolo test. La costante fondamentale $\hbar$, che si pronuncia 'accatagliato', è chiamata il *quanto d'azione*, o in alternativa *costante di Planck*. Planck scoprì il principio quantistico mentre studiava le proprietà della luce incandescente, cioè, la luce emanata dai corpi caldi. Ma il principio dei quanti si applica anche al moto della materia, ed anche, come vedremo più avanti, al moto dello spazio-tempo.

Vol. III, pag. ??

Il principio quantistico dichiara che nessun esperimento può misurare un'azione più piccola di $\hbar$. Per lungo tempo, Einstein cercò di sviluppare esperimenti per superare questo limite. Ma fallì in tutti i suoi tentativi: la natura non lo permette, come Bohr dimostrò ripetutamente. Lo stesso fu verificato da altri ricercatori.

Ricordiamo che in fisica – come in teatro – l'azione si misura per il *cambiamento* occorso in un sistema. Il principio dei quanti può così essere riformulato come

Vol. I, pag. ??

▷ In natura, un cambiamento più piccolo di $\hbar = 1.06 \cdot 10^{-34}$ Js non può essere osservato.

Quindi, un quanto d'azione implica che *c'è un più piccolo valore di cambiamento in natura*. Se confrontiamo due osservazioni, vi sarà sempre cambiamento fra di esse. Pertanto sarebbe meglio denominare il quanto d'azione come il *quanto di cambiamento*.

Può un minimo cambiamento esistere in natura? Per accettare l'idea, abbiamo bisogno di esplorare tre punti, dettagliati nella Table 1. Abbiamo bisogno di mostrare che un più piccolo cambiamento *non è mai stata osservata* in natura, che valori più piccoli di cambiamento *non possono* essere osservati, e mostrare che *tutte le conseguenze* di tale più piccolo cambiamento, comunque bizzarre possano apparire, si applicano alla natura. Infatti, questa esplorazione costituisce tutta la fisica quantistica. Quindi, questi controlli sono tutto ciò che faremo nelle parti rimanenti della nostar avventuta. Ma prima di esplorare alcuni degli esperimenti che confermano l'esistenza del più piccolo cambiamento, presenteremo direttamente alcune delle loro sorprendenti conseguenze.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 1 Come convincere voi stessi e gli altri che vi è un quanto d'azione, o un minimo cambiamento di $\hbar$ in natura. Confrontate questa tabella con le due tabelle del volume II, che circa la massima velocità a pag **??**, e quella circa la massima forza a pagina **??**.

Asserzione	Test
Il più piccolo valore di azione $\hbar$ è invariante per gli osservatori.	Controllare tutte le osservazioni.
Valori locali di cambiamenti o azioni $< \hbar$ non vengono osservati.	Controllare tutte le osservazioni.
Valori locali di cambiamenti o azioni $< \hbar$ non possono essere prodotti.	Controllare tutti i tentativi.
Valori locali di cambiamenti o azioni $< \hbar$ non possono essere immaginati.	Risolvere tutti i paradossi.
Un più piccolo valore locale di cambiamento o azione $\hbar$ è un principio.	Dedurre da esso la teoria dei quanti.
	Dimostrare che tutte le conseguenze, comunque bizzarre, sono confermate dalle osservazioni.

Gli effetti del quanto d'azione sulla quiete

Poichè l'azione è una misura del cambiamento, un quanto d'azione osservabile significa che due successive osservazioni dello stesso sistema differiscono di almeno $\hbar$. In ogni sistema, c'è sempre *qualcosa* che sta accadendo. Come conseguenza troviamo:

▷ In natura *non vi è quiete*.

Page 15

Ogni cosa si muove, tutto il tempo, almeno un poco. *Natura facit saltus.** Vero, questi salti sono minuscoli, poichè $\hbar$ è troppo piccolo per essere osservato da qualcuno dei nostri sensi. Ciò nonostante, la quiete può essere osservata solo macroscopicamente, e solo su medie di tempi lunghi o di multi-particelle. Per esempio, il quanto d'azione implica che in un monte – un archètipo 'sistema in quiete' – tutti gli atomi ed elettroni sono continuamente a ronzare intorno. In breve,

▷ C'è moto *all'interno della materia*.

Poichè c'è un quanto d'azione per tutti gli osservatori, e poichè non vi è quiete, ne deduciamo:

* 'La natura fa salti.'

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

▷ In natura *non vi è moto perfettamente rettilineo o perfettamente uniforme*.

Dimenticate tutto ciò che avete imparato finora: il moto inerziale è un'approssimazione. Un oggetto può muoversi in moto rettilineo uniforme solo approssimativamente e solo se osservato su lunghe distanze o lunghi tempi. Vedremo più in avanti che più massiccio è il corpo, migliore è l'approssimazione. (Potete confermarlo?) Dunque osservatori *macroscopici* possono ancora parlare circa le simmetrie dello spazio-tempo; e la relatività *speciale* può quindi riconciliarsi con la teoria dei quanti.

Sfida 4 s

Anche la caduta libera, o il moto lungo una geodesica, esiste solo su medie di tempi lunghi. Così la relatività *generale*, che è basata sull'esistenza di osservatori in caduta libera, non può essere corretta quando sono coinvolte azioni dell'ordine di $\hbar$. Infatti, la riconciliazione del principio quantistico con la relatività generale – e quindi con lo spazio curvato – è una grande sfida. (La soluzione è semplice solo per i deboli campi di ogni giorno.) Le questioni coinvolte sono così sconvolgenti che formano una parte separata e finale di questa scalata. Perciò esploriamo per prima situazioni senza gravità.

Le conseguenze del quanto d'azione per gli oggetti

Vi siete mai chiesti perché le foglie sono verdi? Probabilmente sapete che sono verdi perché assorbono la luce blu (onde corte) e rossa (onde lunghe), mentre permettono alla luce verde (onde medie) di essere riflessa. Come può un sistema filtrare fuori le piccole e le grandi, e lasciare passare le medie? Per fare così, le foglie devono in qualche maniera *misurare* la frequenza. Ma abbiamo visto che la fisica classica non permette misure di intervalli di tempo (o lunghezze), poichè qualsiasi misura richiede una unità di misura, e la fisica classica non permette che tali unità possano essere definite. D'altra parte, ci vogliono solo poche righe per confermare che con l'aiuto del quanto d'azione $\hbar$ (e la costante di Boltzmann k, entrambi scoperte da Planck), unità fondamentali di *tutte* le quantità misurabili possono essere definite, includendo il tempo e quindi la frequenza. (Potete trovare una combinazione di velocità della luce c, costante gravitazionale G e quanto d'azione $\hbar$ che dà un tempo? Ci vogliono solo pochi minuti.)

Vol. I, pag. ??

Sfida 5 s

In breve, le misure sono solo possibili proprio a causa dell'esistenza del quanto d'azione.

▷ Tutte le misure *sono effetti quantistici*.

Quando Planck vide che il quanto d'azione permetteva la definizione di tutte le unità in natura, fu felice come un bambino; Capì subito di aver fatto una scoperta fondamentale, sebbene (nel 1899) la teoria dei quanti non esisteva ancora. Una volta egli parlò di ciò a suo figlio Erwin di sette anni, mentre passeggiava con lui per i boschi attorno Berlino. Planck spiegò a suo figlio che aveva fatto una scoperta tanto importante quanto la gravitazione universale. Infatti, Planck sapeva di aver trovato la chiave per comprendere molti degli effetti che rano allora inspiegabili.

Ref. 5

▷ In natura, *tutti i tempi e tutte le frequenze sono dovute al quanto d'azione*.

Tutti i processi che prendono tempo sono processi quantistici. Se preferite, *l'attesa* è un

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

effetto quantistico! In particolare, senza il quanto d'azione, le oscillazioni e le onde non potrebbero esistere:

▷ Ogni colore è un effetto quantistico.

Ma questo* non è tutto. Planck si rese conto anche che il quanto d'azione ci permette di comprendere la *dimensione* di tutte le cose.

▷ Ogni dimensione è un effetto quantistico.

Sfida 7 f

Potete trovare la combinazione di c, G and $\hbar$ che produce una lunghezza? Con il quanto d'azione,fu finalmente possibile determinare la dimensione massima delle montagne, degli alberi e degli essere umani. Planck sapeva che il quanto d'azione confermava ciò che Galileo aveva già dedotto molto prima di lui: che le dimensioni sono dovute alla fondamentale, più piccola scala in natura.

Vol. I, pag. ??

La dimensione degli oggetti è correlata alla dimensione degli atomi. A sua volta, la dimensione degli atomi è una diretta conseguenza del quanto d'azione. Potete derivare un'approssimazione per la dimensione degli atomi, sapendo che essa è data dal moto degli elettroni di massa m_e e carica e, vincolati dal quanto d'azione? Tale connessione, una semplice formula, fu scoperta nel 1910 da Arthur Erich Haas, 15 anni prima che fosse formulata la teoria dei quanti.

Sfida 8 s

▷ Le dimensioni degli atomi sono effetti quantistici.

A quel tempo, Haas venne ampiamente ridicolizzato.** Oggigiorno, la sua formula per la dimensione degli atomi si trova in tutti i libri di testo, incluso questo. Nella determinazione della dimensione degli atomi, il quanto d'azione ha un'altra importante conseguenza:

Page 191

▷ *I viaggi di Gulliver* sono impossibili.

Non vi sono persone piccolissime e nemmeno giganti. Tradizionalmente, il nulla parla contro l'idea; ma il quanto d'azione lo previene. Potete fornire l'argomento dettagliato?

Sfida 9 s

Ma se la quiete non esiste, come possono esistere le *forme*? Qualsiasi forma nella vita di ogni giorno, inclusa quella di un fiore, è il risultato di parti del corpo che rimangono *in quiete* rispetto a ciascun altra. Ora, tutte le forme risultano dall'interazione tra i costituenti della materia, come mostrato più chiaramente nelle forme delle molecole. Ma come può una molecola, come la molecola dell'acqua H_2O, mostrata in Figure 5, avere una forma? Infatti, una molecola non ha una forma *fissa*, ma la sua forma fluttua, come ci si dovrebbe attendere dal quanto d'azione. Nonostante le fluttuazioni, ogni molecola ha

* Infatti, è anche possibile definire tutte le unità di misura in termini di velocità della luce c, la costante gravitazionale G e la carica dell'elettrone. e. Perché questo non è completamente soddisfacente?

Sfida 6 s

** Prima della scoperta di $\hbar$, la sola semplice scala di lunghezza per l'elettrone era la combinazione $e^2/(4\pi\varepsilon_0 m_e c^2) \approx 3\,\mathrm{fm}$; che è dieci mila volte più piccola di un atomo. Notiamo anche che qualsiasi scala di lunghezza contenente e è un effetto quantistico, e non una classica scala di lunghezza, perché e è il quanto di carica elettrica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

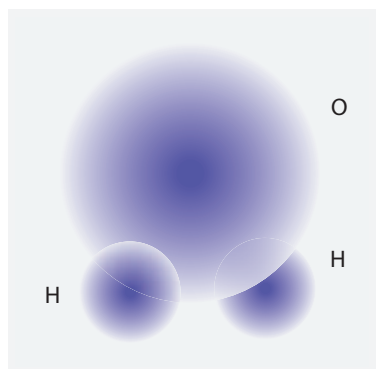



FIGURE 5 L'impressione di un artista di una molecola d'acqua fatta da due atomi di idrogeno (H) ed uno di ossigeno (O).

FIGURE 6 Max Born (1882–1970)

una forma *media*, perchè differenti angoli e distanze corrispondono a differenti energie. Ancora, questi valori medi di lunghezze ed angoli esistono solamente perché il quanto d'azione produce scale di lunghezza fondamentali in natura. Senza il quanto d'azione, *non* vi sarebbero forme in natura.

▷ Tutte le forme sono effetti quantistici.

Tutte le forme della vita di ogni giorno sono dovute, alle forme molecolari o alle loro generalizzazioni.

La *massa* di un oggetto è anche conseguenza del quanto d'azione, come vedremo più in avanti. Poiché tutte le proprietà – come la densità, colore, rigidezza o polarizzabilità – sono definite come combinazione di lunghezza, tempo e unità di massa, troveremo:

▷ Tutte le proprietà dei materiali derivano dal quanto d'azione.

In breve, il quanto d'azione determina la dimensione, forma, colore, massa, e tutte le altre proprietà degli oggetti, dalle pietre alla panna montata.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 2 Alcuni piccoli sistemi in moto ed i valori di azione osservati per i loro cambiamenti.

Sistemi e cambiamenti	Azione	Moto
Light		
Il più piccolo ammontare di luce assorbita da una superficie colorata	$1\,\hbar$	quanto
Il più piccolo impatto quando la luce riflette da uno specchio	$2\,\hbar$	quanto
Il più piccolo consciamente visibile ammontare di luce	*c.* $5\,\hbar$	quanto
Il più piccolo ammontare di luce assorbita dal petalo di un fiore	$1\,\hbar$	quanto
Oscuramento della pellicola fotografica	*c.* $3\,\hbar$	quanto
Flash fotografico	*c.* $10^{17}\,\hbar$	classica
Elettricità		
Elettrone emesso da un atomo o molecola	*c.* $1–2\,\hbar$	quanto
Elettrone estratto dal metallo	*c.* $1–2\,\hbar$	quanto
Moto dell'elettrone nel microprocessore	*c.* $2–6\,\hbar$	quanto
Trasporto del segnale nei nervi, da una molecola alla successiva	*c.* $5\,\hbar$	quanto
Flusso di corrente in un lampo	*c.* $10^{38}\,\hbar$	classica
Materiali		
Separazione violenta di due atomi di ferro vicini	*c.* $1–2\,\hbar$	quanto
Rottura di una barra d'acciaio	*c.* $10^{35}\,\hbar$	classica
Processo di base nella superconduttività	$1\,\hbar$	quanto
Processo di base nei transistors	$1\,\hbar$	quanto
Processo di magnetizzazione di base	$1\,\hbar$	quanto
Chimica		
Collisione dell'atomo nel liquido a temperatura ambiente	$1\,\hbar$	quanto
Oscillazione della forma della molecola d'acqua	*c.* $1-5\,\hbar$	quanto
Variazione di forma delle molecole, cioè nelle reazioni chimiche	*c.* $1-5\,\hbar$	quanto
Singola reazione chimica che arriccia un capello	*c.* $2-6\,\hbar$	quanto
Separazione di due molecole di mozzarella	*c.* $300\,\hbar$	quanto
Annusare una molecola	*c.* $10\,\hbar$	quanto
Incendio del combustibile in un cilindro in una esplosione media nel motore di un'auto	*c.* $10^{37}\,\hbar$	classica
Vita		
Molecola d'aria che urta il timpano	*c.* $2\,\hbar$	quanto
Il più piccolo segnale sonoro rilevabile dall'orecchio	Sfida 10 na	
Singolo passo di duplicazione del DNA durante la divisione della cellula	*c.* $100\,\hbar$	quanto
Fertilizzazione dell'ovulo	*c.* $10^{14}\,\hbar$	classica
Il più piccolo passo nel motore molecolare	*c.* $5\,\hbar$	quanto
Moto dello sperma di una lunghezza cellulare	*c.* $10^{15}\,\hbar$	classica
Divisione della cellula	*c.* $10^{19}\,\hbar$	classica
Battito d'ali della mosca della frutta	*c.* $10^{24}\,\hbar$	classica
Persona che cammina di una lunghezza del corpo	*c.* $2\cdot10^{36}\,\hbar$	classica
Nuclei e stelle		
Reazione di fusione nucleare in una stella	*c.* $1-5\,\hbar$	quanto
Esplosione di lampi gamma	*c.* $10^{80}\,\hbar$	classica

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Perché ‘quanto’?

Gli effetti quantistici ci circondano da ogni parte. Comunque, poiché il quanto d’azione è troppo piccolo, i suoi effetti sul *moto* appaiono per lo più, ma non esclusivamente, nei sistemi *microscopici*. Lo studio di tali sistemi fu chiamato *meccanica quantistica* da Max Born, uno dei maggiori contribuenti al campo.* Later, the term *quantum theory* became more popular.

La teoria dei quanti deriva dall’esistenza del *più piccolo* valore misurabile in natura, generalizzando l’idea che Galileo ebbe nel diciassettesimo secolo. Come discusso in dettaglio prima, fu l’ostinazione di Galileo sui ‘piccolissimi quanti’ – piccolissimi quanti – di materia che lo mise nei guai. Scopriremo presto che l’idea del più piccolo cambiamento è necessario per una precisa ed accurata descrizione della materia e della natura tutta. Quindi Born adottò il termine di Galileo per la nuova branca della fisica e la chiamò ‘Quantentheorie’ o ‘teoria dei quanti’. La lingua Inglese adotta il singolare Latino ‘quantum’ invece del plurale usato nella maggior parte delle lingue.

Vol. I, pag. ??

Notate che il termine ‘quanto’ *non* implica che tutti i valori delle misure siano *multipli* della più piccola: è così solo in pochi casi.

La teoria dei quanti è la descrizione del moto microscopico. La teoria dei quanti è *necessaria* tutte le volte che un processo produce un valore d’azione dell’ordine del quanto d’azione. Table 2 mostra che tutti i processi su scala atomica o molecolare, inclusi i processi biologici e chimici, sono processi quantistici. Lo stesso fanno i processi di emissione e assorbimento. Questi fenomeni possono essere descritti *solamente* con la teoria dei quanti.

Table 2 mostra anche che il termine ‘microscopico’ ha un differente significato per un fisico e per un biologo. Per un biologo, un sistema è ‘microscopico’ se esso richiede un microscopio per le sue osservazioni. Per un fisico, un sistema è *microscopico* se la sua azione caratteristica è dell’ordine del quanto d’azione. In altre parole, per un fisico un sistema è di solito microscopico se non è *nemmeno* visibie in un microscopio (ottico). Per aumentare la confusione, alcuni fisici quantistici oggigiorno chiamano la loro classe di sistemi microscopici ‘mesoscopici’, mentre altri chiamano i loro sistemi ‘nanoscopici’. Entrambi i termini furono introdotti solo per attrarre attenzione e finanziamenti: essi sono inutili.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 7 Werner Heisenberg (1901–1976)

L'effetto del quanto d'azione sul moto

C'è un'altra maniera di caratterizzare la differenza tra un sistema microscopico, o quantistico, ed uno macroscopico, o classico. Una più piccola azione implica che la differenza tra il valore di azione S di due successive osservazioni dello stesso sistema, in tempi Δt separati, non può azzerarsi. Abbiamo

$$|S(t+\Delta t) - S(t)| = |(E \pm \Delta E)(t+\Delta t) - Et| = |E\Delta t \pm t\Delta E \pm \Delta E \Delta t| \geqslant \frac{\hbar}{2} . \quad (1)$$

Il fattore 1/2 scaturisce perchè la più piccola azione $\hbar$ automaticamente implica una indeterminazione di azione di un mezzo del suo valore. Ora il valore dell'energia E e il tempo t – ma non del (positivo) ΔE or Δt – può essere posta a zero se scegliamo un osservatore adatto, l'esistenza del quanto d'azione implica che in ogni sistema l'evoluzione è vincolata da

$$\Delta E \Delta t \geqslant \frac{\hbar}{2} , \quad (2)$$

dove E è l'energia del sistema e t la sua età, così che ΔE è la variazione di energia e Δt è il tempo tra due successive osservazioni.

Sfida 11 f

Con un ragionamento simile, troviamo che per ogni sistema fisico la posizione e la

* Max Born (b. 1882 Breslau, d. 1970 Göttingen) studiò dapprima matematica, quindi passò alla fisica. Professore all'Università di Göttingen, egli fece della città uno dei centri mondiali della fisica. Sviluppò la meccanica quantistica con i suoi assistenti Werner Heisenberg e Pascual Jordan, e quindi la applicò alla dispersione, fisica dello stato solido, ottica e liquidi. È stato il primo a capire che la funzione di stato descrive un probabilità di ampiezza. Born and Wolf insieme scrissero ciò che è ancora il principale libro di testo di ottica.

Ref. 6

Born attrasse a Göttingen i più brillanti talenti del tempo, ricevendo come visitatori Hund, Pauli, Nordheim, Oppenheimer, Goeppert-Mayer, Condon, Pauling, Fock, Frenkel, Tamm, Dirac, Mott, Klein, Heitler, Londra, von Neumann, Teller, Wigner, e decine di altri. Essendo ebreo, Born perse il lavoro nel 1933, quando i criminali presero il controllo del governo Tedesco. Emigrò, e divenne professore a Edimburgo, dove rimase per 20 anni. La fisica a Göttingen non si riprese mai da questa perdita. Per la sua spiegazione del significato della funzione d'onda ha ricevuto nel 1954 il Premio Nobel per la Fisica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

quantità di moto sono vincolati da

$$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2} , \tag{3}$$

dove Δx è l'indeterminazione della posizione e Δp è l'indeterminazione della quantità di moto. Queste due famoe relazioni furono chiamate *relazioni di indeterminazione* dal loro scopritore, Werner Heisenberg.* In Inglese sono spesso chiamate 'relazioni di incertezza'; comunque, questo termine non è corretto. Le quantità non sono incerte, ma *indeterminate*. A causa del quanto d'azione, i sistemi osservabili *non* hanno valori definiti. Non c'è modo di attribuire un valore preciso a quantità di moto, posizione, o altro osservabile di un sistema quantistico. Useremo il termine 'relazione di indeterminazione' dappertutto. L'abitudine di chiamare la relazione un 'principio' è ancora più sbagliata.

Qualsiasi sistema la cui indeterminazione è dell'ordine di $\hbar$ è un sistema quantistico; se il prodotto di indeterminazione è molto più grande, il sistema è classico, e la fisica classica è sufficiente per la sua descrizione. Così sebbene la fisica classica assume che là *non* vi sono indeterminazioni nelle misure in natura, un sistema è *classico* solamente se la sue indeterminazioni sono *grandi* comparate al minimo possibile!

In breve, la teoria dei quanti è necessaria ogniqualvolta cerchiamo di misurare qualche quantità il più precisamente possibile. Infatti, ogni misurazione è essa stessa un processo quantistico. E la relazione di indeterminazione implica che la precisione delle misure è limitata. Il quanto d'azione mostra che *il moto non può essere osservato con infinita precisione*. In altre parole, il mondo microscopico è *aleatorio*. Questo fatto ha molte importanti e strane conseguenze. Per esempio, se il moto non può essere osservato con infinita precisione, il vero concetto di moto necessita di essere gestito con molta cura, poichè non può essere applicato in certe situazioni. In un certo senso, il resto della nostra ricerca è proprio una esplorazione delle implicazioni di tale risultato.

Infatti, fintanto che lo spazio-tempo è *piatto*, si scopre che *possiamo* mantenere il concetto di moto per descrivere le osservazioni, purché si rimanga consapevoli delle implicazioni del principio quantistico.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

* Si dice spesso che le relazioni di indeterminazione per energia e tempo hanno un peso differente di quello per quantità di moto e posizione. Questa è un'idea sbagliata, diffusa dalla vecchia generazione di fisici, che è sopravvissuta attraverso molti libri di testo per oltre 70 anni. Adesso dimenticatela. E' essenziale ricordare che quelle quattro quantità che appaiono nelle disequazioni descrivono le proprietà *interne* del sistema. In particolare, t è una variabile di tempo dedotta dalle variazioni osservate *all'interno* del sistema, e non la coordinata tempo misurata da un orologio esterno; similmente, la posizione x non è la coordinata dello spazio esterno, ma la posizione che caratterizza il sistema. Ref. 7

Werner Heisenberg (1901–1976) fu un importante fisico teorico ed un eccellente giocatore da tennistavolo. Nel 1925, ancora giovane, sviluppò, con l'aiuto di Max Born e Pascual Jordan, la prima versione della teoria dei quanti; da essa dedusse le relazioni si indeterminazione. Per tali risultati ricevette il Premio Nobel per la Fisica nel 1932. lavorò anche sulla fisica nucleare e le turbolenze. Durante la Seconda Guerra Mondiale, lavorò al programma di fissione nucleare. Dopo la guerra, pubblicò diversi libri di successo su questioni filosofiche nella fisica, trasformandosi lentamente in un eccentrico cercò senza successo – con qualche tiepido aiuto di Wolfgang Pauli – di trovare una descrizione unificata della natura basata suilla teoria dei quanti, la 'formula del mondo'.

Le sorprese del quanto d'azione

Il quanto d'azione $\hbar$ implica una sfocatura di tutto il moto. Tale sfocatura implica anche l'esistenza di brevi deviazioni della conservazione dell'energia, quantità di moto, momento angolare nei sistemi microscopici. A generale rassicurazione va sottolineato che per lunghi tempi di osservazione – sicuramente per tempi più lunghi di un microsecondo – la conservazione regge. Ma nella prima parte della nostra scalata, ci siamo resi conto che ogni tipo di non-conservazione implica l'esistenza di *sorprese* in natura. Bene, eccone alcune.

Vol. I, pag. ??

Poiché il moto esattamente uniforme non esiste, un sistema che si muove solamente in una dimensione – come la lancetta di un orologio – ha sempre la possibilità di muoversi un po' nell'opposta direzione, portando così a letture errate. Infatti, la teoria dei quanti predice che gli orologi hanno sostanziali limitazioni.

▹ Gli orologi perfetti non esistono.

Le profonde implicazioni di tale asserzione diventerà chiara gradualmente.

E' anche impossibile evitare che un oggetto compia piccoli spostamenti lateralmente. Infatti, la teoria dei quanti implica, strettamente parlando,

▹ Non esistono né moto uniforme né moto unidimensionale.

Anche questa affermazione nasconde molte sorprese aggiuntive.

Le limitazioni quantistiche si applicano pure al metro a nastro E' impossibile assicurare che il nastro sia completamente in quiete rispetto all'oggetto che si sta misurando. Quindi il quanto d'azione implica ancora, da un lato, che le misurazioni sono possibili, e dall'altro lato:

▹ L'accuratezza delle misurazioni è limitata.

Dal principio del quanto d'azione ne consegue pure che qualsiasi osservatore inerziale o in caduta libera deve essere *grande*, poiché solo sistemi grandi approssimano il moto inerziale.

▹ Un osservatore non può essere microscopico.

Se gli esseri umani non fossero macroscopici, non potrebbero né osservare né studiare il moto.

Considerata l'accuratezza finita con cui il moto microscopico può essere osservato, il moto più veloce della luce è possibile nel dominio microscopico! La teoria dei quanti lo predice *tachioni*, almeno per brevi intervalli di tempo. Per la stessa ragione,

▹ *Il moto indietro nel tempo* è possibile per tempi e distanze microscopici.

In breve, un quanto d'azione implica l'esistenza di microscopici. viaggi nel tempo. Comunque, ciò rimane impossibile nel dominio macroscopico, come quello nella vita

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

di ogni giorno.

Ma c'è di più. Immaginate un'automobile in movimento che ad un tratto scompare. In tale situazione, né la quantità di moto né l'energia si dovrebbero conservare. L'azione di cambiamento per tale scomparsa è grande comparata ad $\hbar$, così che la sua osservazione contraddirrebbe anche la fisica classica – come potete provare a controllare. Comunque, il quanto d'azione permette a particelle *microscopiche*, come l'elettrone, di sparire per un *breve* periodo, a condizione che dopo riapparga.

Sfida 12 s

▷ Il quanto d'azione implica che non vi sia permanenza in natura.

Il quanto d'azione implica:

▷ Il vuoto non è vuoto.

Se uno guarda allo spazio due volte, le due osservazioni essendo separate da un minuscolo intervallo di tempo, qualche energia verrà osservata la seconda volta. Se l'intervallo di tempo è breve abbastanza, allora a causa del quanto d'azione le particelle di materia verranno osservate. Infatti, le particelle possono apparire ovunque, e sparire subito dopo: il limite d'azione lo richiede. In sintesi, la natura mostra brevi apparizioni e sparizioni di materia. In altre parole, l'idea classica di un vuoto *vuoto* è corretta solamente quando il vuoto viene osservato per un *lungo* tempo.

Il quanto d'azione implica che l'ago della bussola non può funzionare. Se guardiamo due volte in rapida successione all'ago di una bussola, o anche una casa, di norma osserviamo che rimane orientata nella stessa direzione. Ma poiché l'azione fisica ha le stesse dimensioni del momento angolare, un minimo valore di azione implica un minimo valore di momento angolare. Anche un oggetto macroscopico ha un valore minimo per la sua rotazione. In altre parole, la teoria dei quanti predice:

Sfida 13 f

▷ Ogni cosa ruota.

Un oggetto può essere non-rotante solo approssimativamente, quando le osservazioni sono separate da lunghi intervalli di tempo.

Per sistemi microscopici, i limiti quantistici sulla rotazione hanno specifici effetti. Se l'angolo di rotazione può essere osservato – come per le molecole – il sistema si comporta come un oggetto macroscopico: la sua posizione ed orientamento sono aleatorie. Ma per un sistema il cui angolo di rotazione non può essere osservato, il quanto d'azione limita il momento angolare a multipli di $\hbar/2$. In particolare, tutti i sistemi microscopici vincolati – come le molecole, atomi, o ioni – contengono moti rotazionali e componenti di rotazione.

Trasformazione, vita e Democrito

Vol. I, pag. ??

Agli inizi della nostra avventura, citammo che i Greci distinsero tre tipi di cambiamento: trasporto, crescita, e trasformazione. Citammo pure che Democrito aveva dedotto che tutti questi tipi di cambiamento – inclusi la vita e la morte – erano in realtà identici, e dovuti al moto degli atomi. Il quanto d'azione fa esattamente questo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

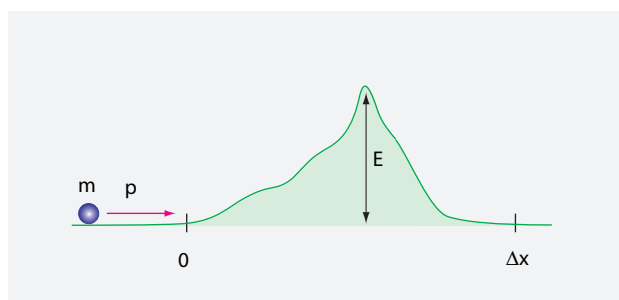



FIGURE 8 Le colline non sono mai abbastanza alte.

Per prima cosa, un quanto d'azione implica che le gabbie nello zoo sono pericolose e le banche non sono sicure. Una gabbia è una configurazione che ha bisogno di una gran quantità di energia per essere sopraffata. Fisicamente parlando, la parete di una gabbia è una collina di energia, somigliante alla collina reale mostrata in Figure 8. Immaginate che una particella con quantità di moto p si avvicini ad un fianco della collina, che si assume avere larghezza Δx.

Nella vita di ogni giorno – e quindi nella fisica classica – la particella non sarà mai osservata sull'altro fianco della collina se la sua energia cinetica $p^2/2m$ è *minore* dell'altezza E della collina. Ma immaginate che la quantità di moto mancante per superare la collina, $\Delta p = \sqrt{2mE} - p$, soddisfi $\Delta x \Delta p \leqslant \hbar/2$. La particella avrà la possibilità di superare la collina, nonostante la sua insufficiente energia. Il quanto d'azione allora implica che una collina di larghezza

$$\Delta x \leqslant \frac{\hbar/2}{\sqrt{2mE} - p} \tag{4}$$

non è un ostacolo per una particella di massa m. Ma non è tutto. Poiché il valore della quantità di moto p è essa stesso indeterminato, una particella può superare la collina anche se essa è *più larga* del valore (4) – sebbene più larga esse è, più bassa sarà la probabilità. Così qualsiasi particella può superare *qualsiasi* ostacolo. Ciò, è chiamato l'*effetto tunnel*, per ovvie ragioni. Di norma, l'effetto tunnel è impossibile. Nella teoria dei quanti, l'impresa è possibile, perché la funzione d'onda non svanisce alla posizione della collina; poco accuratamente parlando, la funzione d'onda è non-nulla all'interno della collina. Essa sarà quindi non-nulla anche dietro la collina. Come risultato, un sistema può penetrare o fare un 'tunnel' attraverso le colline.

Page ??

In breve, il principio del quanto d'azione implica che non vi sono scatole stagne in natura. Grazie all'effetto tunnel,

▷ La materia non è impenetrabile.

La penetrabilità della materia è in contrasto con le quotidiane, classiche osservazioni. Potete spiegare perché le gabbie dei leoni funzionano *nonostante* il quanto d'azione?

Sfida 14 s

A tal proposito, il quanto d'azione implica pure che una particella con un'energia cinetica maggiore dell'altezza di energia di una collina può essere *riflessa* dalla collina. Anche questo effetto è impossibile nella fisica classica.

Il principio del quanto d'azione implica anche che gli scaffali sono pericolosi. Per-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

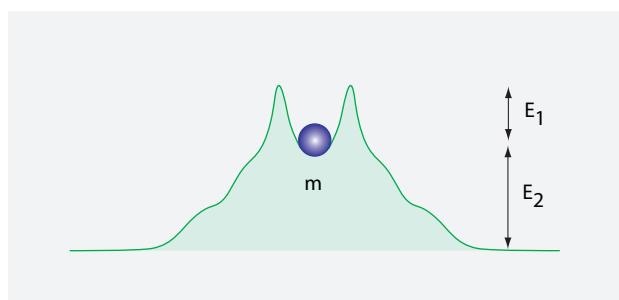



FIGURE 9 Superare gli steccati.

ché? I ripiani sono ostacoli al moto. Un libro su un ripiano è nella identica situazione della massa in Figure 9: la massa è circondata dall'energia della collina ostacolando la sua fuga verso l'esterno, mondo a più bassa energia. Ma grazie all'effetto tunnel, la fuga è sempre possibile. La stessa figura si applica al ramo di un albero, un chiodo in una parete o qualsiasi cosa attaccata a qualsiasi altra. Le cose non possono mai essere fissate permanentemente assieme. In particolare, scopriremo che ogni esempio di emissione di luce – anche radioattività – risulta da tale effetto. Il quanto d'azione allora implica che

▷ Il decadimento è parte della natura.

Notate che il decadimento appare nella vita di ogni giorno, sotto un differente nome: *breaking*,(rottura). Infatti, tutte le rotture richiedono che il quanto d'azione per la loro descrizione. Ovviamente, la causa della rottura è spesso classica, ma il *meccanismo* della rottura è sempre quantistico. Solamente oggetti che obbediscono alla teoria dei quanti si possono rompere. In breve, non vi sono sistemi eccitati stabili in natura. Per la stessa ragione, nessuna memoria può essere perfetta. (Potete confermarlo?)

Ref. 8

Sfida 15 s

Prendendo una via più generale, *l'invecchiamento* e la *morte* sono conseguenza del quanto d'azione. La morte, come l'invecchiamento, è una composizione di rotture di processi. Quando si muore, i meccanismi di un vivente vengono spezzati. La rottura è una forma di decadimento, ed è dovuta al tunnelling. La morte è quindi un processo quantistico. Classicamente, la morte non esiste. Potrebbe essere questa la ragione per cui tante persone credono nella immortalità o l'eterna giovinezza?

Sfida 16 s

Scopriremo anche che il quanto d'azione è la ragione dell'importanza dell'azione osservabile nella fisica classica. Infatti, l'esistenza di una *più piccola* azione è la ragione per il principio di *minima*-azione della fisica classica.

UUn quanto d'azione implica anche che la materia non può essere continua, ma deve essere composta da piccolissime quantità. Infatti, qualsiasi flusso di un materiale realmente continuo dovrebbe contraddire il principio quantistico. Potete dare l'argomentazione precisa? Ovviamente, a questo punto della nostra avventura, la non-continuità della materia non è più una sorpresa. Ma il quanto d'azione implica che anche la *radiazione* non può essere continua. Come Albert Einstein fu il primo ad affermare chiaramente, la luce è fatta di particelle quantistiche.

Sfida 17 s

Più in generale, il quanto d'azione implica che in natura

▷ Tutti i flussi e tutte le onde sono fatti di particelle microscopiche.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

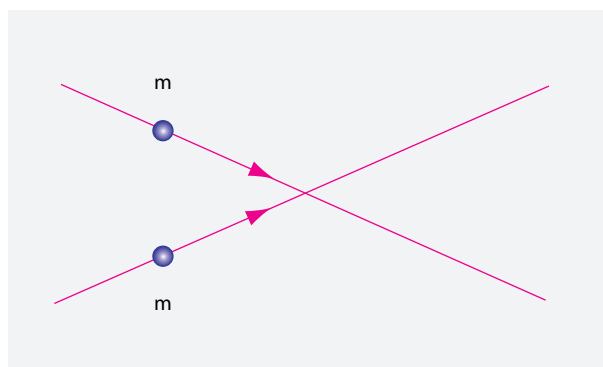



FIGURE 10 Oggetti identici le cui traiettorie si incrociano.

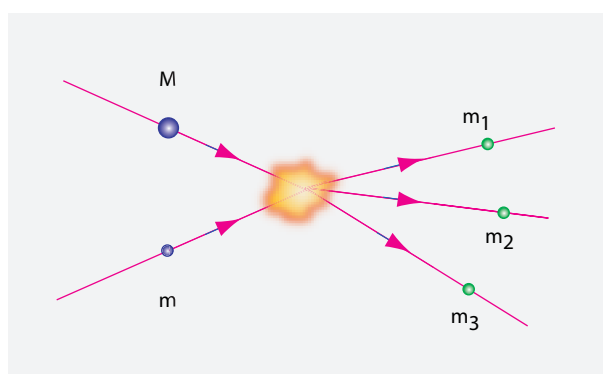



FIGURE 11 Trasformazione attarverso la reazione.

Il termine 'microscopico' (o 'quantistico') è importante, poichè tali particelle *non* si comportano come piccole pietre. Abbiamo già incontrato diverse differenze, e ne incontreremo altre a breve. Per tali tagioni, ci dovrebbe essere un nome speciale per le particelle microscopiche; ma fra tutte le proposte fatte sinora, delle quali *quantone* è la più popolare, non sono riuscite a prendere piede.

Il quanto d'azione ha diverse strane conseguenze per le particelle microscopiche. Prendiamo due tali particelle della stessa massa e composizione. Immaginiamo che i loro percorsi si incrocino, e che all'incrocio si accostino l'una all'altra vicinissime, come illustrato in Figure 10. Un quanto d'azione implica che in tale situazione, se la distanza diventa piccola abbastanza, le due particelle possono scambiarsi i ruoli, senza che nessuno sia in grado di evitarlo, o notarlo. Così, in un volume di gas è *impossibile* – grazie al quanto d'azione – seguire particelle che si muovono intorno e dire quale particella è quale. Potete confermare questa deduzione, e specificare le condizioni, usando le relazioni di indeterminazione? In sintesi

Sfida 18 s

▷ In natura è impossibile distinguere tra particelle identiche.

Sfida 19 s

Potete indovinare cosa succede nel caso della luce?

Ma la materia merita ancora più attenzione. Immaginate due particelle – anche differenti – che si accostano l'una all'altra vicinissime, come mostrato in Figure 11. Sap-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

piamo che se la distanza di accostamento diventa piccola, le cose diventano aleatorie. Ora, il principio del quanto d'azione rende possibile per qualcosa accadere in quel piccolo dominio fin tanto che la risultante dei prodotti uscenti hanno la stessa quantità di moto lineare, momento angolare ed energia come quelli in ingresso. Infatti, escludendo tali processi implicherebbe che azioni arbitrariamente piccole possano essere osservate, eliminando il carattere aleatorio della natura, come potreste voler controllare da voi. In breve,

Sfida 20 f

▷ Il quanto d'azione permette la trasformazione della materia.

Si dice anche che il quanto d'azione permette le *reazioni* particellari. Infatti, scopriremo che *tutte* le specie di reazioni in natura, incluso il respiro, la digestione, e tutte le altre reazioni chimiche e nucleari, sono dovute proprio all'esistenza del quanto d'azione.

Un tipo di processo che ci è particolarmente caro è la *crescita*. Il quanto d'azione implica che tutta la crescita avviene a piccoli passi. Infatti,

▷ Tutti i processi di crescita in natura sono processi quantistici.

Soprattutto, come già accennato, il quanto d'azione spiega la vita. Solamente il quanto d'azione rende possibile la riproduzione e l'ereditarietà. La nascita, la sessualità e la morte sono conseguenze del quanto d'azione.

Così Democrito aveva sia ragione che torto. Aveva ragione nel dedurre i costituenti fondamentali per materia e radiazione. Aveva ragione nell'unificazione di tutti i cambiamenti in natura – dal trasporto alla trasformazione alla crescita – come moto di particelle. Ma aveva torto nell'assumere che la più piccola particella si comporta come le pietre. Le più piccole particelle si comportano come quantoni: esse si comportano in maniera casuale, e si comportano in parte come onde ed in parte come particelle.

Casualità – una conseguenza del quanto d'azione

Cosa accade se cerchiamo di misurare un cambiamento più piccolo del quanto d'azione? La natura ha una risposta semplice: otteniamo *risultati casuali*. Se costruiamo un esperimento che cerca di produrre un cambiamento o azione delle dimensioni di un quarto del quanto d'azione, l'esperimento produrrà, per esempio, un cambiamento di *un* quanto d'azione in a quarto dei casi, e *nessun* cambiamento in tre quarti dei casi, dando così una *media* di un quarto di $\hbar$.

Il quanto d'azione porta alla casualità a livelli microscopici. Ciò può essere visto anche nel seguente modo. A causa delle relazioni di indeterminazione, è impossibile ottenere valori definiti per entrambe quantità di moto e posizione di una particella. Ovviamente, valori definiti sono anche possibili per componenti individuali di un progetto sperimentale o un osservatore. Quindi, le condizioni iniziali – sia per un sistema che per una progetto sperimentale – non possono essere duplicate esattamente. Il quanto d'azione implica che ogni qualvolta un esperimento su un sistema microscopico è eseguito due volte, i risultati saranno (solitamente) differenti. I risultati potrebbero essere gli stessi solo se ogni volta il sistema e l'osservatore fossero esattamente nella stessa configurazione. Comunque, a causa del secondo principio della termodinamica, ed a causa del quanto

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

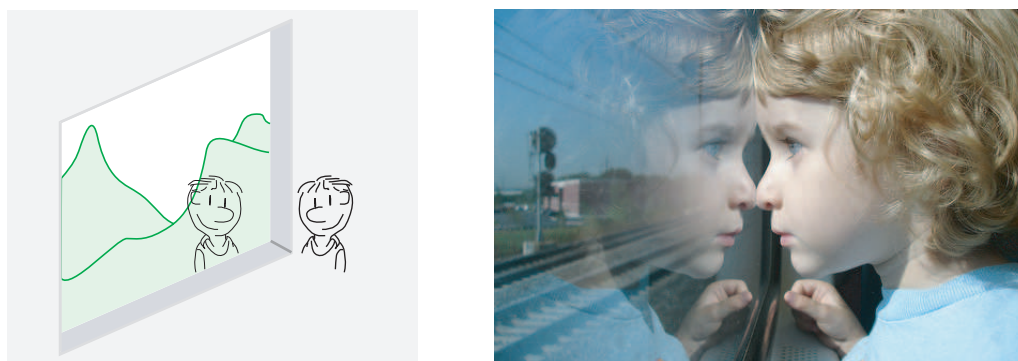



FIGURE 12 Un famoso effetto quantistico: come fa il finestrino del treno a mostrare due immagini sovrapposte? (Photo © Greta Mansour)

d'azione, riprodurre una configurazione è impossibile. Pertanto,

▷ I sistemi microscopici si comportano in maniera casuale.

Ovviamente vi sarà qualche risultato *medio*; ma in tutti i casi, le osservazioni microscopiche sono *probabilistiche*. Molti trovano questa conclusione della teoria dei quanti la più difficile da ingoiare. Ma fatto è: il quanto d'azione implica che il comportamento dei sistemi quantistici sia sorprendentemente differente dai sistemi classici. La conclusione è inevitabile:

▷ La natura si comporta in maniera casuale.

Possiamo osservare comportamenti casuali nella vita di ogni giorno? Si. Ogni *finestra* prova che la natura si comporta in maniera casuale a scala microscopica. Tutti sanno che possiamo usare il finestrino del treno sia per guardare al paesaggio *esterno* o, concentrarci sull'immagine riflessa, per osservare qualche persona interessaante *dentro* la carrozza. In altre parole, le osservazioni come quella di Figure 12 mostrano che il vetro riflette alcune particelle di luce e lascia che altre l'attraversino. Più precisamente, il vetro riflette una selezione casuale di particelle di luce; tuttavia la percentuale media è costante. In queste proprietà, la riflessione parziale è simile all'effetto tunnel. Infatti, la riflessione parziale di fotoni nel vetro è il risultato del quanto d'azione. Ancora, la situazione può essere *descritta* dalla fisica classica, ma l'ammontare preciso di riflessione non può essere *spiegata* senza la teoria dei quanti. Riteniamo:

▷ I quantoni si muovono in maniera casuale.

Senza il quanto d'azione, i viaggi in treno sarebbero molto più noiosi.

Le onde – una conseguenza del quanto d'azione

Il quanto d'azione implica un importante risultato circa le *traiettorie* delle particelle. Se una particella viaggia da un punto all'altro, non c'è modo di dire quale traiettoria

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

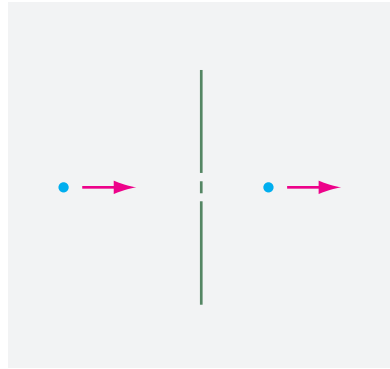



FIGURE 13 Una particella ed uno schermo con due fessure vicine.

è stata presa. Infatti, per distinguere tra due possibili, ma leggermente differenti traiettorie, avrebbero dovuto essere misurate in maniera attendibile azioni più piccole di $\hbar$. In particolare, se una particella è inviata attraverso uno schermo con due fessure sufficientemente vicine, come illustrato in Figure 13, è impossibile dire quale fessura attraversa la particella. Tale impossibilità è fondamentale.

Conosciamo già fenomeni di moto per cui non è possibile dire con precisione come si muova qualcosa o quale traiettoria è presa, dietro le due fessure: le *onde* si comportano in questo modo. Le onde sono soggette alle relazioni di indeterminazione

Vol. I, pag. ??

$$\Delta\omega\Delta t \geqslant \frac{1}{2} \quad \text{and} \quad \Delta k \Delta x \geqslant \frac{1}{2} \,. \tag{5}$$

Un'onda è un tipo di moto descritto da una *fase* che varia lungo spazio e tempo. Ciò risulta reggere per tutto il moto. In particolare, ciò regge per la materia.

Abbiamo visto sopra che i sistemi quantistici sono soggetti a

$$\Delta E \Delta t \geqslant \frac{\hbar}{2} \quad \text{and} \quad \Delta p \Delta x \geqslant \frac{\hbar}{2} \,. \tag{6}$$

Siamo così portati ad attribuire una frequenza ed una lunghezza d'onda al sistema quantistico:

$$E = \hbar\omega \quad \text{and} \quad p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda} \,. \tag{7}$$

La relazione energia–frequenza per la *luce* e l'equivalente relazione quantità di moto–lunghezza d'onda furono dedotte da Max Planck in 1899. Negli anni dal 1905 in poi, Albert Einstein confermò che le relazioni sono valide per tutti gli esempi di emissione ed assorbimento di luce. Nel 1923 e 1924, Louis de Broglie* previde che la relazione avrebbe

* Louis de Broglie (b. 1892 Dieppe, d. 1987 Parigi), fisico e professore alla Sorbona. La relazione energia–frequenza per la luce aveva guadagnato a Max Planck ed Albert Einstein il Premio Nobel per la Fisica, nel 1918 e 1921. De Broglie ampliò la relazione per prevedere la natura di onda dell'elettrone (e di tutte le altre particelle quantistiche della materia): ciò fu l'essenza della sua tesi di dottorato. La previsione fu prima confermata sperimentalmente alcuni anni più tardi, nel 1927. Per la previsione della natura di onda della materia, Broglie ricevette il Premio Nobel per la Fisica nel 1929. Essendo un aristocratico, non fece più

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

dovuto reggere anche per tutte le particelle quantistiche della *materia*. La conferma sperimentale venne alcuni anni più tardi. (Questo è allora un altro esempio di scoperta che fu fatta con circa 20 anni di ritardo.) In breve, il quanto d'azione implica:

Page 76

▷ Le particelle di materia si comportano come onde.

In particolare, il quanto d'azione implica l'esistenza di interferenze per flussi di materia.

Le particelle – una conseguenza del quanto d'azione

Il quanto d'azione, il più piccolo cambiamento, implicano che i flussi non possono essere arbitrariamente deboli. Ciò si applica a *tutti* i flussi: in particolare, si applica ai fiumi, ai flussi di materia solida, ai flussi di gas,ai raggi di luce, ai flussi di energia. ai flussi di entropia, ai flussi della quantità di moto, ai flussi di momento angolare, ai flussi di probabilità, ai segnali di tutti i tipi, ai flussi di carica elettrica, ai flussi di carica di colore ed ai flussi di carica deboli.

Vol. I, pag. ??

Il flusso d'accqua nei fiumi, come qualsiasi altro flusso di materia, non può essere arbitrariamente piccolo: il quanto d'azione implica che c'è un più piccolo flusso di materia in natuta. A seconda della situazione, il più piccolo flusso di materia è una molecola, un atomo o una particella più piccola. Infatti, il quanto d'azione è anche l'origine dell'osservazione della più piccola carica nella corrente elettrica. Poiché tutta la materia può fluire, il quanto d'azione implica:

▷ Tutta la materia ha l'aspetto di particelle.

Allo stesso modo, il quanto d'azione, il più piccolo cambiamento, implicano che la luce non può essere arbitrariamente tenue. C'è una più piccola illuminazione in natura; essa è chiamata *fotone* o un *quanto di luce*. Ora, la luce è un'onda, e il ragionamento può essere fatto anche per qualsiasi altra onda. In breve, il quanto d'azione quindi implica:

▷ Tutte le onde hanno aspetti particellari.

Ciò è stato provato per le onde di luce, le onde d'acqua, i raggi X, le onde sonore, le onde di plasma, i vortici dei fluidi, ed ogni altro tipo di onda che sia mai stata osservata. (Le onde gravitazionali non sono state ancora osservate; ci si attende che i loro aspetti di tipo particellare, i *gravitoni*, anche in questo caso esistano.)

In sintesi, il quanto d'azione afferma:

▷ Se qualcosa si muove, è fatta di particelle quantistiche, o quantoni.

Più in avanti esploreremo e specificheremo l'esatta differenza tra una particella quantistica ed una piccola pietra o un granello di sabbia. Scopriremo che i quantoni di materia si muovono differentemente, si comportano differentemente sotto rotazione, e si comportano differentemente nello scambio.

ricerche dopo quella. Per esempio, fu Schrödinger che poi scrisse l'equazione d'onda, sebbene de Broglie avrebbe potuto farlo ugualmente.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

L'informazione quantistica

In informatica, la più piccola unità di cambiamento è chiamata una 'cambiamento di bit'. L'esistenza di un più piccolo cambiamento in natuta implica che l'informatica – o scienza dell'informazione – può essere utilizzata per descrivere la natura, in particolare la teoria dei quanti. Questa analogia ha attratto molte ricerche nei passati decenni, ed esplorato molte interessanti questioni: E' possibile la conservazione illimitata di informazione? L'informazione può essere letta ad alta voce e riprodotta completamente? L'informazione può essere trasmessa mantenendola segreta? La trasmissione dell'informazione e la sua conservazione possono essere eseguite scevre da disturbi? La fisica quantistica può essere utilizzata per fare nuovi tipi di computer? Fin'ora, la risposta a tutte queste domande è negativa; ma la speranza di cambiare la situazione non è ancora morta.

L'analogia tra la teoria dei quanti e la scienza dell'informazione è limitata: la scienza dell'informazione può descrivere solamente il lato 'software' dei dispositivi. Per un fisico, il lato 'hardware' della natura è centrale. L'hardware della natura entra nella descrizione ogni volta che l'attuale valore $\hbar$ del quanto d'azione deve essere introdotto.

Mentre esploreremo le similitudini e le differenze tra la natura e la scienza dell'informazione, scopriremo che il quanto d'azione implica che i sistemi fisici macroscopici non possono essere copiati – o 'clonati', come piace dire ai teorici quantistici. La natura non permette copie di oggetti macroscopici. In altre parole:

▷ Le macchine copiatrici perfette non esistono.

il quanto d'azione rende impossibile raccogliere ed utilizzare tutta l'informazione in maniera da permetterne la riproduzione di una copia perfetta.

L'esplorazione delle macchine copiatrici ci ricorda nuovamente che il preciso ordine in cui le misure vengono eseguite è importante. Quando l'ordine delle misure può essere invertito senza alterare il risultato netto, i fisici parlano di 'commutazione'. il quanto d'azione implica:

▷ Le osservazioni fisiche non commutano.

Troveremo anche che il quanto d'azione implica che i sistemi non sono sempre indipendenti, ma possono essere *correlati*. Questo termine, introdotto da Erwin Schrödinger, descrive una delle più assurde conseguenze della teoria del quanto d'azione. La correlazione rende ogni cosa in natura collegata a tutto il resto. La correlazione produce effetti che *sembrano* (ma non sono) più veloci della luce.

Page 155

▷ La correlazione produce una (falsa) forma di non-località.

Ref. 9

La correlazione implica che le comunicazioni sicure non possono esistere.

Scopriremo che la *decoerenza* è un processo onnipresente in natura che influenza tutti i sistemi quantistici. Per esempio, permette da un lato le misure e dall'altro rende impossibili i computer quantistici.

Page 160

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Curiosità e divertenti sfide circa il quanto d'azione

Anche se accettiamo che nessun esperimento eseguito finora contraddice il quanto d'azione, dobbiamo ancora controllare che il quanto d'azione non contraddica la ragione. In particolare, il quanto d'azione deve essere coerente con tutti gli esperimenti *immaginati*. Ciò non è ovvio.

* *

Sfida 21 s Dove sta la scala quantistica in un orologio a pendolo?

* *

Quando entrano in gioco i campi elettromagnetici, il valore dell'azione (di solito) dipende dalla scelta del vettore potenziale, e quindi dalla scelta del gauge. Abbiamo visto Vol. III, pag. ?? nella parte sull'elettrodinamica che una scelta opportuna del gauge può cambiare il valore dell'azione sommando o sottraendo qualsiasi quantità desiderata. Tuttavia, c'è un quanto d'azione in natura. Ciò è possibile, perché nella teoria dei quanti, alle variazioni fisiche del gauge non si possono aggiungere o sottrarre quantità qualsiasi, ma solo multipli di *due volte* il valore minimo. Pertanto essi non ci permettono di andare al di sotto del quanto d'azione.

* *

Le piante adulte fermano la crescita al buio. Senza luce, le reazioni necessarie per la crescita cessano. Potete dimostrare che questo è un effetto quantistico, non spiegabile dalla fisica classica? Sfida 22 s

* *

La maggior parte dei processi nella vita di ogni giorno sono elettromagnetici. Potete dimostrare che la teoria dei quanti deve essere mantenuta anche per i processi nucleari, cioè, per processi che non sono elettromagnetici? Sfida 23 s

* *

Il quanto d'azione è indipendente dall'osservatore, anche vicino alla velocità della luce? Sfida 24 s Tale questione fu la ragione per la quale Planck contattò il giovane fisico Einstein, invitandolo a Berlino, introducendolo così nella comunità internazionale dei fisici.

* *

Il quanto d'azione implica che persone piccolissime, come *Tom Thumb*, non possono esistere. Il quanto d'azione implica che i frattali non possono esistere in natura. Il quanto d'azione implica che '*la legge di Moore*' dei semiconduttori elettronici, che afferma che il numero di transistors su un chip raddoppia ogni due anni, non può essere corretta. Perché no? Sfida 25 s

* *

Prendiamo un ferro di cavallo. La distanza tra le due estremità non è fissa, poiché altrimenti la loro posizione e velocità sarebbero noti contemporaneamente, contraddicendo la relazione di indeterminazione. Ovviamente, questo ragionamento è valido anche per

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

qualsiasi oggetto solido. In breve, entrambe la meccanica quantistica e la relatività speciale dimostrano che i corpi rigidi non esistono, sebbene per ragioni ffferenti.

* *

Il momento angolare ha la stessa dimensione dell'azione. Una più piccola azione implica che c'è un più piccolo momento angolare in natura. Come può essere, dato che alcune particelle hanno spin zero, cioè, non hanno momento angolare?

Sfida 26 s

* *

Avremmo potuto iniziare l'intera discussione sulla teoria dei quanti affermando che c'è un minimo momento angolare invece di un quanto d'azione?

Sfida 27 s

* *

Niels Bohr, oltre che propagandare l'idea di un quanto d'azione, era anche entusiasta del cosiddétto *principio di complementarità*. Questa è l'idea che certe coppie di entità osservabili di un sistema – come posizione e quantità di moto – hanno *precisione* collegate: se una della coppia è conosciuta con alta precisione, l'altra è necessariamente conosciuta con bassa precisione. Potete dedurre tale principio del quanto d'azione?

Sfida 28 s

I pericoli di acquistare una scatola di fagioli

Un altro modo di mostrare le assurde conseguenze della teoria dei quanti è data dalle avvertenze finali del prodotto, che secondo certi ben-informati avvocati dovrebbero essere stampati sopra ogni scatola di fagioli e su ogni confezione. Esso mostra in dettaglio come la nostra condizione umana ci renda profondamente sciocchi.

Ref. 10

Attenzione: precauzioni da adottare **guardando** questo prodotto:

- Esso emette radiazioni termiche.
- La luce brillante ha l'effetto di comprimere il prodotto.

Attenzione: precauzioni da adottare quando **si tocca** questo prodotto:

- Parte di esso potrebbe riscaldarsi mentre un'altra parte potrebbe raffreddarsi, causando gravi ustioni.

Attenzione: precauzioni da adottare quando si **maneggia** questo prodotto:

- Questo prodotto consiste di almeno 99.999 999 999 999 % di spazio vuoto.
- Questo prodotto contiene particelle che si muovono con velocità più alte di un milione di kilometri per ora.
- Ogni kilogrammo di questo prodotto contiene lo stesso aammontare di energia di quella liberata da un centinaio di bombe nucleari.*

* Una testata nucleare standard ha una resa esplosiva di circa 0.2 megatoni (si sottintende l'esplosivo standard trinitrotoluene o TNT), circa tredici volte la resa della bomba di Hiroshima, che era di 15 kilotoni. Un megatone viene definito come 1 Pcal=4.2 PJ, sebbene il TNT emette circa il 5 % leggermente meno di energia di questo valore. In altre parole, un megatone è l'energia contenuta in circa 47 g di materia. Che è meno di una manciata della maggior parte dei solidi o liquidi.

Ref. 11

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

- Nel caso questo prodotto fosse posto in contatto con antimateria, si verificherebbe una catastrofica esplosione.
- Nel caso questo prodotto sia ruotato, emetterà radiazioni gravitazionali.

Attenzione: precauzioni da adottare quando si **trasporta** questo prodotto:

- La forza richiesta dipende dalla sua velocità, così come il suo peso.
- Questo prodotto emetterà ulteriori radiazioni se accellerato.
- Queto prodotto attrae, con una forza che cresce con la diminuzione della distanza, ogni oggetto circostante, inclusi i bambini dell'acquirente.

Attenzione: precauzioni da adottare nella **conservazione** di questo prodotto:

- E' impossibile tenere questo prodotto in uno specifico luogo ed allo stesso tempo in quiete.
- Eccetto quando conservato sottoterra ad una profondità di diversi kilometri, col tempo le radiazioni cosmiche renderanno il prodotto radioattivo.
- Questo prodotto può disintegrarsi nei prossimi 10^{35} anni.
- Potrebbe raffreddarsi e levitare in aria.
- Questo prodotto curva lo spazio e il tempo nelle sue vicinanze, incluso il contenitore.
- Anche se conservato in un contenitore chiuso, questo prodotto influenza tutti gli oggetti nell'universo, inclusi i vostri suoceri.
- Questo prodotto può scomparire dalla sua presente locazione e riapparire in qualsiasi casuale posto dell'universo, compreso il garage del vostro vicino.

Attenzione: precauzioni da adottare quando **si viaggia lontano** da questo prodotto:

- Arriverà alla data di scadenza prima che lo faccia l'acquirente.

Attenzione: precauzioni da adottare quando si **utilizza** questo prodotto:

- Qualsiasi uso non importa quale aumenterà l'entropia dell'universo.
- I costituenti di questo prodotto sono esattamente gli stessi di ogni altro oggetto nell'universo, inclusi quelli del pesce avariato.

Tutte queste affermazioni sono corrette. L'impressione di un sicuro effetto paranoico della fisica quantistica è puramente casuale.

Un sommario: la fisica quantistica, la legge e l'indottrinamento

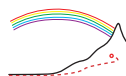
Tutte le deduzioni del quanto d'azione presentate finora non sembrano sbagliate, o perlomeno folli? Infatti, se voi o il vostro avvocato faceste queste affermazioni sulla fisica quantistica in tribunale, fosse anche sotto giuramento, potreste finire in prigione! Comunque, tutte le soprastanti affermazioni sono corrette: sono tutte confermate dagli esperimenti. E vi sono molte più sorprese da venire. Potete aver notato che, nei precedenti esempi, non abbiamo fatto esplicito riferimento all'elettricità, alle interazioni nucleari o alla gravità. In questi domini le sorprese sono anche più stupefacenti. L'osservazione dell'antimateria, la corrente elettrica senza resistenza, il moto dentro i muscoli, l'energia

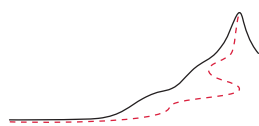
Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

del vuoto, le reazioni nucleari nelle stelle, e – può darsi presto – l'ebollizione dello spazio vuoto, vi affascineranno tanto quanto hanno affascinato, ed ancora affascineranno, migliaia di ricercatori.

In particolare, le conseguenze del quanto d'azione per l'origine dell'universo sono da capogiro. Ora cercate di esplorare da voi stessi le sue conseguenze per il big bang. Sfida 29 d Assieme, tutti questi argomenti ci porteranno alla lunga strada per la cima del Monte del Moto. Le conseguenze del quanto d'azione sono così strane, così incredibili, e così numerose, che la fisica quantistica può essere chiamata a buon diritto la descrizione del moto per scienziati *pazzi*. In un certo senso, ciò generalizza la nostra precedente definizione di fisica quantistica come la descrizione del moto correlata al piacere.

Sfortunatamente, alcune volte viene affermato che 'nessuno capisce la teoria dei quanti'. Page 170 Ciò è sbagliato. Infatti, è peggio che sbagliato: è indottrinamento e disinformazione. Indottrinamento e disinformazione sono metodi che impediscono alle persone di pensare con la propria testa e di godere la vita. In realtà, le conseguenze del quanto d'azione possono essere comprese e godute da tutti. A tale scopo, il nostro primo compito nel cammino verso la cima del Monte del Moto sarà di usare il quanto d'azione per studiare il nostro standard classico del moto: il moto della luce.

> “Nie und nirgends hat es Materie ohne Bewegung gegeben, oder kann es sie geben.”
>
> Friedrich Engels, *Anti-Dühring*.*

Ref. 12 * 'Mai ed in nessun luogo la materia è esistita, nè può esistere, senza il moto.' Friedrich Engels (1820–1895) fu uno dei teorici del Marxismo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 2

LA LUCE – LE STRANE CONSEGUENZE DEL QUANTO D'AZIONE

> Alle Wesen leben vom Lichte,
> jedes glückliche Geschöpfe.
> Friedrich Schiller, *Wilhelm Tell*.*

Poiché tutti i colori dei materiali sono effetti quantistici, diventa imperativo studiare le proprietà della luce stessa. Se realmente esiste un minima cambiamento, allora ci dovrebbe anche essere una più piccola illuminazione in natura. Tale conclusione fu già tracciata in antica Grecia, per esempio da Epicuro (341–271 bce), il quale affermò che la luce è un flusso di piccole particelle. La più piccola illuminazione possibile dovrebbe essere dovuta ad una singola particella. Oggigiorno, le particelle sono chiamate *quanti di luce* o *fotoni*. Incredibilmente, Epicuro avrebbe potuto lui stesso controllato la sua previsione con un esperimento.

Ref. 13

Come si comportano le lampade fioche?

Ref. 14

Attorno al 1930, Brumberg and Vavilov trovarono un modo bellissimo per accertare l'esistenza dei fotoni usando l'occhio nudo ed una lampada. I nostri occhi non ci permettono *consapevolmente* di rilevare il singolo fotone, ma Brumberg e Vavilov trovarono una maniera di aggirare questa limitazione. Infatti, l'esperimento è così semplice che potrebbe essere stato eseguito secoli prima; ma nessuno ha avuto un'immaginazione sufficientemente audace per provarlo.

Brumberg e Vavilov costruiro un otturatore meccanico che può essere aperto per intervalli di tempo di 0.1 s. Dall'altro lato, in una camera completamente al buio, hanno illuminato l'apertura con luce verde estremamente debole: circa 200 aW a 505 nm, come mostrato in Figure 14. A quell' intensità, ogni volta che si apre l'otturatore, in media circa 50 fotoni possono passare. Questo è proprio la soglia di sensibilità dell'occhio. Per eseguire l'esperimento, hanno ripetutamente guardato l'otturatore aperto. Il risultato fu semplice ma sorprendente. A volte osservaro la luce, e qualche volta no. Ciò che era accaduto era completamente casuale. Brumberg and Vavilov diedero la semplice spiegazione che alla bassa potenza della lampada, le fluttuazioni del numero di fotoni sono al di sopra della soglia dell'occhio per metà tempo, e sotto di essa nell'altra metà. Le fluttuazioni sono casuali, coì come la rilevazione consapevole della luce. Ciò *non* dovrebbe accadere se la luce fosse un flusso *continuo* : in quel caso, l'occhio dovrebbe rilevare la

* 'Tutte le creature vivono di luce, ogni felice creatura.' Friedrich Schiller (b. 1759 Marbach, d. 1805 Weimar), poet, playwright and historian.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

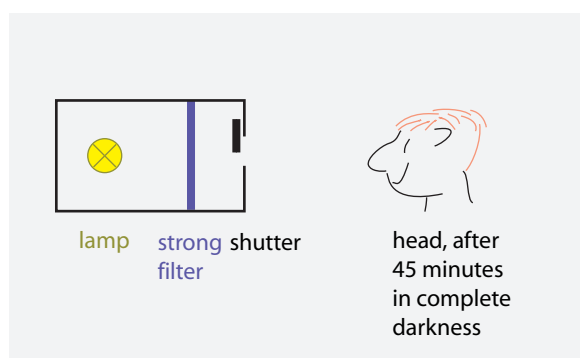



FIGURE 14 How to experience single photon effects (see text).

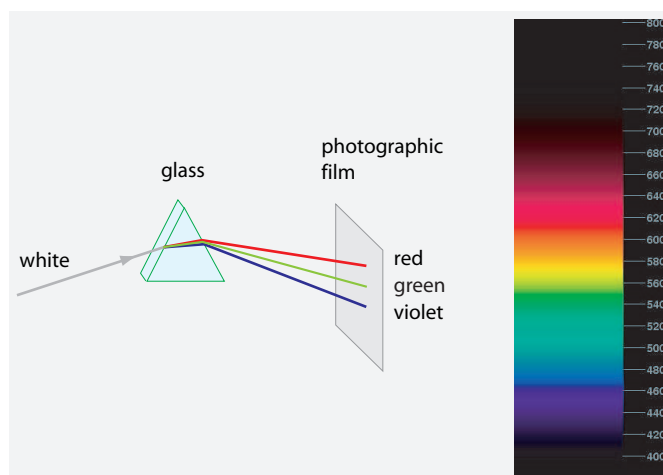



FIGURE 15 Come appare lo spettro della luce bianca a distanze dallo schermo estremamente lunghe? (Lo spettro mostrato per lo schermo a corta distanza, © Andrew Young, è ottimizzato per schermo CRT, non per la stampa a colori, come spiegato su mintaka.sdsu.edu/GF/explain/optics/rendering.html.)

luce ad ogni apertura dell’interruttore. (A intensità luminose elevate, la percentuale di non osservazioni diminuisce rapidamente, in accordo con la spiegazione data.)

In breve, un semplice esperimento prova:

▷ La luce è fatta di fotoni.

Nessuno sa come si sarebbe sviluppata la teoria della luce se questo semplice esperimento fosse stato eseguito 100 o anche 2000 anni prima.

La rilevazione dei fotoni diventa più evidente se usiamo dispositivi che ci aiutano. Un modo semplice è quello di iniziare con uno schermo dietro un prisma illuminato con luce bianca, come mostrato in Figure 15. La luce è suddivisa in colori. Come lo schermo è posto più lontano, l’intensità di illuminazione non può diventare arbitrariamente piccola, poiché ciò sarebbe in contraddizione con il quanto di azione. Per verificare questa previsione, abbiamo solo bisogno di un po’ di pellicola fotografica in bianco e nero. Il film viene annerito da luce di qualsiasi colore; diventa grigio scuro a intensità media e grigio chiaro a bassa intensità. Guardando un film grigio estremamente leggero sotto il microscopio, scopriamo che, anche sotto illuminazione uniforme, la tonalità di grigio

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

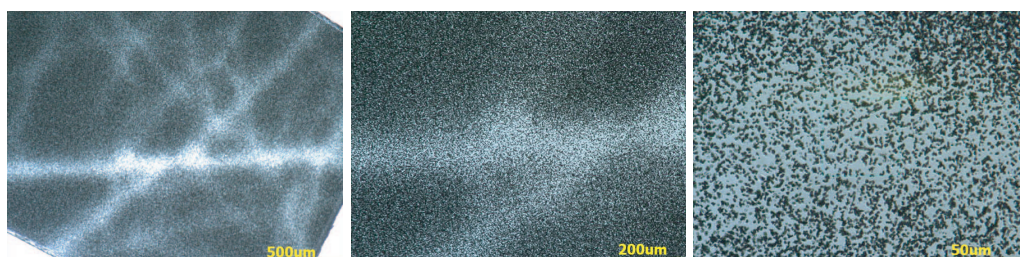



FIGURE 16 Pellicola fotografica esposta ad ingrandimenti crescenti (© Rich Evans).

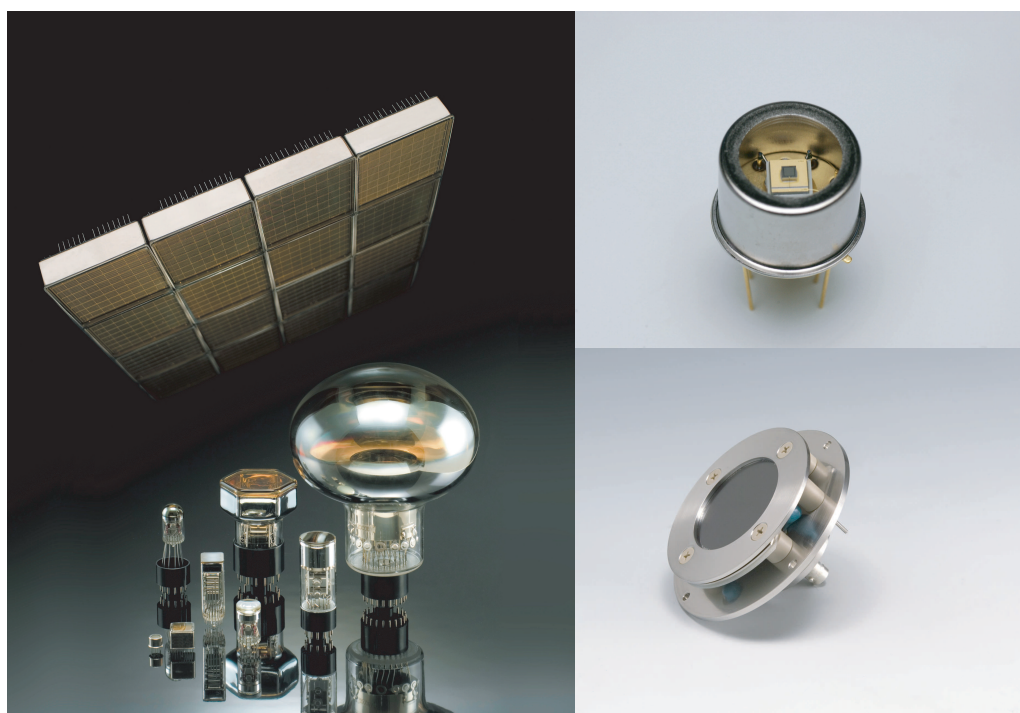



FIGURE 17 Rivelatori che permettono il conteggio di fotoni: tubi fotomoltiplicatori (a sinistra), un fotodiodo a valanga (in alto a destra, circa 1 cm) e un piatto multicanale (in basso a destra, circa 10 cm) (© Hamamatsu Photonics).

è in realtà composta di punti neri, disposti più o meno densamente. Tutti questi punti hanno la stessa dimensione, come mostrato in Figure 16. Questo formato normale suggerisce che una pellicola fotografica reagisce a singoli fotoni. Dettagliate ricerche confermano queste congetture; nel XX secolo, i produttori di pellicole fotografiche hanno chiarito il meccanismo atomico sottostante in tutti i suoi dettagli.

Fotoni singoli possono essere rilevati più elegantemente con dispositivi elettronici. Tali dispositivi possono essere fotomoltiplicatori, fotodiodi, piastre multicanale o bastoncelli negli occhi; una selezione è mostrata in Figure 17. Anche questi rilevatori mostrano che la luce a bassa intensità *non* produce un colore omogeneo: al contrario, basse intensità producono un modello casuale di macchie identiche, anche quando si osservano fenomeni ondulatori tipici come modelli di interferenze, come mostrato in Figure 18. Og-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

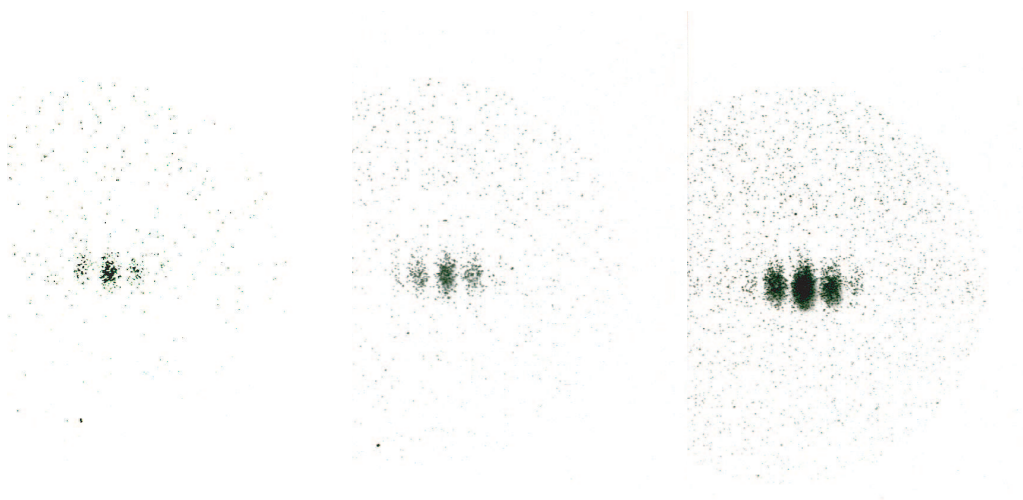



FIGURE 18 Le onde luminose sono fatte di particelle: l'osservazione di fotoni - macchie nere in questi negativi - in un esperimento a bassa intensità con doppia fenditura, con tempi di esposizione di 1, 2 e 5 s, utilizzando un intensificatore di immagine (© Delft University of Technology).

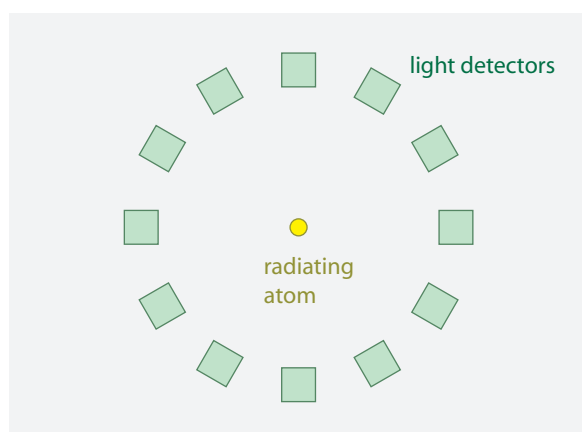



FIGURE 19 Un atomo che irradia *un* fotone innesca solo *un* rivelatore e rincula solo in *una* direzione.

gigiorno, registrare e contare i singoli fotoni è una procedura sperimentale standard. I contatori di fotoni sono parte di molti impianti di spettroscopia, come ad esempio quelli utilizzati per misurare basse concentrazioni di materiali. Ad esempio, sono utilizzati per rilevare la droga nei capelli umani.

Tutti gli esperimenti mostrano pertanto lo stesso risultato: ove rilevatori sensibili alla luce sono costruiti con l'obiettivo di 'vedere' con la massima precisione possibile - e quindi in ambienti il più al buio possibile - si trova che la luce si manifesta come flusso di *quanti di luce*. Al giorno d'oggi sono di solito chiamati *fotoni*, un termine che è apparso nel 1926. Luce di bassa o alta intensità corrisponde a un flusso con un piccolo o grande numero di fotoni.

Un esempio particolarmente interessante di una sorgente di luce a bassa intensità è un singolo atomo. Gli atomi sono piccole sfere. Quando gli atomi irradiano luce o raggi X,

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

la radiazione dovrebbe essere emessa come un'onda sferica. Ma in tutti gli esperimenti – see Figure 19 per un tipico impianto - la luce emessa da un atomo non si è *mai* trovato che formi un'onda sferica, a differenza di quanto potremmo aspettarci dalla fisica di tutti i giorni. Ogni volta che un atomo radiante è circondato da molti rilevatori, solo un *singolo* rilevatore viene attivato. Solo la media tra tante emissioni e rilevamenti produce una forma sferica. Gli esperimenti mostrano chiaramente che i fotoni parziali non possono essere rilevati.

Tutti gli esperimenti in penombra dimostrano quindi che la descrizione continua di luce non è corretta. Tutti questi esperimenti quindi dimostrano direttamente che la luce è un flusso di particelle, come Epicuro propose nella Grecia antica. Misurazioni più accurate confermano il ruolo del quanto di azione: ogni fotone porta allo *stesso* ammontare di cambiamento. Tutti i fotoni della stessa frequenza anneriscono una pellicola o attivano una scintillazione dello schermo nello stesso modo. La quantità di cambiamento indotto da un singolo fotone è infatti la *più piccola* quantità di cambiamento che la luce può produrre.

Se non ci fosse il valore di più piccola azione, la luce potrebbe essere impacchettata in quantità arbitrariamente piccole. Ma la natura è diversa. In parole semplici: la descrizione classica di luce da un vettore potenziale *continuo* $A(t,x)$, o campo elettromagnetico $F(t,x)$, la cui evoluzione è descritta dal principio di azione minima, è *sbagliata*. Funzioni continue non descrivono gli effetti particellari osservati. È necessaria una descrizione modificata. La modifica deve essere significativa solo a basse intensità di luce, poiché alle alte, intensità di tutti i giorni il classico Lagrangiano descrive tutte le osservazioni sperimentali con sufficiente precisione.*

Vol. III, pag. ??

A quale intensità la luce cessa di comportarsi come un'onda continua? La vista umana non ci consente di distinguere consapevolmente i singoli fotoni, sebbene esperimenti mostrano che l'hardware dell'occhio è in linea di principio in grado di farlo. Le stelle più deboli che possono essere viste di notte producono un'intensità luminosa di circa $0.6\,\text{nW/m}^2$. Dal momento che la pupilla dell'occhio è piccola, e non siamo in grado di vedere i singoli fotoni, i fotoni devono avere energie più piccole di 100 aJ. L'esperimento di Brumberg e Vavilov porta ad un limite superiore di circa 20 aJ.

Ref. 16

Un valore esatto del quanto di azione trovato nella luce deve essere dedotto da un esperimento di laboratorio. Alcuni esempi sono riportati nel seguito.

Fotoni

In generale, tutti gli esperimenti dimostrano che un fascio di luce di frequenza f o frequenza angolare ω, che determina il suo colore, viene accuratamente descritto come un flusso di fotoni, ciascuno con la stessa energia E data da

$$E = \hbar\, 2\pi f = \hbar\omega \,. \qquad (8)$$

Questa relazione è stata dedotta da Max Planck nel 1899. Egli ha dimostrato che, per la luce, la più piccola azione misurabile è data dal quanto di azione $\hbar$. In sintesi, il *colore* è

* Il passaggio dal caso classico al caso quantistico è usualmente chiamato *quantizzazione*. Questo concetto, e le idee dietro di esso, sono solo di interesse storico oggigiorno.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

una proprietà dei fotoni. Un fascio di luce colorata è una grandinata di corrispondenti fotoni.

Vol. III, pag. ??
Page 220

Il valore della *costante di Planck* può essere determinata da misurazioni di corpi neri o altre fonti di luce. Tutte queste misurazioni coincidono and yield

$$\hbar = 1.054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}\,, \qquad (9)$$

Sfida 30 f
Ref. 16
Sfida 31 na

un valore così piccolo che ci fa capire perché i fotoni passano inosservati dagli esseri umani. Ad esempio, un fotone verde con una lunghezza d’onda di 555 nm ha un’energia di 0.37 aJ. Infatti, in condizioni di luce normali i fotoni sono così numerosi che l’approssimazione continua per il campo elettromagnetico è estremamente precisa. Nel buio, la insensibilità dell’elaborazione del segnale dell’occhio umano – in particolare la lentezza dei recettori di luce – rende il conteggio dei fotoni impossibile. Tuttavia, l’occhio non è lontano dalla sensibilità massima possibile. Dai numeri di cui sopra circa la dimensione delle stelle, possiamo stimare che gli esseri umani sono in grado di vedere *consapevolmente* sotto condizioni ideali, lampi di circa una mezza dozzina di fotoni; in condizioni normali, i numeri sono circa dieci volte superiori.

Sfida 32 s
Ref. 17
Sfida 33 f

Esploriamo le altre proprietà dei fotoni. Soprattutto, i fotoni non hanno massa a (riposo) misurabile e nessuna carica elettrica misurabile. Potete confermarlo ? In realtà, gli esperimenti possono dare solo un limite superiore per entrambe le quantità. Il presente limite superiore sperimentale per la massa a (riposo) di un fotone è di un fotone è 10^{-52} kg, e per la carica è di $5 \cdot 10^{-30}$ volte la carica dell’elettrone. Questi limiti sono così piccoli che possiamo tranquillamente dire che sia la massa e la carica del fotone svaniscono. Sappiamo che la luce intensa può *spingere* gli oggetti. Poiché l’energia, la mancanza di massa e la velocità dei fotoni sono noti, si deduce che la quantità di moto del fotone è data da

$$p = \frac{E}{c} = \hbar\,\frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{or} \quad \boldsymbol{p} = \hbar\,\boldsymbol{k}\,. \qquad (10)$$

Ref. 18

In altre parole, se la luce è fatta di particelle, si dovrebbe essere in grado di giocare a biliardo con esse. Questo è infatti possibile, come Arthur Compton dimostrò in un famoso esperimento nel 1923. Egli diresse raggi X, che sono fotoni ad alta energia, sulla grafite, un materiale in cui gli elettroni si muovono quasi liberamente. Trovò che quando gli elettroni nel materiale sono colpiti dai fotoni dei raggi X, i raggi X riflessi cambiano colore. Il suo esperimento è mostrato in Figure 20. Come previsto, la forza del colpo è correlata all’angolo di deflessione del fotone. Dal cambiamento di colore e dall’angolo di riflessione, Compton confermò che la quantità di moto dei fotoni effettivamente soddisfa l’espressione $\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$.

Sfida 34 s

Tutti gli altri esperimenti concordano sul fatto che i fotoni hanno quantità di moto. Ad esempio, quando un atomo *emette* luce, l’atomo avverte un *rinculo*. La quantità di moto risulta essere data dall’espressione $\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$. Insomma, il quanto di azione determina la quantità di moto del fotone. Il valore della quantità di moto di un fotone rispetta la relazione di indeterminazione. Proprio come è impossibile misurare esattamente sia la lunghezza d’onda di un’onda e la posizione della sua cresta, così è impossibile misurare sia la quantità di moto e la posizione di un fotone. Potete confermarlo? In altre parole, il valore della quantità di moto del fotone è una conseguenza diretta del quanto d’azione.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

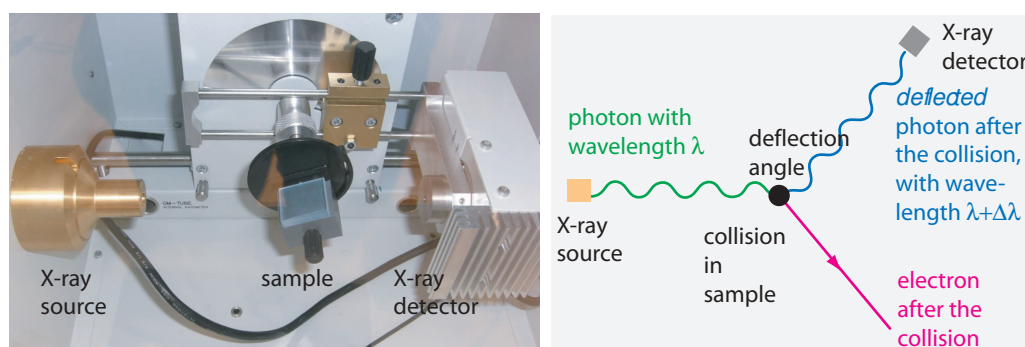



FIGURE 20 Una versione moderna dell' esperimento di Compton prende posto su un tavolo. L'esperimento dimostra che i fotoni hanno quantità di moto: i raggi X – e quindi i fotoni di cui sono costituiti – cambiano di frequenza quando colpiscono gli elettroni nella materia esattamente nello stesso modo come previsto nella collisione di particelle (© Helene Hoffmann).

Dal nostro studio della fisica classica, sappiamo che la luce ha una proprietà oltre il suo colore: la luce può essere *polarizzata*. Questo è solo un modo complicato per dire che la luce può *ruotare* gli oggetti che illumina. In altre parole, la luce ha un momento angolare (principalmente) lungo l'asse di propagazione. Che dire dei fotoni? Le misure trovano costantemente che ogni quanto di luce trasporta un *momento angolare* dato da $L = \hbar$. Si chiama la sua *elicità*. La quantità è simile a quella trovata per particelle massive: si può quindi anche parlare di *spin* di un fotone. In breve, i fotoni in qualche modo 'ruotano' – in senso parallelo o antiparallelo alla loro direzione di movimento. Ancora, la grandezza della elicità dei fotoni, o spin, non è una sorpresa; esso conferma la classica relazione $L = E/\omega$ tra energia e momento angolare che abbiamo trovato nella sezione sulla elettrodinamica classica. Si noti che, non intuitivamente, il momento angolare di un singolo fotone è fisso, e quindi indipendente dalla sua energia. Anche i fotoni più energetici hanno $L = \hbar$. Naturalmente, il valore dell'elicità rispetta anche il limite dato dal quanto d'azione. Le molte conseguenze del valore dell' elicità (spin) value $\hbar$ diventeranno chiare in seguito.

Vol. III, pag. ??
Vol. III, pag. ??

What is light?

> “La lumière est un mouvement luminaire de corps lumineux.”
>
> Blaise Pascal*

Nel XVII secolo, Blaise Pascal utilizzò la dichiarazione di cui sopra della luce per prendere in giro alcuni fisici, col ridicolo palese uso di una definizione circolare. Naturalmente, aveva ragione: a suo tempo, la definizione era infatti circolare, poiché alcun senso poteva essere dato a nessuno dei termini. Ma ogni volta che i fisici studiano un'osservazione con cura, i filosofi perdono. Tutti questi termini originariamente non definiti ora hanno un significato preciso e la definizione circolare è risolta. La luce è effettivamente un tipo di movimento; questo movimento può essere giustamente chiamato

* 'La luce è il movimento luminario di corpi luminosi.' Blaise Pascal (b. 1623 Clermont, d. 1662 Paris), importante matematico e fisico fino all'età di 26, dopo di che diventò un teologo e filosofo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

‘luminario’ perché, al contrario del movimento di corpi materiali, ha l’unica proprietà $v = c$; i corpi luminosi, chiamati *quanti di luce* or *fotoni* , sono caratterizzati, e differenziati da tutte le altre particelle, dalla loro relazione di dispersione $E = cp$, la loro energia $E = \hbar\omega$, il loro spin $L = \hbar$, la scomparsa di tutti gli altri numeri quantistici e la proprietà di essere quanti del campo elettromagnetico.

In breve, *la luce è un flusso di fotoni*. E ’davvero un‘ movimento luminare di corpi luminosi ’. I fotoni forniscono il nostro primo esempio di una proprietà generale del mondo su piccola scala: *tutte le onde e tutti i flussi in natura sono fatti di particelle quantistiche*. Un gran numero di particelle quantistiche (coerenti) – o *quantoni* – si comportano e si formano come onde. Vedremo tra breve che questo è il caso anche per la materia. I quantoni sono i componenti fondamentali di *tutte* le onde e *tutti* i flussi, senza eccezione. Pertanto, la descrizione quotidiana di luce continua è simile in molti aspetti alla descrizione di acqua come fluido continuo: i fotoni sono gli atomi della luce, e la continuità è un’approssimazione valida per un gran numero di particelle. Il singolo quantone spesso si comporta come le particelle classiche.

I libri di fisica discussero a lungo la cosiddetta *dualità onda - particella*. Cerchiamo di essere chiari fin dall’inizio: i quantoni, o particelle quantistiche, non sono *né* onde classiche *né* particelle classiche. Nel mondo microscopico, i quantoni sono gli oggetti fondamentali.

Tuttavia, c’è molto che non è ancora chiaro. Da dove vengono, dentro la materia, questi fotoni monocromatici? Ancora più interessante, se la luce è fatta di quantoni, tutti i campi elettromagnetici, anche quelli statici, devono essere pue fatti di fotoni. Tuttavia, nei campi statici nulla fluisce. Come viene risolta questa apparente contraddizione? E quali sono le implicazioni che l’aspetto particellare ha per questi campi statici? Qual è la differenza tra quantoni e particelle classiche? Le proprietà dei fotoni richiedono un più attento studio.

La dimensione dei fotoni

Prima di tutto, potremmo chiederci: di cosa sono fatti questi fotoni? Finora tutti gli esperimenti, eseguiti fino al limite attuale di circa 10^{-20} m, danno la stessa risposta: ‘Non siamo in grado di trovare nulla ’. Questo è coerente sia con l’annullamento della massa e l’annullamento della dimensione dei fotoni. In effetti, ci dovremmo intuitivamente aspettare un corpo con una dimensione finita ad avere una massa finita. Così, anche se gli esperimenti possono dare solo un limite massimo, è coerente affermare che un fotone ha *dimensione zero*.

Una particella con dimensione zero non può avere alcun costituente. Così un fotone non può essere diviso in più piccole entità: i fotoni non sono composti. Pertanto, essi sono chiamati particelle *elementari*. Daremo presto dare alcuni ulteriori forti argomenti per questo risultato. (Potete trovare uno?) Tuttavia, la conclusione è strana. Come può un fotone avere dimensione nulla, non avere costituenti, e ancora essere *qualcosa*? Questa è una domanda difficile; la risposta apparirà solo nell’ultimo volume della nostra avventura. Al momento dobbiamo semplicemente accettare la situazione così com’è. Pertanto rivolgiamo una domanda più facile.

Sfida 35 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

I fotoni sono numerabili? – La luce squeezed (spremuta)

> Also gibt es sie doch.
>
> Max Planck*

Abbiamo visto sopralight!squeezed|(che il modo più semplice per contare i fotoni è distribuirli su un ampio schermo e quindi assorbirli. Ma questo metodo non è del tutto soddisfacente, in quanto distrugge i fotoni.

Come possiamo contare i fotoni senza distruggerli?

Un modo è quello di riflettere i fotoni in uno specchio e misurare il rinculo dello specchio. Sembra quasi incredibile, ma oggi questo effetto sta diventando misurabile anche per un piccolo numero di fotoni. Ad esempio, deve essere preso in considerazione in relazione agli specchi laser utilizzati nei rilevatori di onde gravitazionali, la cui posizione deve essere misurata con alta precisione.

Vol. II, pag. ??

Un altro modo di contare i fotoni senza distruggerli implica l'uso di speciali cavità laser. È possibile contare i fotoni per l'effetto che hanno sugli atomi abilmente collocati all'interno di tali cavità.

In altre parole, l'intensità della luce può infatti essere misurata senza assorbimento. Queste misure mostrano un tema importante: anche i migliori fasci di luce, dei più sofisticati laser, *fluttuano* in intensità. *Non* vi sono fasci stabili. Questa non è una sorpresa: se un fascio di luce *non* fluttuasse, osservandolo due volte porterebbe a un valore nullo per l'azione. Tuttavia, c'è un quanto d'azione in natura, cioè $\hbar$. Pertanto, qualsiasi fascio e ogni eventuale flusso in natura *deve* oscillare. Ma c'è di più.

Un fascio di luce è descritto, in una sezione trasversale, dalla sua intensità e fase. Il cambiamento - o azione - che si verifica durante la propagazione del fascio è dato dal prodotto di intensità e fase. Gli esperimenti confermano l'ovvia deduzione: l'intensità e la fase di un fascio si comportano come la quantità di moto e la posizione di una particella in quanto obbediscono ad una relazione di indeterminazione. Potete dedurlo da voi stessi, nello stesso modo in cui abbiamo dedotto relazioni di Heisenberg. Utilizzando come caratteristica intensità $I = E/\omega$, il fascio di energia divisa per la frequenza angolare, e chiamando la fase φ, otteniamo **

$$\Delta I \, \Delta\varphi \geqslant \frac{\hbar}{2} \,. \qquad (12)$$

Equivalentemente, il prodotto di indeterminazione per il numero medio di fotoni $n =$

* 'Così esistono, dopo tutto '. Max Planck, nei suoi ultimi anni, disse questo dopo essere stato in silenzio, per lungo tempo, di fronte ad un apparato che contava i singoli fotoni producendo un click per ogni fotone rilevato. Per gran parte della sua vita, Planck fu scettico sul concetto di fotone, anche se i suoi esperimenti e le sue conclusioni sono stati il punto di partenza per la sua introduzione.

** Nell'espressione si presume un gran numero di fotoni. Questo è ovvio, poché $\Delta\varphi$ non può crescere oltre ogni limite. I rapporti esatti sono

$$\begin{aligned} \Delta I \, \Delta \cos\varphi &\geqslant \frac{\hbar}{2} |\langle \sin\varphi \rangle| \\ \Delta I \, \Delta \sin\varphi &\geqslant \frac{\hbar}{2} |\langle \cos\varphi \rangle| \qquad (11) \end{aligned}$$

dove $\langle x \rangle$ indica il valore previsto osservabile x.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

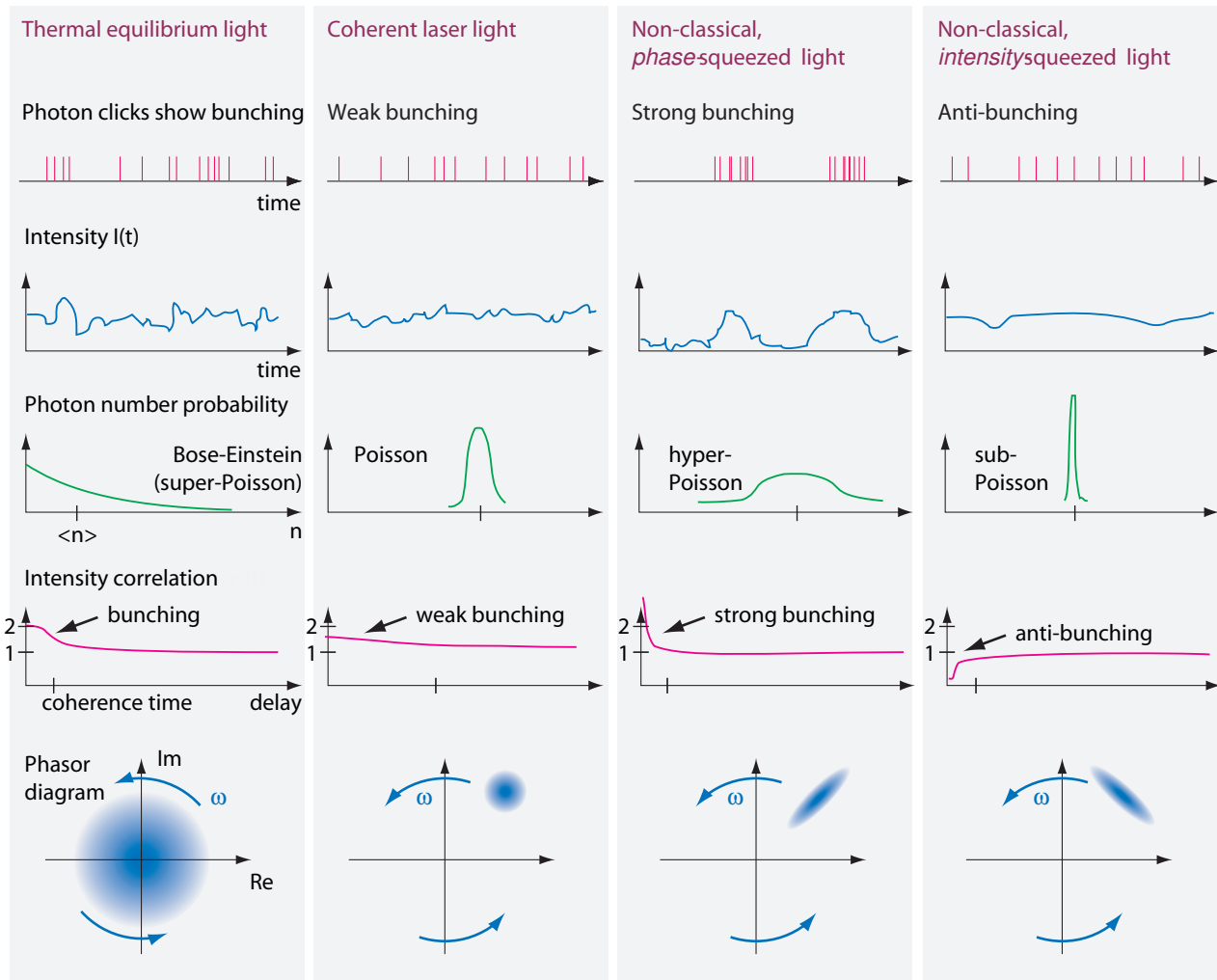



FIGURE 21 Quattro tipi di luce e le proprietà dei loro fotoni: luce termica, luce laser, e due tipi estremi di non classica, luce spremuta.

$I/\hbar = E/\hbar\omega$ e la fase φ obbedisce a:

$$\Delta n \, \Delta\varphi \geqslant \frac{1}{2} \, . \qquad (13)$$

Per la luce emessa da una lampada normale, la cosiddetta *luce termica*, il prodotto di indeterminazione sul lato sinistro della soprastante disuguaglianza è un numero grande. Equivalentemente, il prodotto di indeterminazione per l'azione (12) è un grande multiplo del quanto di azione.

Per raggi laser, cioè, fasci di *luce coerente*,* il prodotto di indeterminazione è vicino a 1/2. Un esempio di luce coerente è data in Figure 22.

* La luce coerente è una luce per cui la distribuzione di probabilità del numero di fotoni è Poissoniana; in particolare, la varianza è uguale alla media del numero di fotoni. La luce coerente è meglio descritta

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

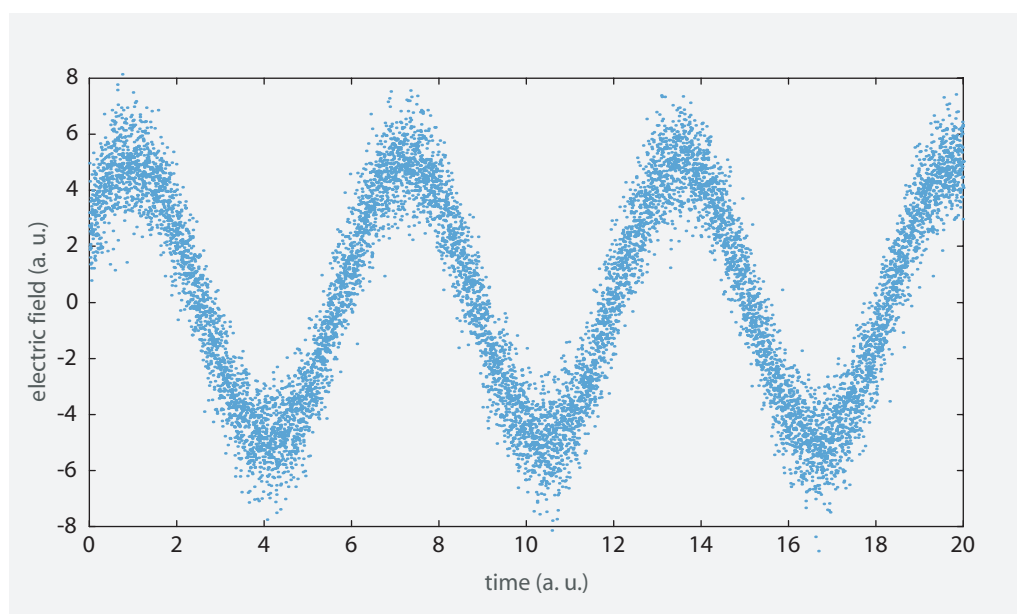



FIGURE 22 Un modo semplice per illustrare la indeterminazione di intensità e fase di un fascio di luce: i campi elettrici misurati di un’onda elettromagnetica coerente con bassa intensità, consistente di circa una dozzina di fotoni. L’onda sinusoidale offuscata corrisponde al diagramma del fasore nella parte inferiore della seconda colonna della descrizione precedente. Per grandi numeri di fotoni, l’ampiezza del rumore relativa è trascurabile. (© Rüdiger Paschotta)

Oggi è possibile produrre luce per i quali il prodotto delle due indeterminazioni nell’equazione (13) è vicino ad 1/2, ma i cui due valori *differiscono* (nelle unità del cosiddetto *spazio fasore* illustrato in Figure 21). Tale luce è chiamata *non-classica* o *spremuta*. La statistica dei fotoni è sia iper- o sub-Poissoniana. Tali fasci di luce richiedono il coinvolgimento di un laboratorio impostato per la loro produzione e sono utilizzati in molte applicazioni di ricerca moderne. La luce non classica deve essere trattata con estrema attenzione, poiché i più piccoli disturbi la trasformano nuovamente nella luce coerente ordinaria (o anche luce termica), in cui la statistica di Poisson (o anche di Bose-Einstein) reggono ancora. Una panoramica generale dei principali tipi di fasci luminosi vengono dati in Figure 21, unitamente con la loro intensità e comportamento di fase. (Diverse proprietà mostrate in figura sono definite solamente per lo spazio delle fasi di una singola cella.)

Ref. 19

Un estremo di luce non-classica è la *luce a fase spremuta*. Poiché un fascio di luce a fase spremuta ha una fase (quasi) determinata, il numero di fotoni in un tale fascio oscilla da zero a (quasi) all’infinito. In altre parole, al fine di produrre luce laser coerente che approssima un’onda sinusoidale pura il più perfettamente possibile, dobbiamo accettare che il numero di fotoni sia il più indeterminato possibile.

Tale fascio ha fluttuazioni di fase estremamente piccole che offrono alta precisione in interferometria; il rumore di fase è il più basso possibile.

---

come composta da fotoni in stati quantistici coerenti. Tale (canonico) *stato coerente*, o *stato di Glauber*, è formalmente uno stato con $\Delta\varphi \to 1/n$ e $\Delta n \to n$.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

L'altro estremo della luce non classica è un fascio con un dato, numero fisso di fotoni, e quindi con un altissima indeterminazione di fase. In un tale
fascio di luce ad ampiezza-spremuta , la fase oscilla in modo irregolare.* Questo tipo di luce non-classica, spremuta è ideale per misure di intensità di precisione poiché fornisce il più basso rumore di intensità disponibile. Questo tipo di luce mostra anti-raggruppamento di fotoni. Per avere un quadro più chiaro, si disegnano i grafici corrispondenti a Figure 22 per luce a fase-spremuta ed ampiezza-spremuta .

Sfida 36 s

Al contrario, la *luce coerente* che viene emessa dai puntatori laser e altri laser si trova tra i due tipi estremi di luce spremuta: le indeterminazioni di fase e numero di fotoni sono di grandezza simile.

Le osservazioni sulla luce termica, luce laser coerente e luce non classica evidenziano una proprietà importante della natura: il numero di fotoni in un fascio di luce non è una quantità ben definita. In generale, esso è indeterminato, e *oscilla* . I fotoni, a differenza delle pietre, non possono essere contati con precisione – fin tanto che si propagano e non assorbiti. E' solo possibile determinare un approssimato, numero medio di fotoni, entro i limiti fissati dalla indeterminazione.

È corretto affermare che il numero di fotoni all'inizio di un fascio non è necessariamente lo stesso numero alla fine del fascio?

Sfida 37 na

Le fluttuazioni del numero di fotoni sono di maggiore importanza a frequenze ottiche. A frequenze radio, le fluttuazioni del numero di fotoni sono di solito trascurabili, a causa alle basse energie del fotone e gli usuali elevati numeri di fotoni coinvolti. Al contrario, alle energie dei raggi gamma, gli effetti delle onde giocano un piccolo ruolo. Ad esempio, abbiamo visto che nel profondo, buio spazio intergalattico, lontano da ogni stella, ci sono circa 400 fotoni per centimetro cubo; essi formano la radiazione di fondo cosmica. Questo numero di densità di fotoni, come il numero di fotoni in un fascio di luce, ha anche una indeterminazione di misurazione. Riesci a stimarla?

Sfida 38 s

In breve, a differenza dei ciottoli, *i fotoni sono numerabili, ma il loro numero non è fisso.* E questa non è l'unica differenza tra fotoni e ciottoli.

Le posizioni dei fotoni

Dove è un fotone quando si muove in un raggio di luce? La teoria quantistica dà una semplice risposta: da nessuna parte in particolare. Ciò è dimostrato più spettacolarmente da esperimenti con interferometri, come l'interferometro di base mostrato inFigure 23. Gli interferometri dimostrano che anche un fascio fatto di un *singolo* fotone può essere suddiviso, portato lungo due percorsi diversi, e quindi ricombinato L'interferenza risultante mostra che il singolo fotone non si può dire aver preso uno dei due percorsi. Se uno dei due percorsi è bloccato, il modello sullo schermo cambia. In altre parole, in qualche modo il fotone deve aver preso entrambi i percorsi contemporaneamente. I fotoni non possono essere localizzati: non hanno alcuna posizione. **

* I più appropriati stati quantistici per descrivere tale luce sono chiamati *stati numero* ; a volte vengono chiamati *stati di Fock* . Questi stati sono stati stazionari, quindi autostati dell'Hamiltoniano, e contengono un numero fisso di fotoni.

** Non possiamo evitare questa conclusione dicendo che i fotoni sono *suddivisi* al divisore del fascio: se mettiamo un rivelatore in ogni braccio, troviamo che non rilevano un fotone allo stesso tempo. I fotoni non possono essere divisi.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

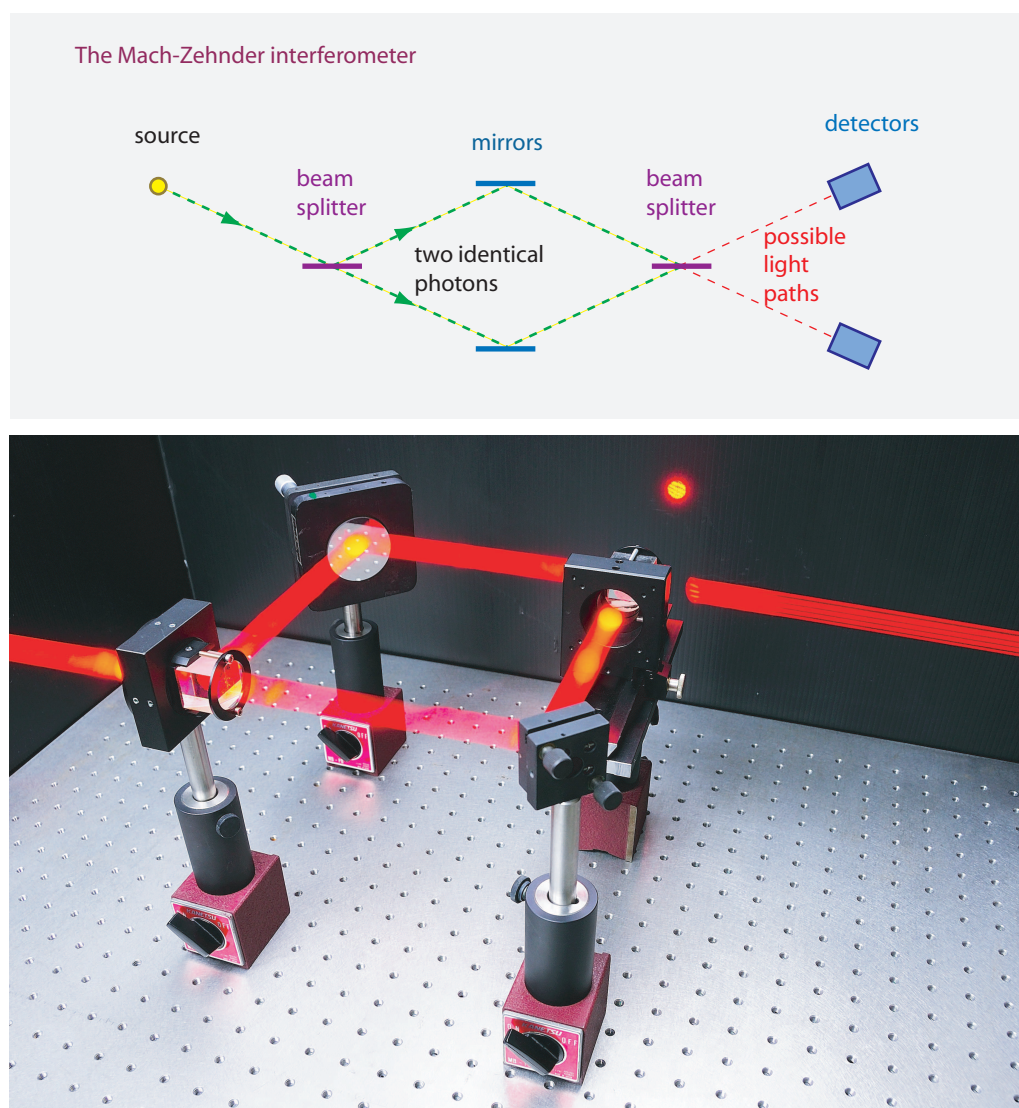



FIGURE 23 L'interferometro di Mach–Zehnder ed una realizzazione pratica, circa 0.5 m di dimensione (© Félix Dieu e Gaël Osowiecki).

Veniamo alla conclusione che impulsi di luce macroscopici hanno traiettorie, ma i singoli fotoni in esso non ce l'hanno. I fotoni non hanno né posizione, né traiettoria. Solo un gran numero di fotoni possono avere posizioni e traiettorie, e quindi solo approssimativamente.

L'impossibilità di localizzare i fotoni può essere quantificata. L'interferenza dimostra che è impossibile localizzare i fotoni nella direzione *trasversale* del moto. Potrebbe sembrare meno difficile localizzare i fotoni *lungo* la direzione del moto, quando fanno parte di un impulso di luce, ma questo è un errore. Il quanto di azione implica che l'indeterminazione nella posizione longitudinale è data almeno dalla lunghezza d'onda della luce.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

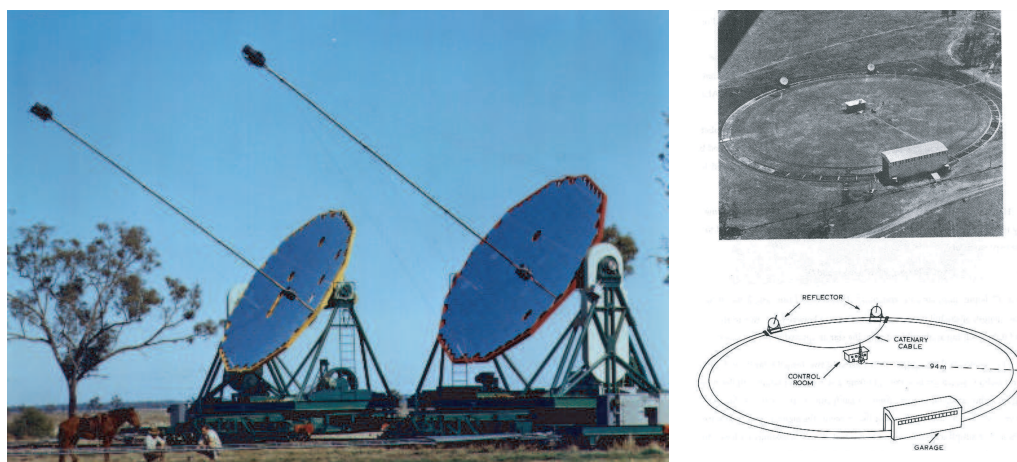



FIGURE 24 L'impianto sperimentale originale con cui Hanbury Brown e Twiss misurarono i diametri stellari a Narrabri in Australia. La distanza tra i due collettori di luce potrebbe essere cambiata spostandoli su rotaie. I rivelatori di luce sono alla fine dei poli e ciascuno di loro, come hanno scritto, 'raccolsero la luce come pioggia in un secchio '. (© John Davis).

Sfida 39 f

Potete confermarlo? Si scopre che i fotoni possono essere localizzati solo all'interno di una *lunghezza di coerenza*. Infatti, le lunghezze di coerenza trasversale e longitudinale differiscono nel caso generale. La lunghezza di coerenza longitudinale (diviso per c) è anche chiamata coerenza temporale, o semplicemente, la *coerenza temporale*. Esso è indicato anche in Figure 21. L'impossibilità di lacalizzare i fotoni è una conseguenza del quanto di azione. Ad esempio, la lunghezza di coerenza trasversale è dovuta all'indeterminazione della quantità di moto in direzione trasversale; i valori di azione per i percorsi che portano a punti separati da meno di una lunghezza di coerenza differiscono meno del quanto di azione $\hbar$. Ogni volta che un fotone viene rilevato da qualche parte, ad esempio, mediante assorbimento, una *precisa* affermazione sulla sua direzione o la sua origine *non può* essere fatta. Talvolta, però, in casi particolari, ci può essere una elevata probabilità per una certa direzione o sorgente.

Page 50

La mancanza di localizzazione significa che i fotoni *non possono* essere semplicemente visualizzati come treni di onde corte. Ad esempio, si può aumentare la lunghezza di coerenza inviando luce attraverso un filtro stretto. I fotoni sono davvero entità *non localizzabili*, specifici del mondo quantistico. I fotoni non sono né piccole pietre né piccoli pacchetti di onda. Al contrario, 'il percorso della luce ','la posizione dell'impulso luminoso' e 'la coerenza ' sono proprietà di un insieme di fotoni, e *non* applicate ad un singolo fotone.

Ogni volta che i fotoni possono *quasi* essere localizzati lungo la loro direzione di moto, come nella luce coerente, ci si può chiedere se i fotoni sono allineati, uno dopo l'altro, in un fascio di luce. Certo, abbiamo visto che non ha senso parlare di una loro *precisa* posizione. Ma possono i fotoni in un fascio perfetto arrivare ad intervalli quasi regolari?

Per la vergogna dei fisici, lo studio delle correlazioni del fotone fu avviato da due astronomi, Robert Hanbury Brown e Richard Twiss, nel 1956, e si scontrarono con diversi anni di incredulità. Essi variarono la distanza trasversale dei due rivelatori mostrati in Figure 24 – di pochi 188 m – e misurarono le correlazioni di intensità tra di loro. Han-

Ref. 20

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

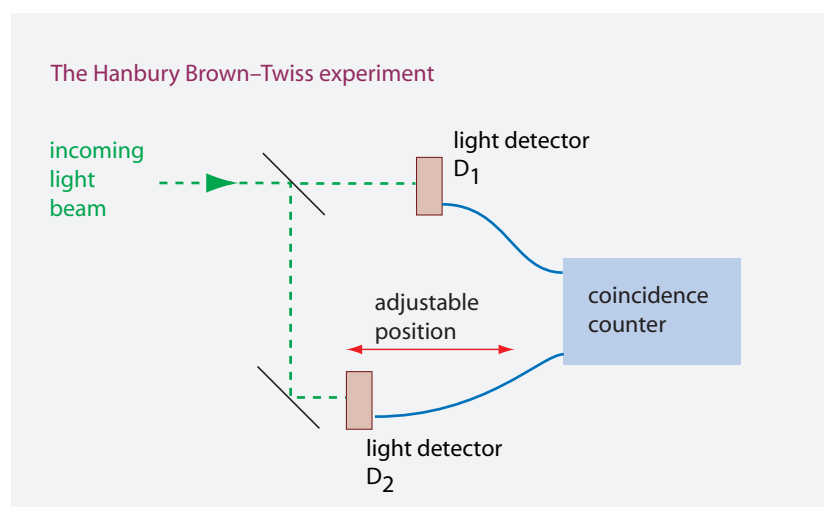



FIGURE 25 Come misurare le statistiche dei fotoni con un correlatore di intensità elettronico o contatore a coincidenza, la variazione essendo misurata variando la posizione di un rivelatore.

bury Brown e Twiss scoprirono che le fluttuazioni di intensità all’interno del volume di coerenza sono correlate. Così i fotoni stessi sono correlati. Con questo esperimento, furono in grado di misurare il diametro di numerose stelle lontane.

Ispirati dal successo di Hanbury Brown e Twiss, i ricercatori svilupparono un semplice metodo per misurare la probabilità che un secondo fotone in un fascio di luce arrivasse in un dato tempo dopo il primo. Hanno semplicemente diviso il fascio, messo un rivelatore nel primo ramo, e variato la posizione di un secondo rilevatore nell’altro ramo. L’impianto è abbozzato in Figure 25. Tale esperimento è oggi chiamato un *esperimento Hanbury Brown Twiss*. Si ritiene che, per la luce coerente all’interno del volume di coerenza, i clic nei due contatori – e quindi i fotoni stessi – sono *correlati*. Per essere più precisi, tali esperimenti dimostrano che quando il primo fotone colpisce, il secondo fotone è più probabile che colpisca solo in seguito. Così, i fotoni in fasci di luce sono *raggruppati*. Il raggruppamento è uno dei molti risultati che dimostrano che i fotoni sono quantoni, che sono effettivamente necessari per descrivere la luce, e che essi sono entità non localizzabili. Come vedremo in seguito, il risultato implica anche che i fotoni sono bosoni. Page 65

Ogni fascio di luce ha un limite di tempo massimo per il raggruppamento: il *tempo di coerenza*. Per tempi più lunghi rispetto al tempo di coerenza, la probabilità di raggruppamento è bassa, e indipendente dall’intervallo di tempo, come mostrato in Figure 25. Il tempo di coerenza caratterizza ogni fascio di luce. Infatti, è spesso più facile pensare in termini di *lunghezza di coerenza* di un fascio luminoso. Per la luce termica, la lunghezza di coerenza è solo pochi micrometri: un piccolo multiplo della lunghezza d’onda. Le maggiori lunghezze di coerenza, di oltre 300 000 km, sono ottenuti con la ricerca su laser che hanno una larghezza di banda estremamente stretta di solo 1 Hz. È interessante notare, che la luce coerente viene trovata anche in natura:. per parecchie stelle speciali è stato trovato che la emettono. Ref. 21

Anche se l’intensità di un buon raggio laser è quasi costante, i fotoni non arrivano ad intervalli regolari. Anche le migliori luci laser si raggruppano, anche se con diverse statistiche e in misura minore della luce della lampada, come illustrato in Figure 21. La luce Page 50

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

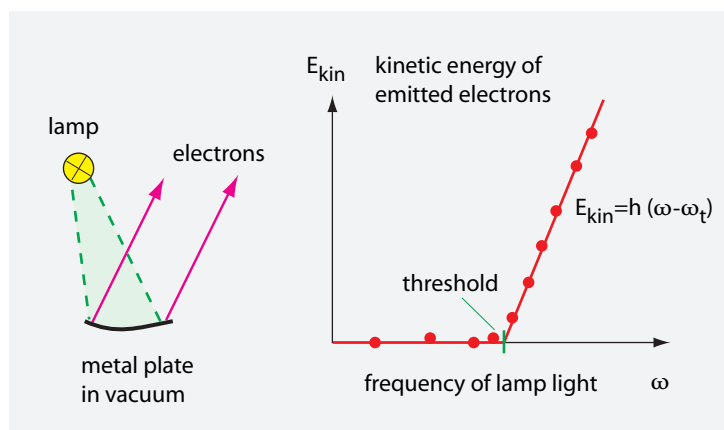



FIGURE 26 L'energia cinetica degli elettroni emessi nell'effetto fotoelettrico.

i cui fotoni arrivano regolarmente, esibendo quindi il cosiddetto *(photon) anti-bunching*, è ovviamente non-classica nel senso sopra definito; tale luce può essere prodotta solo da speciali arrangiamenti sperimentali. Estremi esempi di questo fenomeno sono in corso di indagine attualmente da parte di diversi gruppi di ricerca che mirano a costruire sorgenti di luce che emettono un fotone alla volta, a intervalli di tempo regolari, nel modo più affidabile possibile. In breve, possiamo affermare che le precise statistiche del fotone in un fascio di luce dipendono dal meccanismo della sorgente luminosa.

In sintesi, gli esperimenti ci forzano a concludere che la luce è fatta di fotoni, ma anche che i fotoni non possono essere localizzati nei fasci di luce. Non ha senso parlare della posizione di un fotone in generale; l'idea ha un senso solo in alcune situazioni particolari, e solo approssimativamente come media statistica.

I fotoni sono necessari?

Alla luce dei risultati scoperti finora, la risposta alla domanda di cui sopra è ovvia. Ma la questione è delicata. Nei libri di testo, *l'effetto fotoelettrico* è di solito citata come la prima e più evidente prova sperimentale dell'l'esistenza dei fotoni. Nel 1887, Heinrich Hertz osservò che per alcuni metalli, come il litio o cesio, la luce ultravioletta incidente porta alla carica del metallo. Studi successivi hanno dimostrato l'effetto che la luce provoca emissione di elettroni, e che la energia di espulsione degli elettroni non dipende dall'intensità della luce, ma solo dalla differenza tra $\hbar$ volte la sua frequenza e una energia di soglia dipendente dal materiale. Figure 26 riassume l'esperimento e le misurazioni.

In fisica classica, l'effetto fotoelettrico è difficile da spiegare. Ma nel 1905, Albert Einstein dedusse le misure ipotizzando che la luce è fatta di fotoni di energia $E = \hbar\omega$. Eli immaginò che questa energia venga utilizzata in parte per portare l'elettrone oltre la soglia, e in parte per fornirgli energia cinetica. Più fotoni portano solo più elettroni, non ad elettroni più veloci. Nel 1921, Einstein ricevette il Premio Nobel per la spiegazione dell'effetto fotoelettrico. Ma Einstein era un *genio*: ha dedotto il risultato corretto da un ragionamento un po 'scorretto. Il (piccolo) errore è stato il supporre che un classico, fascio di luce continuo producesse un diverso effetto. In realtà, è facile vedere che un classico, campo elettromagnetico continuo interagente con la materia discreta, fatta

Ref. 22

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

di atomi discreti contenente elettroni discreti, si comporterebbe dando esattamente lo stesso risultato, purché il moto degli elettroni sia descritto dalla teoria quantistica. Alcuni ricercatori confemarono questo all’inizio del XX secolo. L’effetto fotoelettrico per sé *non* implica l’esistenza dei fotoni.

Ref. 23

Infatti, molti ricercatori in passato non erano convinti che l’effetto fotoelettrico dimostrasse l’esistenza dei fotoni. Storicamente, il più importante argomento per la *necessità* dei quanti di luce è stato dato da Henri Poincaré. Nel 1911 e il 1912, all’età di 57 anni e solo pochi mesi prima della sua morte, pubblicò due documenti influenti dimostrando che la legge di radiazione dei corpi neri – in cui il quanto d’azione era stato scoperto da Max Planck – *rechiede* l’esistenza dei fotoni. Egli dimostrò anche che la quantità di radiazione emessa da un corpo caldo è *finita* solo a causa della natura *quantistica* dei processi che portano alla emissione della luce. Una descrizione di questi processi in termini di elettrodinamica classica porterebbe a (quasi) un *infinito* ammontare di quantità di energia irradiata. Poincaré’s I due influenti documenti convinsero la maggior parte dei fisici che valeva la pena di studiare i fenomeni quantistici in modo più dettagliato. Poincaré non conobbe il limite di azione $S \geqslant \hbar$; tuttavia la sua argomentazione è basata sull’osservazione che luce di una data frequenza ha una intensità minima, vale a dire un singolo fotone. Tale fascio di un fotone può essere diviso in due fasci, per esempio utilizzando uno specchio semiriflettente. Tuttavia, nel loro insieme, quei due fasci non contengono più di un singolo fotone.

Ref. 24

Un altro esperimento interessante che richiede fotoni è l’osservazione di ‘molecole di fotoni’. Nel 1995, Jacobson et al. previdero che la lunghezza d’onda di de Broglie di un *pacchetto* di fotoni poteva essere osservata. Secondo la teoria quantistica, la lunghezza d’onda di un pacchetto è data dalla lunghezza d’onda di un singolo fotone diviso per il numero di fotoni nel pacchetto. Il team sosteneva che la lunghezza d’onda del pacchetto avrebbe potuto essere osservata se un tale pacchetto avesse potuto essere diviso e ricombinato senza distruggere la coesione all’interno di esso. Nel 1999, questo effetto è stato infatti osservato da de Pádua e il suo gruppo di ricerca in Brasile. Essi usarono un accurato impianto con un cristallo non lineare per creare quello che chiamarono un *bifotone*, e osservarono le sue proprietà di interferenza, trovando una riduzione della lunghezza d’onda effettiva del fattore previsto di due. Da allora, pacchetti con tre e persino quattro fotoni correlati sono stati creati ed osservati.

Ref. 25

Ref. 26

Ancora un altro argomento per la necessità dei fotoni è il sopra citato rinculo sentito da atomi che emettono luce. Il rinculo misurato in questi casi è meglio spiegato dalla emissione di un fotone in una particolare direzione. Al contrario, l’elettrodinamica classica prevede l’emissione di un’onda sferica, senza direzione preferenziale.

Page 44

Ovviamente, l’osservazione di *luce non classica*, chiamata anche *squeezed light*(luce spremuta), denota anche l’esistenza di fotoni, poiché la luce spremuta dimostra che i fotoni sono davvero un *intrinseco* aspetto della luce, necessari anche quando le interazioni con la materia non giocano alcun ruolo. Lo stesso vale per l’effetto Hanbury Brown–Twiss .

Page 50

Ref. 27

Infine, anche il decadimento spontaneo di stati atomici eccitati richiede l’esistenza di fotoni. Ciò non può essere spiegato da una descrizione continua della luce.

In sintesi, il concetto di fotone è infatti necessario per una precisa descrizione della luce; ma i dettagli sono spesso sottili, poiché le proprietà dei fotoni sono insolite e richiedono un cambiamento nelle nostre abitudini di pensare. Per evitare questi prob-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

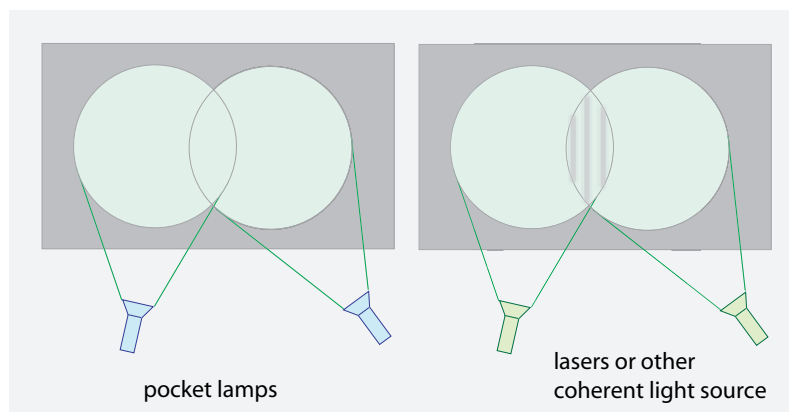



FIGURE 27 Due situazioni in cui la luce attraversa la luce: fonti di luce diverse portano a risultati diversi.

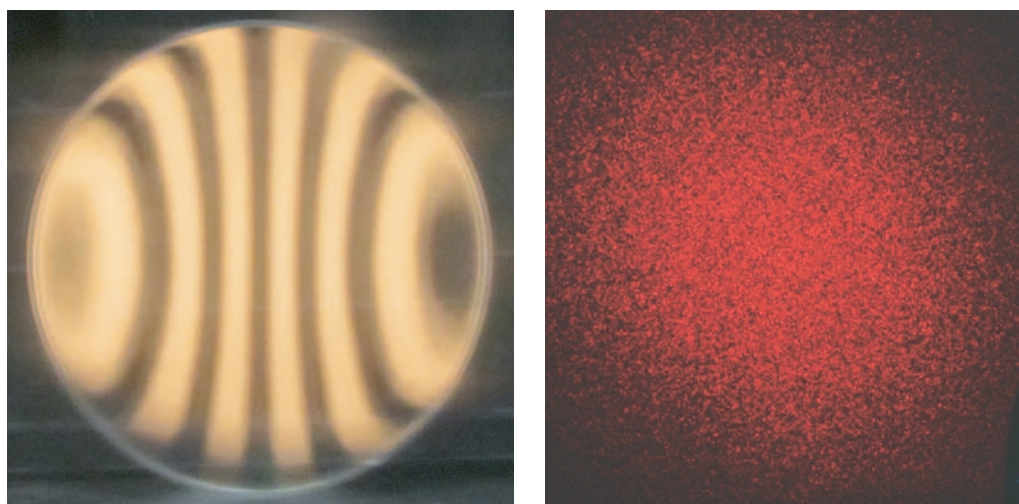



FIGURE 28 Esempi di modelli di interferenza che appare quando fasci di luce coerente si incrociano: l'interferenza prodotta da un telescopio a specchio parabolico fai da te di 27 cm di diametro, e un modello di macchie laser su una superficie ruvida (© Mel Bartels, Epzcaw).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

lemi, la maggior parte dei libri di testo si fermano a discutere i fotoni dopo che arrivano all'effetto fotoelettrico. E' un peccato, perché è solo allora che le cose si fanno interessanti. Riflettete su quanto segue. Ovviamente, tutti i campi elettromagnetici sono fatti di fotoni. Allo stato attuale, i fotoni possono essere contati per raggi gamma, raggi X, luce ultravioletta, luce visibile e luce infrarossa. Tuttavia, per minori frequenze come le onde radio, non sono ancora stati rilevati fotoni. Potete immaginare cosa sarebbe necessario per contare i fotoni emessi da una statione radio? Questo problema conduce direttamente alla domanda più importante di tutte:

Sfida 40 s

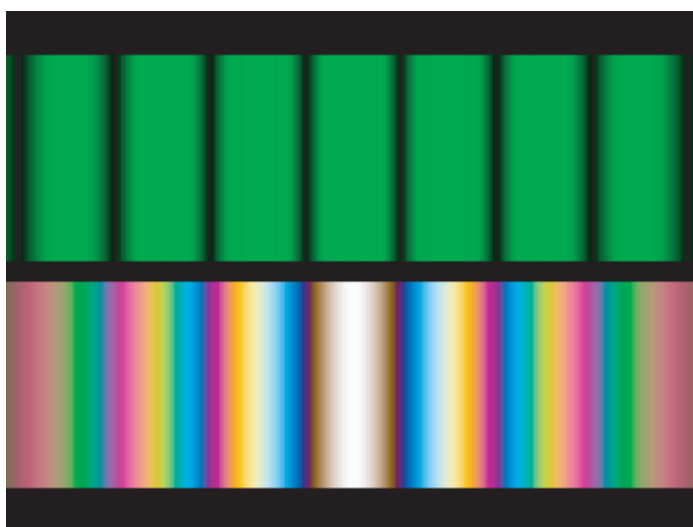



FIGURE 29 In alto: modelli di interferenza calcolati – e indistinguibili da quelli osservati sotto condizioni ideali, “textbook” – prodotte da due strette fessure parallele illuminate con luce verde e con luce bianca. In basso: due fasci Gaussiani che interferiscono ad angolo (© Dietrich Zawischa, Rüdiger Paschotta).

L’interferenza: come può un’onda essere costituita da particelle?

> “Die ganzen fünfzig Jahre bewusster Grübelei haben mich der Antwort auf die Frage ‘Was sind Lichtquanten?’ nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump er wisse es, aber er täuscht sich.”
>
> Albert Einstein, 1951 *

Se un’onda luminosa è fatta di particelle, dobbiamo essere in grado di spiegare ciascuna ed ogni proprietà dell’onda in termini di fotoni. Gli esperimenti di cui sopra già suggeriscono che questo è possibile solo perché i fotoni sono particelle *quantistiche*. Diamo un’occhiata più dettagliata a questo collegamento.

* ‘Cinquant’anni di cosciente rimuginare non mi hanno portato più vicino alla risposta della domanda ‘Cosa sono i quanti di luce ? ’Oggi ogni canaglia pensa di saperlo, ma è sbagliato’. Einstein scrisse questo pochi anni prima della sua morte in una lettera a Michele Besso.

Ref. 28

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

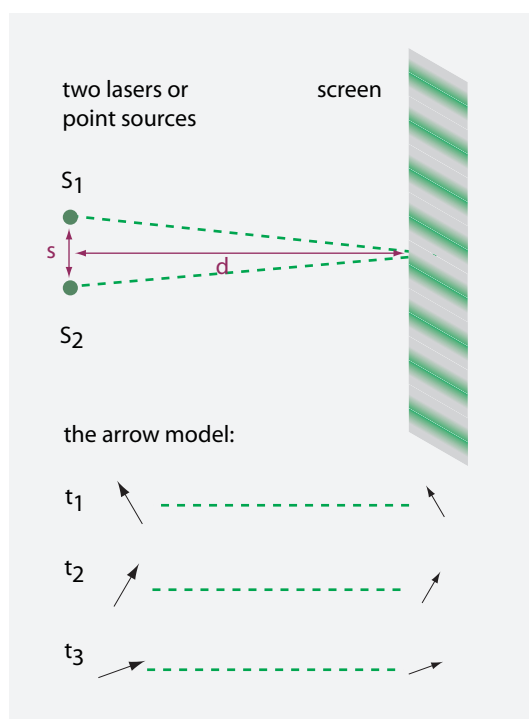



FIGURE 30 Le interferenze e la descrizione della luce con le frecce (a tre istanti di tempo).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

La luce può *incrociare* altra luce indisturbata, per esempio quando i raggi di luce di due lampade tascabili brillano ciascuna attraverso l'altra. Questa osservazione non è difficile da spiegare con i fotoni; poiché i fotoni non interagiscono tra loro, e sono puntiformi, essi non si colpiscono 'mai' a vicenda. Infatti, *c'è* una probabilità positiva estremamente piccola per la loro interazione, come avremo modo di scoprire più tardi, ma questo effetto non è osservabile nella vita quotidiana.

Vol. V, pag. ??

Ma se due fasci di luce *coerente* vale a dire, due fasci di luce di identica frequenza e relazione di fase fissa si incrociano, osserviamo regioni alternativamente luminose e scure: le cosiddette *frange di interferenza*. L'impianto schematico è mostrato in Figure 27. Esempi di effetti di interferenza reale sono dati in Figure 28 e Figure 29. In che modo appaiono queste frange di interferenza ?* Come può essere che i fotoni non vengono rilevati nelle zone buie? Sappiamo già l'unica risposta possibile: la luminosità in un dato luogo corrisponde alla *probabilità* che un fotone arriverà lì. Le frange implicano:

▷ I fotoni si comportano come piccole *frecce*.

Alcuni ulteriori riflessioni conducono alla seguente descrizione:

— La freccia è sempre perpendicolare alla direzione del moto.
— La direzione della freccia rimane fissa nello spazio, quando i fotoni si muovono.
— La lunghezza di una freccia si accorcia con il quadrato della distanza percorsa.

* Se si utilizzano laser, la frangia può essere osservata solo se i due fasci sono derivati da un unico fascio per frazionamento, o se sono usati due costosi laser ad alta precisione. (Perché?)

Sfida 41 s

— *La probabilità di un fotone di arrivare da qualche parte è data dal quadrato di una freccia.*
— *La freccia finale è la* somma *di tutte le frecce che arrivano lì da tutti i possibili percorsi.*
— I fotoni emessi da sorgenti monocromatiche sono emessi con le frecce di lunghezza costante che puntano nella direzione ωt; in altre parole, tali fonti sputano fuori fotoni con una bocca *rotante*.
— I fotoni emessi da sorgenti incoerenti – esempio, sorgenti termiche, come le lampade tascabili – sono emessi con le frecce di lunghezza costante che puntano in direzioni *random*.

Con questo semplice modello* possiamo spiegare il comportamento ondulatorio della luce. In particolare, si possono descrivere le bande di interferenza osservate negli esperimenti laser, come illustrato schematicamente in Figure 30. È possibile verificare che in alcune regioni le due frecce viaggiando attraverso le due fenditure si sommano per dare zero *tutte le volte*. I fotoni non vengono rilevati lì: quelle regioni sono nere. In altre regioni, le frecce si sommanno sempre fino al valore massimo. Queste regioni sono sempre luminose. Regioni intermedie hanno sfumature intermedie. Ovviamente, nel caso delle usuali lampade tascabili, mostrate nel diagramma di sinistra della Figure 27, la luminosità nella regione comune, si comporta anche come ci si aspetta: le medie si sommano semplicemente.

Ovviamente, il modello del fotone implica che un modello di interferenza è costruito come somma di un gran numero di impatti di singoli fotoni. Utilizzando fasci a bassa intensitài, dovremmo quindi essere in grado di vedere come queste piccole macchie lentamente costruiscono un modello di interferenza accumulandosi nelle regioni brillanti e senza mai colpire le regioni scure. Questo è effettivamente il caso, come si è visto in precedenza. Tutti gli esperimenti confermano questa descrizione.

Page 44

In altre parole, l’interferenza è la sovrapposizione di campi di luce coerente o, più in generale, di campi elettromagnetici coerenti. I campi luce coerente hanno specifico, più regolare comportamento di fotone, dei campi di luce incoerenti. Esploreremo i dettagli di statistiche di fotoni in modo più dettagliato a breve.

In sintesi, i fotoni sono particelle quantistiche. Le particelle quantistiche possono produrre modelli di interferenza – e tutti gli altri effetti di onda – quando appaiono in grandi numeri, perché sono descritti da una freccia la cui lunghezza al quadrato dà la probabilità per il suo rilevamento.

Interferenza di un singolo fotone

E’ importante sottolineare che l’interferenza tra due fasci di luce *non* è il risultato di due differenti fotoni che si annullano a vicenda o si sommano assieme. L’annullamento sarebbe contraddire la conservazione dell’energia e della quantità di moto. L’interferenza è un effetto applicabile a ciascun fotone separatamente – come mostrato nella sezione precedente – perché ogni fotone si estende su tutto l’impianto: ogni fotone prende tutti i percorsi possibili. Come Paul Dirac sottolineò:

Ref. 29

* Il modello fornisce una corretta descrizione della luce tranne che trascura la polarizzazione. Per aggiungere la polarizzazione, è necessario combinare le frecce che ruotano nei due sensi attorno alla direzione del moto.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

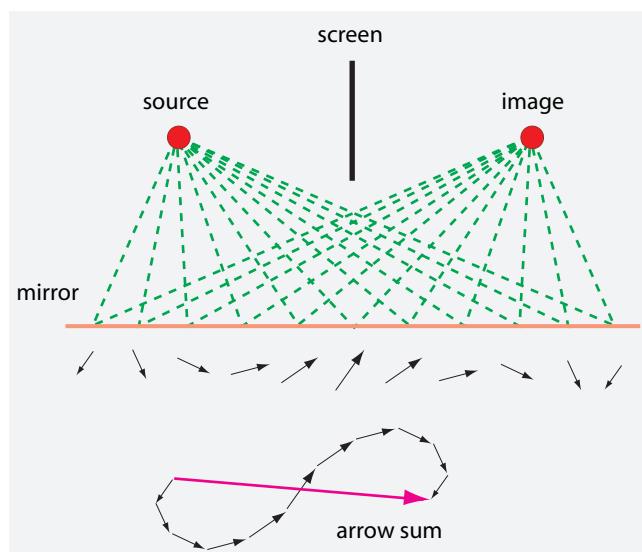



FIGURE 31 La luce riflessa da uno specchio, e le corrispondenti frecce (in un istante di tempo).

▷ Ogni fotone interferisce solo con se stesso.

L'interferenza di un fotone con se stesso si verifica solo perché i fotoni sono quantoni, e non particelle classiche.

L'affermazione spesso citata di Dirac porta ad un famoso paradosso: se un fotone può interfere solo con se stesso, come possono due fasci laser di due laser diversi interferire l'un l'altro? La risposta data dalla fisica quantistica è semplice ma strana: nella regione in cui i fasci interferiscono – come menzionato sopra – è impossibile dire da quale fonte un fotone sia arrivato. I fotoni nella regione di incrocio *non* si può dire che provengano da una fonte specifica. I fotoni, anche nella regione di interferenza, sono quantoni, e quindi interferiscono solo con sè stessi.

Page 52

Un'altra descrizione della situazione è la seguente:

▷ Un fotone interferisce solo all'interno del suo volume di coerenza. E in quel volume, è impossibile distinguere i fotoni.

Nel volume di coerenza formato dalla coerenza longitudinale e trasversale – a volte chiamato anche *spazio delle fasi* – non possiamo dire completamente che la luce è un flusso di fotoni, perché un flusso non può essere definito in esso. Nonostante le regola affermi il contrario, l'affermazione di Dirac è corretta, come vedremo in seguito. Si tratta di una strana conseguenza del quanto di azione.

Page 100

Riflessione e diffrazione dedotte dalle frecce di fotoni

Le onde mostrano anche *diffrazione*. La diffrazione è il cambiamento di direzione di propagazione della luce o di qualsiasi altra onda vicino ai confini. Per capire questo fenomeno con i fotoni, cominciamo con un semplice specchio, e studiamo prima la *riflessione*. I fotoni (come tutte le particelle quantistiche) si muovono dalla sorgente al

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

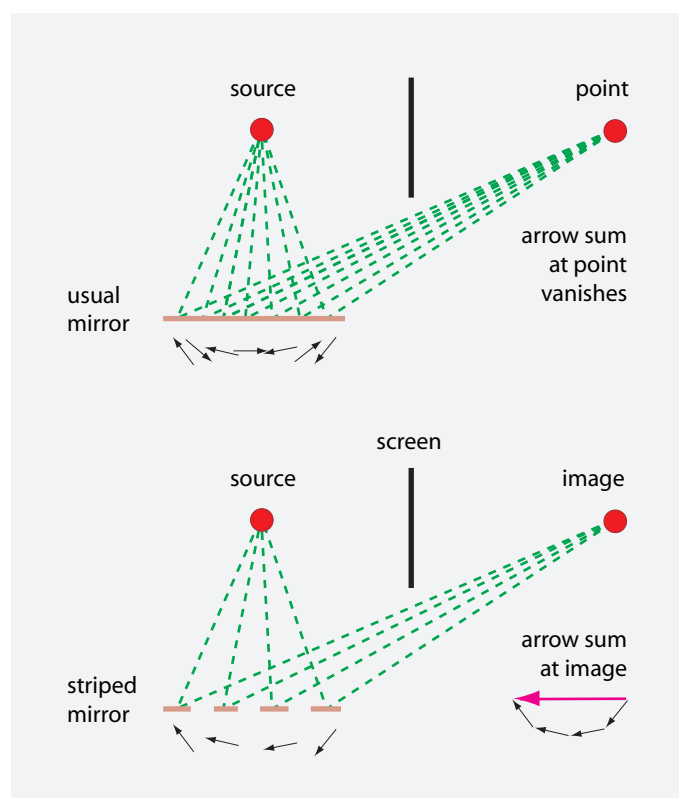



FIGURE 32 La luce riflessa da uno specchio messo male e da un reticolo.

rivelatore da *tutti* i possibili percorsi. Poiché Richard Feynman,* che ha scoperto questa spiegazione, amava sottolineare, il termine 'tutti' deve essere preso alla lettera. Ciò non è un grosso problema nella spiegazione dell'interferenza. Ma per capire uno specchio, dobbiamo includere tutte le possibilità, comunque pazze sembrino, come mostrato in Figure 31.

Come detto sopra, una sorgente di luce emette frecce rotanti. Per determinare la probabilità che la luce arrivi ad una certa posizione all'interno dell'immagine, dobbiamo aggiungere tutte le frecce che arrivano allo stesso tempo in quella posizione. Per ciascun percorso, l'orientamento della freccia verso l'immagine viene mostrata – solo per co-

* Richard ('Dick') Phillips Feynman (b. 1918 New York City, d. 1988), fisico, è stato uno dei fondatori della elettrodinamica quantistica. Scoprì anche la riformulazione della 'somma delle storie' della teoria dei quanti, dando importanti contributi alla teoria delle interazioni deboli e alla gravità quantistica, e coautore di un famoso libro di testo, il *Feynman Lectures on Physics*, ora online all'indirizzo http://www.feynmanlectures.info. Fu uno di quei fisici teorici che hanno fatto la loro carriera principalmente eseguendo calcoli complessi - ma fece marcia indietro con l'età, con più successo nei suoi insegnamenti e libri di fisica, che vale la pena di leggere tutti. Egli si dedicò profondamente alla fisica e alla elargizione di conoscenza, e fu un collezionista di spiegazioni fisiche sorprendenti. Fu d'aiuto nella costruzione della bomba atomica, ha scritto documenti nei topless bar, evitato di prendere qualsiasi responsabilità professionale, ed era notoriamente arrogante e irrispettoso dell'autorità. Ha scritto diversi libri popolari sui fatti della sua vita. Anche se ha cercato di superare il genio di Wolfgang Pauli per tutta la vita, non è riuscito in questa impresa. Ha condiviso il Premio Nobel per la Fisica nel 1965 per il suo lavoro in elettrodinamica quantistica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

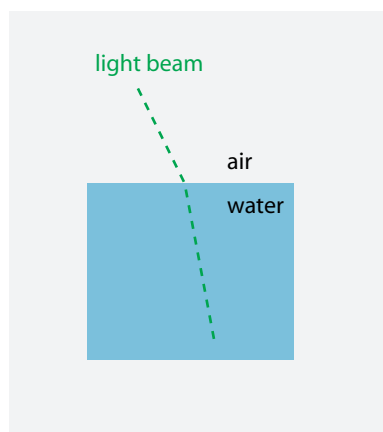



FIGURE 33 Se la luce fosse fatta di piccole pietre, si dovrebbero muovere più velocemente in acqua.

modità – sotto il segmento corrispondente dello specchio. L'angolo e la lunghezza della freccia che arriva dipende dal percorso. Si noti che la somma di tutte le frecce non si annulla: la luce effettivamente arriva all'immagine. Inoltre, il più grande contributo deriva dai percorsi vicino al centro. Se dovessimo effettuare lo stesso calcolo per un'altra posizione dell'immagine, non otterremmo (quasi) luce là.

In breve, la regola che la riflessione si verifica con l'angolo in entrata pari all'angolo di uscita è un'approssimazione, seguendo il modello freccia della luce. Infatti, un calcolo dettagliato, con più frecce, mostra che l'approssimazione è abbastanza precisa: gli errori sono molto più piccoli della lunghezza d'onda della luce.

La prova che la luce segue effettivamente tutti questi strani percorsi è data da uno specchio più specializzato. Come mostrato in Figure 32, possiamo ripetere l'sperimento con uno specchio che riflette solo lungo determinate bande. In questo caso, le bande sono state accuratamente scelte in modo che le corrispondenti lunghezze di percorso portino a frecce con una polarizzazione in una direzione, e cioè verso sinistra. Inoltre la freccia mostra ora che tale specchio specializzato – solitamente chiamato *grating* – permette alla luce di essere riflessa in direzioni insolite. Infatti, questo comportamento è standard per le onde: si chiama *diffrazione*. In breve, il modello freccia per fotoni ci permette di descrivere questa struttura ondulatoria della luce, a condizione che i fotoni seguano il 'pazzo' schema di probabilità. Non vi arrabbiate! Come si è detto in precedenza, la teoria quantistica è la teoria per pazzi.

Potreste verificare che il modello freccia, con le approssimazioni che esso genera sommando su tutti i percorsi possibili, assicura automaticamente che il quanto d'azione è infatti l'azione più piccola che può essere osservata.

Sfida 42 s

Rifrazione e riflessione parziali di fotoni freccia

Tutte le onde hanno una *velocità di segnale*. La velocità di segnale dipende anche dal mezzo in cui si propagano. Di conseguenza, le onde mostrano *rifrazione* quando si muovono da un mezzo ad un altro con velocità di segnale diverso. È interessante notare che l'ingenua immagine particellare dei fotoni come piccole pietre implicherebbe che la luce è più veloce in materiali con elevati indici di rifrazione: i cosiddetti mater-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Sfida 43 f
iali *densi*. (See Figure 33.) Potete confermarlo? Tuttavia, gli esperimenti mostrano che la luce in materiali densi si muove più *lentamente*. L'immagine onda non ha difficoltà a spiegare questa osservazione. (Potete confermarlo?) Storicamente, questo è stato uno degli argomenti *contro* la teoria delle particelle di luce. Al contrario, il modello freccia della luce presentato sopra è in grado di spiegare la rifrazione correttamente. Non è difficile: provate.

Sfida 44 f

Sfida 45 f

Le onde anche *riflettono parzialmente* da materiali come il vetro. Questo è una delle proprietà onda più difficili da spiegare con i fotoni. Ma è uno dei pochi effetti che *non* è spiegato dalla classica teoria ondulatoria della luce. Tuttavia, essa *è* spiegata dal modello freccia, come scopriremo. La riflessione parziale conferma le prime due regole del modello freccia. La riflessione parziale mostra che i fotoni infatti si comportano in modo *random*: alcuni sono riflessi e altri non lo sono, senza alcun criterio di selezione. La distinzione è puramente statistica. Maggiori informazioni su questo problema a breve.

Page 61

Dai fotoni alle onde.

Nelle onde, i campi *oscillano nel tempo e nello spazio*. Un modo per mostrare come le onde possono essere fatte di particelle è quello di mostrare come costruire una sinusoide utilizzando un gran numero di fotoni. Un'onda sinusoidale è uno stato coerente di luce. Il modo di costruirla è stato spiegato in dettaglio by Roy Glauber. Infatti, per costruire un'onda sinusoidale pura, abbiamo bisogno di una sovrapposizione di un fascio con un fotone, un fascio con due fotoni, un fascio con tre fotoni, e così via. Insieme, danno una perfetta onda sinusoidale. Come previsto, il numero di fotoni oscilla al più alto grado possibile.

Ref. 30

Se ripetiamo il calcolo per fasci non ideali, troviamo che la relazione di indeterminazione per l'energia e il tempo viene rispettata: ogni fascio emesso possederà una certa larghezza spettrale. La luce puramente monocromatica non esiste. Allo stesso modo, nessun sistema che emette un'onda *random* è in grado di produrre un'onda monocromatica. Tutti gli esperimenti confermano questi risultati.

Inoltre, le onde possono essere *polarizzate*. Finora, abbiamo ignorato questa proprietà. Nel disegno dei fotoni, la polarizzazione è il risultato della accurata sovrapposizione di fasci di fotoni che girano in senso orario e antiorario. Infatti, sappiamo che la polarizzazione lineare può essere vista come un risultato della sovrapposizione di luce polarizzata circolarmente di entrambi i segni, utilizzando la fase corretta. Quella che sembrava una curiosità in ottica classica si è rivelata essere una fondamentale giustificazione per la teoria quantistica.

Infine, i fotoni sono *indistinguibili*. Quando due fotoni dello stesso colore si incrociano, non c'è modo di dire in seguito chi dei due è chi. Il quanto d'azione rende questo impossibile. La indistinguibilità dei fotoni ha una conseguenza interessante. E' impossibile dire quale fotone emesso corrisponde al fotone che arriva. In altre parole, non vi è alcun modo per seguire il percorso di un fotone, come siamo abituati a seguire il percorso di una palla da biliardo. I fotoni sono davvero indistinguibili. Inoltre, l'esperimento di Hanbury Brown e Twiss implica che i fotoni sono bosoni. Scopriremo maggiori dettagli circa l'indistinguibilità specifica dei bosoni in seguito.

Page 54
Ref. 31
Page 113

In sintesi, troviamo che le onde luminose *possono* effettivamente essere descritte come costituite di particelle. Tuttavia, questo è corretto solo a condizione che i *fotoni*

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

— non sono esattamente numerabili - mai con una precisione migliore di $\sqrt{N}$,
— non sono localizzabili - mai con una precisione migliore della lunghezza di coerenza,
— non hanno dimensioni, alcuna carica e senza massa a (riposo),
— mostrano una fase che aumenta di ωt, cioè, come il prodotto di frequenza e tempo,
— hanno spin 1,
— alla stessa frequenza sono bosoni indistinguibili – all'interno di un volume di coerenza,
— possono prendere qualsiasi percorso di sorta – finché consentito dalle condizioni al contorno,
— non hanno origine distinguibile, e
— hanno una probabilità di rilevamento data dal quadrato della somma delle ampiezze* per tutti i percorsi consentiti portano al punto di rilevamento.

In altre parole, la luce può essere descritta come fatta da particelle *solamente* se queste particelle hanno speciali, proprietà *quantistiche* Queste proprietà quantistiche differiscono da particelle comuni e permettono ai fotoni di comportarsi come onde ogni volta che sono presenti in grande numero.

Può la luce muoversi più velocemente della luce? – Fotoni reali e virtuali

Nel vuoto, la luce può muoversi più velocemente di c, come e più lenta di c. Il principio quantistico fornisce i dettagli. Finché questo principio è seguito, la velocità di un breve lampo di luce può differire – anche se solo per una piccola quantità – dal valore 'ufficiale'. Potete stimare la differenza nel tempo di arrivo permessa per una luce lampeggiante proveniente dalla notte dei tempi?

Sfida 46 na

La descrizione freccia dei fotoni dà lo stesso risultato. Se prendiamo in conto la folle possibilità che i fotoni possano muoversi con qualsiasi velocità, troviamo che tutte le velocità molto diverse da c si annullano. L'unica variazione che rimane, tradotta in distanze, è l'indeterminazione di circa una lunghezza d'onda in direzione longitudinale, che abbiamo menzionato sopra.

Sfida 47 na

In breve, la luce, o fotoni reali, può effettivamente muoversi più veloce della luce, anche se solo di una quantità consentita dal quanto di azione. Per le situazioni di tutti i giorni, cioè, per alti valori dell'azione, tutti gli effetti quantistici in media, inclusa la luce e fotoni hanno velocità diverse da c.

Non solo la posizione, ma anche l'energia di un singolo fotone può essere indefinita. Ad esempio, alcuni materiali dividono un fotone di energia $\hbar\omega$ in due fotoni, le cui due energie si sommano fino a quella originale. La meccanica quantistica implica che il partizionamento di energia è noto solo quando l'energia di uno dei due fotoni è misurato. Solo in quell'istante l'energia del secondo fotone è nota. Prima della misurazione, entrambi i fotoni hanno energie indefinite. Il processo di fissaggio dell'energia ha luogo *istantaneamente*, se il secondo fotone è lontano. Spiegheremo più sotto lo sfondo di questo e simili strani effetti, che *sembrano* essere più veloci della luce. Infatti, nonostante le apparenze, queste osservazioni*non* coinvolgono trasmissione di energia o di informazioni più veloci della luce.

Ref. 32
Page 156
Sfida 48 s

* L'ampiezza di un campo di fotoni, tuttavia, non può e non deve essere identificata con la funzione d'onda di ogni particella massiccia di spin 1.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Più bizzarre conseguenze del quanto d'azione appaiono quando studiamo i campi elettrici *statici*, come il campo intorno ad una sfera metallica caricata. Ovviamente, un tale campo deve essere fatto di fotoni. Come fanno a muoversi? Si scopre che i campi elettrici statici sono fatti di fotoni *virtuali* I fotoni virtuali sono fotoni che non appaiono come particelle libere: appaiono solo per un tempo estremamente breve prima di scomparire di nuovo. Nel caso di campi elettrici statici, essi sono polarizzati *longitudinalmente*, e non trasportano energia. I fotoni virtuali, come altre particelle virtuali, sono 'ombre' di particelle che obbediscono

$$\Delta x \Delta p \leqslant \hbar/2 \; . \tag{14}$$

Piuttosto che obbedire alla solita relazione di indeterminazione, obbediscono alla relazione opposta, che esprime la loro brevissima apparizione. Nonostante la loro vita intrinsecamente breve, e nonostante l'impossibilità di rilevarli direttamente, le particelle virtuali hanno effetti importanti. Noi li esploreremo dettagliatamente a breve.

Page 199

InfattI, il vettore potenziale A permette *quattro* polarizzazioni, corrispondenti alle quattro coordinate (t,x,y,z). Si scopre che nei fotoni di cui di solito si parla – i *fotoni reali* o liberi – la polarizzazioni nelle direzioni t e z si annullano, in modo che si osservano solo le polarizzazioni x e y negli esperimenti reali.

Per fotoni legati o *virtuali* la situazione è diversa. Tutte e quattro le polarizzazioni sono possibili. Infatti, le polarizzazioni z e t dei fotoni virtuali – che non appaiono per fotoni reali, vale a dire, per i fotoni liberi – sono quelle che possiamo dire di essere gli elementi costitutivi dei campi magnetici ed elettrici *statici*.

In altre parole, i campi elettrici e magnetici statici sono flussi continui di fotoni virtuali. In contrasto con i fotoni reali, i fotoni virtuali possono avere una massa, possono avere direzione di spin che non puntano lungo il percorso del moto, e possono avere quantità di moto opposta alla loro direzione di moto. Scambio di fotoni virtuali porta alla *attrazione* dei corpi di diversa carica. Infatti, i fotoni virtuali appaiono *necessariamente* in qualsiasi descrizione delle interazioni elettromagnetiche. Più tardi parleremo dei loro ulteriori effetti – tra cui la famosa attrazione di corpi neutri.

Vol. V, pag. ??

Vol. II, pag. ??

Abbiamo già visto prima che i fotoni virtuali, per esempio quelli che sono necessari per descrivere collisioni di cariche, devono potersi muovere con velocità superiori a quella della luce. Questa descrizione è richiesta al fine di garantire che la velocità della luce rimanga un limite in tutti gli esperimenti.

In sintesi, potrebbe essere intrigante notare che i fotoni virtuali, in contrasto con i fotoni reali, non sono vincolati dalla velocità della luce; ma è anche giusto dire che i fotoni virtuali si muovono più veloci della luce solo in un senso *formale*.

Indeterminazione dei campi elettrici

Abbiamo visto che il quanto di azione implica una indeterminazione per la intensità della luce. Dal momento che la luce è un'onda elettromagnetica, questa indeterminazione implica simili, separati limiti per campi elettrici e magnetici ad una dato punto nello spazio. Questa conclusione fu prima disegnata nel 1933 da Bohr e Rosenfeld. Essi iniziarono dagli effetti dei campi su una particella di prova di massa m e carica q, che sono descritti da:

Ref. 33

$$m\boldsymbol{a} = q\,(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{b}) \; . \tag{15}$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

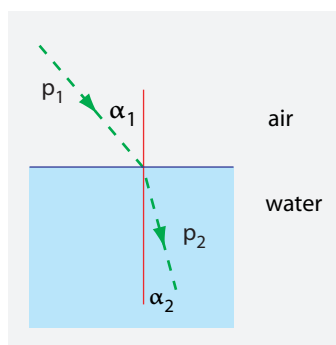



FIGURE 34 Rifrazione e fotoni.

Poiché è impossibile misurare sia la quantità di moto e la posizione di una particella, dedussero una indeterminazione per il campo elettrico, proposta da

Sfida 49 na

$$\Delta E = \frac{\hbar}{q \, \Delta x \, t} \, , \tag{16}$$

dove t è il tempo di misura e Δx è la indeterminazione della posizione. Così ogni valore di un campo elettrico, e similmente di un campo magnetico, possiede una indeterminazione. Lo stato del campo elettromagnetico si comporta come lo stato della materia in questo senso: entrambi seguono un relazione indeterminazione.

Curiosità e divertenti sfide su fotoni

Si può spiegare la rifrazione con i fotoni?Newton non fu in grado di farlo, ma oggi possiamo. Nella rifrazione su una superficie orizzontale, come mostrato in Figure 34, la situazione è traslazionalmente invariante lungo la direzione orizzontale. Pertanto, la componente della quantità di moto lungo questa direzione si conserva: $p_1 \sin \alpha_1 = p_2 \sin \alpha_2$. L'energia del fotone $E = E_1 = E_2$ è ovviamente conservata. L'indice di rifrazione n è definito in termini di quantità di moto ed energia come

$$n = \frac{cp}{E} \, . \tag{17}$$

Sfida 50 f

La 'legge 'di rifrazione segue:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n \, . \tag{18}$$

La relazione è conosciuta fin dal medioevo.

Vi è un'importante questione qui. In un materiale, la velocità di un fotone $v = \delta E / \delta p$ in un raggio di luce *differisce* dalla velocità di fase $u = E/p$ che entra nel calcolo. In sintesi, all'interno della materia, il concetto di fotone deve essere usato con estrema cautela.

* *

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 35 Le sfumature blu del cielo ed i colori delle nuvole sono dovute a vari gradi di dispersione Rayleigh, di Mie e Tyndall (© Giorgio di Iorio).

Se un'onda elettromagnetica ha un'ampiezza A, la densità di fotoni d è

$$d = \frac{A^2}{\hbar\omega} . \tag{19}$$

Sfida 51 na

Potete dimostrarlo?

* *

Sfida 52 f

Dimostrare che per un impulso laser nel vuoto, il volume di coerenza aumenta durante la propagazione, mentre il volume occupato nello spazio delle fasi rimane costante. La sua entropia è costante, poiché il suo percorso è reversibile.

* *

Sfida 53 s

Un effetto tipico delle 'leggi' quantistiche è il colore giallo delle lampade utilizzato per l'illuminazione stradale nella maggior parte delle città. Emettono pura luce gialla di (quasi) una singola frequenza; questo è il motivo per cui nessun altro colore possa essere distinto alla loro luce. Secondo l'elettrodinamica classica, le armoniche di tale frequenza della luce dovrebbero essere emesse. Gli esperimenti mostrano, tuttavia, che questo non è il caso; l'elettrodinamica classica è quindi sbagliata. È corretto questo ragionamento?

* *

Cosa succede ai fotoni che colpiscono un oggetto, ma non vengono assorbiti o trasmessi? In generale, sono diffusi. Lo *Scattering* è il nome per qualsiasi processo che cambia il moto della luce (o di qualsiasi altra onda). I dettagli del processo di diffusione dipendono dall'oggetto; alcuni processi di diffusione cambiano solo la direzione del moto,

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 3 Tipi di diffusione della luce.

Tipo di diffusione	Diffusore	Dettagli	Examples
Diffusione di Rayleigh	atomi, molecole	elastico, l'intensità cambia di $1/\lambda^4$, diffusori più piccoli di $\lambda/10$	cielo blu, cielo rosso di sera, fumo di sigaretta blu
Diffusione di Mie	oggetti trasparenti, goccioline	elastico, l'intensità cambia di $1/\lambda^{0.5}$ to $1/\lambda^2$, dimensione diffusore attorno λ	cielo blu, serete rosse, monti distanti blu
Diffusione geometrica	edges	elastico, dimensione diffusore più grande di λ	meglio chiamata *diffrazione*, usata nell'interferenza
Diffusione di Tyndall	oggetti non trasparenti	elastico, angolo debolmente o no dipendente dalla lunghezza d'onda	smog, nuvole bianche, nebbia, fumo di sigaretta bianco
Diffusione di Smekal–Raman	atomi eccitati, molecole	inelastico, la luce guadagna energia	usato in indagini lidar dell'atmospfera
Diffusione inversa di Raman	atomi, molecole	inelastico, la luce perde energia	usata nella ricerca sui materiali
Diffusione di Thomson	elettroni	elastico	usata per la determinazione della densità dell'elettrone
Diffusione di Compton	elettroni	inelastico, i raggi X perdono energia	prove su natura particellare luce (see page 47)
Diffusione di Brillouin	fononi acustici, variazione di densità nei solidi/fluidi	inelastico, scorrimento di frequenza di pochi GHz	usata per studiare fononi e per diagnosticare fibre ottiche
Di Von Laue o diffusione a raggi X	solidi cristallini	elastico, dovuta ad interferenza ai piani dei cristalli	usata per determinare la struttura dei cristalli; chiamata anche *diffrazione di Bragg*

altri cambiano anche la frequenza. Table 3 fornisce una panoramica dei processi dello diffusione della luce.

Tutte le proprietà di diffusione dipendono dal materiale che produce la deflessione di luce. Tra gli altri, lo studio di processi di dispersione spiega molti colori di materiali trasparenti, come si vedrà di seguito.

Page 175

Notiamo che la curvatura della luce terrestre non è chiamata dispersione. Perché no?

Sfida 54 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

UNA SINTESI SULLA LUCE: PARTICELLA ED ONDA

In sintesi, la luce è un flusso di quanti di luce o fotoni. Un singolo fotone è la più piccola possibile intensità luminosa di un determinato colore. I fotoni, come tutti i quantoni, sono molto diversi dalle particelle di tutti i giorni. In realtà, siamo in grado di sostenere che gli unici aspetti di particelle (classiche) dei fotoni sono le loro energie quantizzate, la quantità di moto e lo spin. In tutti gli altri aspetti, i fotoni *non* sono come piccole pietre. I fotoni si muovono alla velocità della luce. I fotoni non possono essere localizzati nei fasci di luce. I fotoni sono indistinguibili. I fotoni sono bosoni. I fotoni non hanno massa, alcuna carica e nessuna dimensione. È più esatto dire che *i fotoni sono dispositivi di calcolo per descrivere con precisione le osservazioni circa la luce*. Ref. 36

Le strane proprietà dei fotoni sono la ragione per cui i precedenti tentativi di descrivere la luce come un flusso di particelle (classiche), come il tentativo di Newton, fallito miseramente, e che fu giustamente deriso da altri scienziati. Infatti, Newton sostenne la sua teoria contro tutte le prove sperimentali – soprattutto per quanto riguarda le proprietà di onda della luce – che è qualcosa che un fisico non avrebbe mai dovuto fare. Solo dopo che la gente aveva accettato che la luce è un'onda, e poi scoperto e capito che le particelle quantistiche sono fondamentalmente diverse dalle particelle classiche, la descrizione dei quantoni ebbe successo.

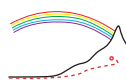
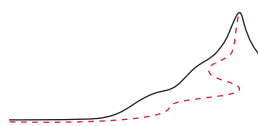
Il quanto d'azione implica che *tutte le onde sono flussi di quantoni*. In realtà, tutte le onde sono flussi *correlati* di quantoni. Questo è vero per la luce, per qualsiasi altra forma di radiazione, e per tutte le forme di onde di materia.

I rapporti di indeterminazione dimostrano che anche un solo quantone può essere considerato un'onda; tuttavia, ogni volta che interagisce con il resto del mondo, si comporta come una particella. Infatti, è *essenziale* che tutte le onde siano fatte di quantoni: se non lo fossero, allora le interazioni sarebbero non locali, e gli oggetti non potrebbero essere localizzati affatto, contrariamente all'esperienza.

Per decidere se l'onda o la descrizione particellare sia più appropriata, si possono utilizzare i seguenti criteri. Ogni volta che la materia e la luce interagiscono, è più appropriato descrivere la radiazione elettromagnetica come un'onda se la lunghezza d'onda λ soddisfa

$$\lambda \gg \frac{\hbar c}{kT} , \qquad (20)$$

dove $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K è la costante di Boltzmann. Se la lunghezza d'onda è *minore* rispetto alla quantità sul lato destro, la descrizione particellare è più appropriata. Se i due lati sono dello stesso ordine di grandezza, entrambe le descrizioni giocano un ruolo. Potete spiegare il criterio? Sfida 55 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 3

IL MOTO DELLA MATERIA - OLTRE LA FISICA CLASSICA

> Tutte le grandi cose iniziano come bestemmie.
> George Bernard Shaw

L' esistenza di una più piccola azione ha numerosi importanti conseguenze per il moto della materia. Si comincia con un paio di risultati sperimentali che mostrano che il quanto d'azione è infatti la più piccola azione misurabile, anche nel caso della materia. Poi si dimostra che il quanto di azione implica l'esistenza di una fase e quindi delle proprietà di onda della materia. Infine, dal quanto di azione, si deduce per il moto della materia la stessa descrizione che abbiamo già trovato per la luce: la particelle della materia si comportano come frecce in rotazione.

Bicchieri di vino, matite e atomi – niente quiete

> Otium cum dignitate.*
> Cicero, *De oratore*.

Se il quanto d'azione è il più piccolo cambiamento osservabile in un sistema fisico, allora due osservazioni dello stesso sistema devono sempre differire. Quindi non ci può essere quiete perfetta in natura. È vero? Gli esperimenti dimostrano che questo è davvero il caso.

Una semplice conseguenza della mancanza di quiete perfetta è l'impossibilità di riempire completamente un bicchiere di vino. Se chiamiamo un bicchiere alla massima capacità (inclusi gli effetti di tensione superficiale, per rendere l'argomento preciso) 'pieno ', si vede subito che la situazione richiede che la superficie del liquido sia completamente a riposo. Ma una superficie completamente in quiete ammetterebbe due osservazioni successive che differiscono meno di $\hbar$. Potremmo cercare di ridurre tutti i movimenti, riducendo la temperatura del sistema. Ma quiete assoluta implicherebbe raggiungere la temperatura dello zero assoluto. Gli esperimenti dimostrano che questo è impossibile. (In effetti, questa impossibilità, la cosiddetta *terza 'legge' della termodinamica*, è equivalente alla esistenza di un quanto d'azione.) *Non c'è quiete in natura.* In altre parole, il quanto di azione dimostra la vecchia verità che un bicchiere di vino è sempre *parzialmente vuoto* e parzialmente pieno.

L'assenza di quiete microscopica, prevista dal quanto di azione, è confermata in molti esperimenti. Ad esempio, una matita in piedi sulla punta *non può* rimanere verticale,

* 'Quiete con dignità.'

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

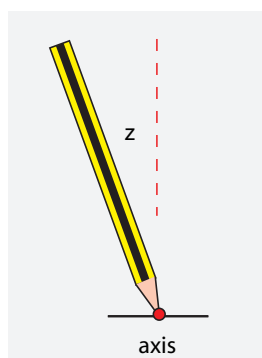



FIGURE 36 Una matita che cade.

come mostrato in Figure 36, anche se è isolata da tutti i disturbi, quali vibrazioni, molecole di aria e moto termico. Questa – certamente molto accademica – conclusione deriva dal relazione di indeterminazione. In realtà, è anche possibile calcolare il tempo dopo cui una matita *deve* cadere.

Sfida 56 d

In pratica, tuttavia, le matite cadono molto prima, perché i disturbi non possono essere rimossi.

Ma la più importante conseguenza della mancanza di quiete è un'altra. L'assenza di quiete per gli elettroni all'interno degli atomi impedisce loro di cadere sui nuclei, nonostante la loro attrazione reciproca. In breve, l'esistenza e la dimensioni degli atomi, e quindi di tutta la materia, è una conseguenza diretta della mancanza di quiete microscopica! Esploreremo questo in dettaglio sotto Poiché siamo fatti di atomi, possiamo dire: esistiamo e viviamo solo a causa del quanto di azione.

Page 79

Nessuna infinita precisione

Il quanto di azione impedisce l'osservazione di quiete in molti modi. Al fine di verificare se un oggetto è in quiete, abbiamo bisogno di osservare la sua posizione con alta precisione. A causa delle proprietà di onda della luce, abbiamo bisogno di un fotone ad alta energia: solo un fotone ad alta energia ha una piccola lunghezza d'onda e quindi permette una misurazione precisa della posizione. Come risultato di questa alta energia, tuttavia, l'oggetto è disturbato. Peggio ancora, la perturbazione stessa non è precisamente misurabile; quindi non c'è modo per determinare la posizione originale anche prendendo in considerazione il disturbo. In breve, la quiete perfetta non può essere osservata anche in linea di principio.

Infatti, tutti gli esperimenti in cui i sistemi sono stati osservati con elevata precisione confermano che la quiete perfetta non esiste. L'assenza di quiete è stata confermata per elettroni, neutroni, protoni, ioni, atomi, molecole, condensati atomici, cristalli, e oggetti con una massa fino ad una tonnellata, come usato in alcuni rivelatori di onde gravitazionali. Nessun oggetto è mai in quiete.

Lo stesso argomento mostra anche che nessuna misura, di qualsiasi osservabile, può mai essere eseguita con precisione infinita. Questo è un'altra conseguenza di vasta portata del quanto d'azione.

Il Monte del Moto   copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015   file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Gas freddi

Il quanto di azione implica che la quiete è impossibile in natura. Infatti, anche a temperature estremamente basse, tutte le particelle all'interno della materia sono in movimento. Questa fondamentale mancanza di quiete si dice che sia dovuta alle cosiddette *fluttuazioni di punto-zero*. Un buon esempio è fornito dalla recenti misure di condensato di Bose – Einstein. Sono gas intrappolati, con un piccolo numero di atomi (tra dieci e alcuni milioni), raffreddati a temperature estremamente basse (intorno 1 nK). Questi gas freddi possono essere osservati con grande precisione. Utilizzando elaborate tecniche sperimentali, il condensato di Bose - Einstein può essere messo in stati per i quali $\Delta p \Delta x$ è quasi esattamente uguale a $\hbar/2$ - anche se mai inferiore a questo valore. Questi esperimenti confermano direttamente che non c'è quiete, ma una fondamentale *fuzziness* (imprecisione) in natura.

Questo porta ad un interessante puzzle. In un oggetto normale, la distanza tra gli atomi è molto più grande della loro lunghezza d'onda di de Broglie. (Potete confermarlo?) Ma oggi è possibile raffreddare oggetti a temperature estremamente basse. A temperature sufficientemente basse, inferiori a 1 nK, la lunghezza d'onda degli atomi può essere più grande della loro separazione. Potete immaginare che cosa accade in tali casi?

Sfida 57 s
Ref. 37
Sfida 58 s

Flussi e la quantizzazione della materia

> Die Bewegung ist die Daseinsform der Materie.
> Friedrich Engels, *Anti-Dühring*.*

Non solo il quanto d'azione rende la quiete impossibile, rende anche impossibile qualsiasi situazione che non cambia nel tempo. Gli esempi più importanti di situazioni (apparentemente) stazionarie sono i *flussi*.. Il quanto d'azione implica che *nessun* flusso può essere stazionario. Più precisamente, una piccola azione implica che nessun flusso può essere continuo. Tutti i flussi oscillano e sono fatti di entità più piccole: in natura, tutti i flussi sono costituiti da particelle quantistiche. Abbiamo visto sopra che questo vale per la luce. Due semplici tipi di flusso dalla nostra esperienza quotidiana confermano direttamente questa conseguenza del quanto d'azione: i flussi di fluidi e i flussi di elettricità.

Flussi di fluidi e quantoni

Il flusso di materia espone anche più piccole unità. Abbiamo accennato prima nella nostra avventura che un conseguenza della struttura particellare dei liquidi è che olio o qualsiasi altro liquido liscio produce *rumore* quando attraversa anche il più liscio dei tubi. Abbiamo detto che il rumore che sentiamo nelle nostre orecchie in situazioni di silenzio assoluto – per esempio, in un paesaggio innevato e senza vento in montagna o in una camera anecoica – è dovuto alla granularità del flusso sanguigno nelle vene. Gli esperimenti dimostrano che tutti i flussi di materia producono vibrazioni. Questa è una conseguenza del quanto d'azione, e della risultante granularità della materia.

Vol. I, pag. ??

* 'Motion is matter's way of being.'

Ref. 12

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

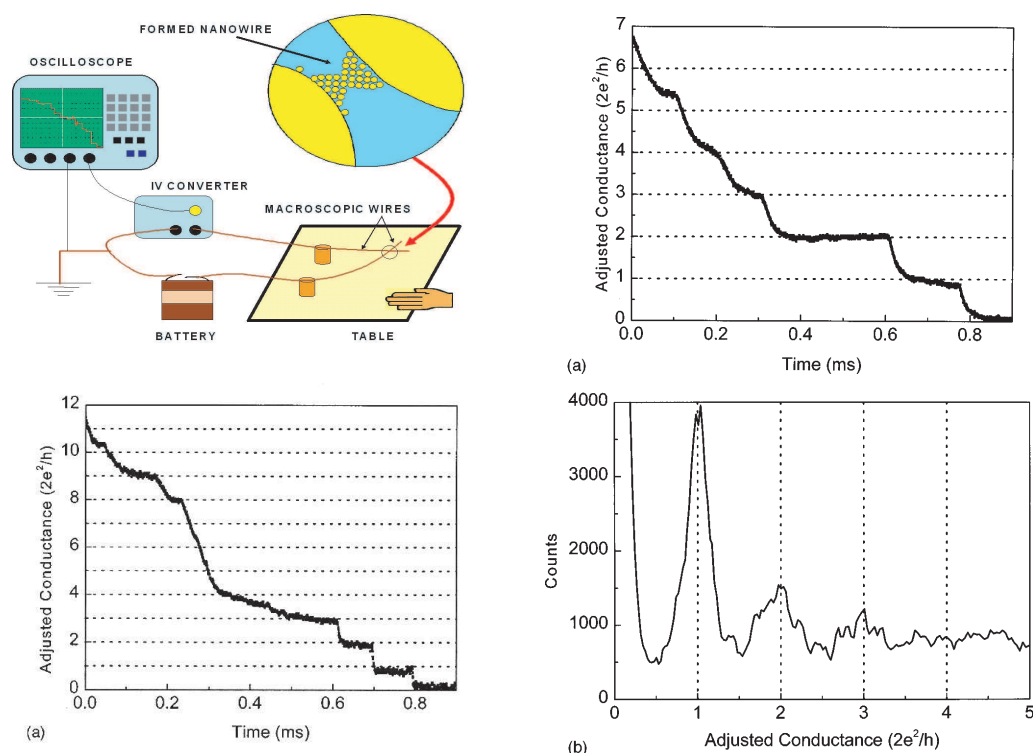



FIGURE 37 Gradini nel flusso di energia elettrica agli incroci di un filo metallico: l'impianto, i nanofili alla base degli effetti, e tre risultati di misura (© José Costa-Krämer,AAPT from Ref. 39).

Bussare sui tavoli e quantizzazione della conducibilità

Se la corrente elettrica fosse un flusso continuo, sarebbe possibile osservare valori d'azione piccoli quanto desiderato. Il più semplice contro-esempio è stato scoperto nel 1996, da José Costa-Krämer ed i suoi colleghi. Hanno messo due fili di metallo sopra l'altro su un tavolo da cucina

Ref. 38, Ref. 39

e collegata una batteria, un convertitore corrente-tensione (o semplicemente un resistore) e un oscilloscopio per essi. Poi hanno misurato la corrente elettrica mentre *bussavano* sul tavolo. Questo è tutto.

Bussare sul tavolo interrompe il contatto tra i due fili. Nell'ultimo millisecondo prima di staccare i fili, la conducibilità elettrica e quindi la corrente diminuivano in step regolari di circa 7 μA, come può facilmente essere visto sul oscilloscopio (vedi Figure 37). Questo semplice esperimento avrebbe potuto battere, se fosse stato eseguito qualche anno prima, un serie di altri esperimenti, enormemente costosi che hanno rilevato questa quantizzazione a costi di diversi milioni di euro ciascuno, utilizzando complessi impianti a temperature estremamente basse.

Infatti, la quantizzazione della conducibilità appare in ogni contatto elettrico con piccola sezione. In tali situazioni il quanto d'azione implica che la conducibilità può essere solo un multiplo di $2e^2/\hbar \approx (12\,906\,\Omega)^{-1}$. Puoi confermare questo risultato? Notate che la conducibilità elettrica che può essere piccola come richiesto; solo la conducibilità elettrica *quantizzata* ha il valore minimo di $2e^2/\hbar$.

Sfida 59 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

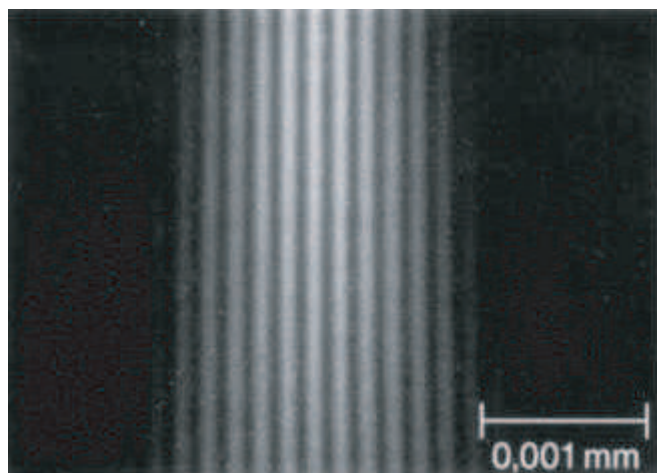



FIGURE 38 Fasci di elettroni diffrangono e interferiscono su più fenditure (© Claus Jönsson).

Molti esperimenti più elaborati confermano l'osservazione di passi di conduttanza. Ci costringono a concludere che esiste una *più piccola carica elettrica* in natura. Questa carica più piccola ha lo stesso valore della carica di un elettrone. Infatti, gli elettroni risultano essere parte di ogni atomo, in una costruzione che sarà spiegata a breve. Nei metalli, un gran numero di elettroni può muoversi liberamente: è per questo che i metalli conducono elettricità così bene e funzionano come specchi.

In breve, la materia e l' energia elettrica fluiscono in unità più piccole. A seconda del materiale, le più piccole unità fluenti della materia possono essere 'molecole ',' atomi », 'ioni 'o' elettroni. Gli elettroni, ioni, atomi e le molecole sono particelle *quantistiche*, o *quantoni*. Il quanto d'azione implica che la materia è fatta di quantoni. I quantoni della materia condividono alcune proprietà con le ordinarie pietre, ma pure differiscono da loro in molti modi. Una pietra ha posizione e quantità di moto, la massa e l'accelerazione, le dimensioni, la forma, la struttura, l'orientamento e momento angolare, e colore. Ora esploriamo ognuna di queste proprietà per i quantoni, e vedere come sono legati al quanto d'azione.

Quantoni di materia e loro moto - onde di materia

Ref. 40

Nel 1923 e 1924, l'influente fisico Louis de Broglie ponderò le conseguenze del quanto d'azione per particelle di materia. Lui sapeva che nel caso della luce, il quanto d'azione connette il comportamento ondulatorio al comportamento delle particelle. Ragione per cui lo stesso dovrebbe valere per la materia. Si rese conto che i flussi di particelle di materia con la stessa quantità di moto dovrebbero comportarsi come onde, proprio come i flussi di quanti di luce fanno. Egli ha quindi previsto che come per la luce, i flussi di materia coerenti dovrebbero avere una lunghezza d'onda e frequenza angolare data da

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad \text{and} \quad \omega = \frac{E}{\hbar} , \tag{21}$$

dove p e E sono la quantità di moto e l'energia, rispettivamente, delle singole particelle.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

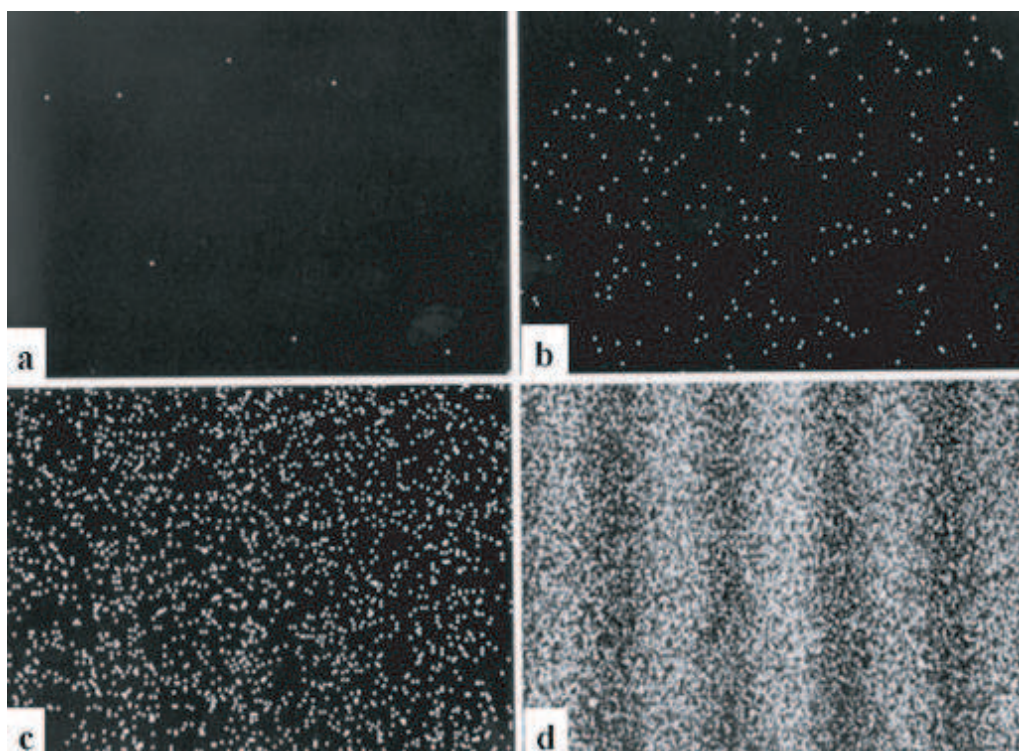



FIGURE 39 Formazione nel tempo del modello di interferenza degli elettroni, qui in un esperimento della doppia fenditura a bassa intensità: (a) 8 elettroni, (B) 270 elettroni, (c) 2000 elettroni, (d) 6000 elettroni, dopo 20 minuti di esposizione. L'ultima immagine corrisponde alla situazione illustrata nella precedente figura. (© Tonomura Akira/Hitachi).

Equivalentemente, possiamo scrivere le relazioni come

$$\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k} \quad \text{and} \quad E = \hbar\omega\ . \tag{22}$$

Tali rapporti affermano che i quantoni di materia si comportano anche come onde.

Subito dopo la previsione di de Broglie, gli esperimenti cominciarono a confermare la dichiarazione. Si è infatti osservato che i flussi di materia possono diffrangere, rifrangere e interferire; le osservazioni coincisero con i valori previsti da de Broglie. A causa della piccolezza della lunghezza d'onda dei quantoni, sono necessari accurati esperimenti per rilevare questi effetti. Ma uno ad uno, tutte le conferme sperimentali delle proprietà d'onda della luce sono state ripetute per i fasci di materia. Ad esempio, come la luce viene diffratta quando passa attorno un bordo o attraverso una feritoia, la materia viene anche diffratta in queste situazioni. Questo è vero anche per gli elettroni, le particelle più semplici di materia, come mostrato in Figure 38. L'esperimento con elettroni è molto difficile. La prima rappresentazione da Claus Jönsson in Tübingen nel 1961; nel 2002 è stato votato l'esperimento più bello in tutta la fisica. Molti anni dopo Jönsson, l'esperimento è stato ripetuto con un microscopio elettronico modificato, come mostrato in Figure 39.

Ref. 41

Ispirati dagli interferometri della luce, i ricercatori hanno iniziato a costruire inter-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

ferometeri della *materia*. Gli Interferometri per la materia sono stati utilizzati in tante belle esperienze, come avremo modo di scoprire. Oggi, gli interferometri della materia lavorano con fasci di elettroni, nucleoni, ioni, atomi, o anche molecole di grandi dimensioni . Proprio come le osservazioni di interferenza della luce dimostrano il carattere di onda della luce, così i modelli di interferenza osservati con fasci di materia dimostrano il carattere di onda della materia.

Vol. V, pag. ??
Ref. 42
Vol. III, pag. ??

Come la luce, la materia è fatta di particelle; come la luce, la materia si comporta come un'onda quando un gran numero di particelle con la stessa quantità di moto sono coinvolte. Ma anche se i fasci di grandi molecole si comportano come onde, oggetti di uso quotidiano – come auto in autostrada – non lo fanno. Ci sono due ragioni principali per questo. Primo, per un'auto su un'autostrada la lunghezza d'onda corrispondente è estremamente piccola. In secondo luogo, le velocità delle macchine variano troppo: flussi di automobili con la stessa velocità non possono essere resi coerenti.

Se la materia si comporta come un'onda, possiamo trarre una strana conclusione. Per ogni onda, la posizione e la lunghezza d'onda non possono essere entrambi nettamente definiti simultaneamente: l'indeterminazione del numero d'onda $k = 2\pi/\lambda$ and of the position X obey the relation

$$\Delta k \Delta X \geq \frac{1}{2} \,. \tag{23}$$

Allo stesso modo, per ogni onda la frequenza angolare $\omega = 2\pi f$ e l'instante T del suo picco di ampiezza non possono essere entrambe nettamente definite. Le loro indeterminazioni sono legate da

$$\Delta \omega \Delta T \geq \frac{1}{2} \,. \tag{24}$$

Utilizzando le proprietà ondulatorie della materia di de Broglie (22), otteniamo

$$\Delta p \Delta X \geqslant \frac{\hbar}{2} \qquad \text{and} \qquad \Delta E \Delta T \geqslant \frac{\hbar}{2} \,. \tag{25}$$

Queste famose relazioni sono chiamate *relazioni di indeterminazione di Heisenberg*. Esse furono scoperte da Werner Heisenberg nel 1925. Sono valide per tutte le particelle quantistiche, siano esse materia o radiazione. Le relazioni di indeterminazione affermano che non c'è modo di attribuire allo stesso tempo una quantità di moto e la posizione precise di un sistema quantistico, né simultaneamente attribuire una precisa energia e l'età. Più accuratamente una quantità è nota, il meno accuratamente lo è l'altra. * Come risultato, I quantoni di materia – quasi come pietre, ma diversamente dai fotoni – *possono* essere localizzati, ma sempre solo approssimativamente.

Entrambe le relazioni di indeterminazione sono state controllate sperimentalmente in grande dettaglio. Tutti gli esperimenti li confermano. Infatti, ogni esperimento che dimostra che la materia si comporta come un'onda è una conferma della relazione di indeterminazione – e viceversa.

Quando due variabili sono legate da relazioni di indeterminazione, si dice che esse

* Un poliziotto ferma la macchina guidata da Werner Heisenberg. 'Lo sa a che velocità guidava? ' 'No, ma so esattamente dove mi trovavo!'

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

sono *complementari* l'una all'altra. Niels Bohr esplorò sistematicamente tutte le possibili tali coppie.Potete farlo anche da voi stessi. Bohr era profondamente affascinato dall'esistenza di un principio di complementarità, e lo ha poi esteso in direzioni filosofiche. In una scena famosa, qualcuno gli ha chiesto quale fosse la quantità complementare alla precisione. Egli rispose: 'chiarezza'.

Sfida 60 s

Osserviamo che gli usuali, *reali*, quantoni di materia si muovono sempre più lentamente della luce. A causa della (aleatorietà) imprecisione intrinseca del moto quantistico, non dovrebbe sorprendere che ci siano alcune eccezioni. Infatti, in alcuni casi estremamente particolari, il quanto d'azione permette l'esistenza di particelle che che muovono più veloci della luce – le cosiddette particelle *virtuali*– che incontreremo in seguito.

Page 199

In breve, il quanto d'azione significa che i quantoni di materia non si comportano come pietre puntiformi, ma come onde. In particolare, come per le onde, i valori di posizione e quantità di moto non possono essere entrambi esattamente definite per i quantoni. I valori sono aleatori - - la posizione e la quantità di moto sono indeterminate. Più precisamente una delle due è nota, con minore precisione è conosciuta per l'altra.

Massa e accelerazione dei quantoni

I quantoni di materia, come le pietre, hanno massa. Infatti, urti di elettroni singoli, atomi o molecole possono essere rilevati, se vengono utilizzati sensibili impianti di misura. I quantoni possono essere rallentati o accelerati. Abbiamo già esplorato alcuni di questi esperimenti nella sezione dell'elettrodinamica. Tuttavia, i quantoni differiscono dai ciottoli. Utilizzando la relazione di indeterminazione tempo–energia, si può dedurre che

Vol. III, pag. ??

Sfida 61 s

$$a \leqslant \frac{2mc^3}{\hbar} \,. \qquad (26)$$

Vi è quindi una massima accelerazione per i quantoni.*Infatti, nessuna particella è mai stata osservata con un'accelerazione superiore a questo valore. Infatti, nessuna particella è mai stata osservata con una accelerazione ovunque *vicina* a questo valore.

Ref. 43

Perché gli atomi non sono piatti?Perché esistono le forme?

Np Il quanto d'azione determina tutte le dimensioni in natura. In particolare, determina tutte le *forme*. Esploriamo questo argomento.

Gli esperimenti dimostrano che tutti i quantoni *composti*, come atomi o molecole, hanno strutture di dimensioni finite e spesso con forma complessa. Le dimensioni e la forma di ogni quantone composto sono dovute al moto dei loro costituenti. Il moto dei componenti è dovuto quanto d'azione ; ma come si muovono?

* Notiamo che questo limite di accelerazione è differente dal limite di accelerazione della relatività generale:

$$a \leqslant \frac{c^4}{4Gm} \,. \qquad (27)$$

In particolare, il limite quantistico (26) si applica a particelle microscopiche, mentre il limite della relatività generale si applica a sistemi macroscopici. Potete confermare che in ogni dominio il relativo limite è la più piccola delle due?

Sfida 62 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

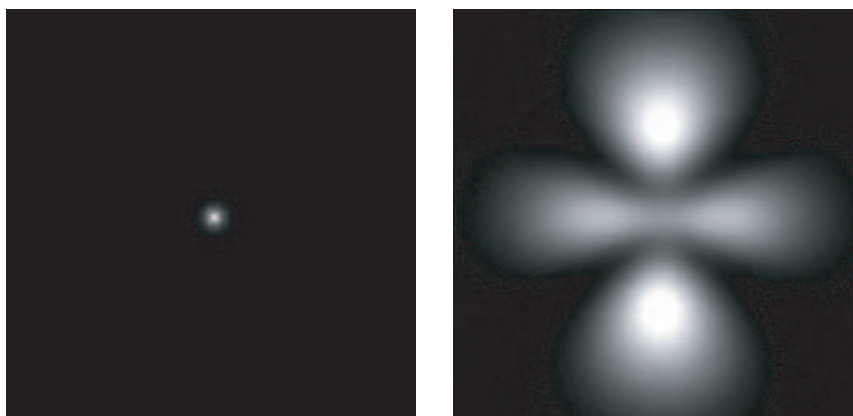



FIGURE 40 Nuvole di probabilità: un atomo di idrogeno nel suo stato fondamentale sferico (a sinistra) e in uno stato eccitato non sferico a (destra) visto da un osservatore che viaggia intorno ad esso (QuickTime film produced with Dean Dauger's software package 'Atom in a Box', available at daugerresearch.com).

Nel 1901, Jean Perrin, e in modo indipendente, nel 1904, Nagaoka Hantaro, proposero che gli atomi fossero piccoli 'sistemi solari'. Nel 1913, Niels Bohr utilizzò questa idea, combinandola con il quanto d'azione, e scoprì che poteva prevedere la dimensione e il colore degli atomi di idrogeno, due proprietà che non erano stati compresi fino ad allora. Eseguirenmo sotto i calcoli. Anche Bohr sapeva che i calcoli non erano completamente capiti, perché sembrava che essi assumessero che gli atomi di idrogeno fossero piatti. Si osserva che questo non è il caso; inoltre, contraddice il quanto d'azione. Infatti, il quanto d'azione implica che il moto di componenti quantistici è aleatorio. Pertanto, tutti i quantoni composti, come atomi o molecole, devono essere fatti di *nuvole* di costituenti.

Ref. 44 Page 188 Ref. 88 Sfida 63 f

In breve, il quanto d'azione prevede:

▷ Gli atomi sono nubi sferiche.

Esperimenti e teoria dimostrano che la forma di qualsiasi atomo è dovuta alla nube, o distribuzione di probabilità, dei suoi elettroni. Il quanto d'azione indica, infatti, che gli atomi o molecole non sono palle dure, come credevano Democrito o Dalton, ma che sono nuvole. *La materia è fatta di nuvole.*

Le nuvole elettroniche atomiche non sono infinitamente dure, ma possono in una certa misura essere compenetrate e deformarsi. La regione in cui ciò si verifica è chiamato legame chimico. *bond.* I legami portano a molecole, liquidi, solidi, fiori e persone. Le molecole, essendo composte di atomi, sono composte di nubi sferiche (deformate).

Un'esplorazione dettagliata mostra che tutte le forme, dalle più semplici molecole alla forma delle persone, è dovuta alle interazioni tra elettroni e nuclei degli atomi costituenti. Oggigiorno, le forme molecolari possono essere calcolate con alta precisione. Piccole molecole, come l'acqua, hanno forme che sono abbastanza rigide, ma dotate di una certa elasticità. Grandi molecole, come i polimeri o peptidi, hanno forme flessibili. Questi cambiamenti di forma sono essenziali per i loro effetti all'interno delle cellule e quindi

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

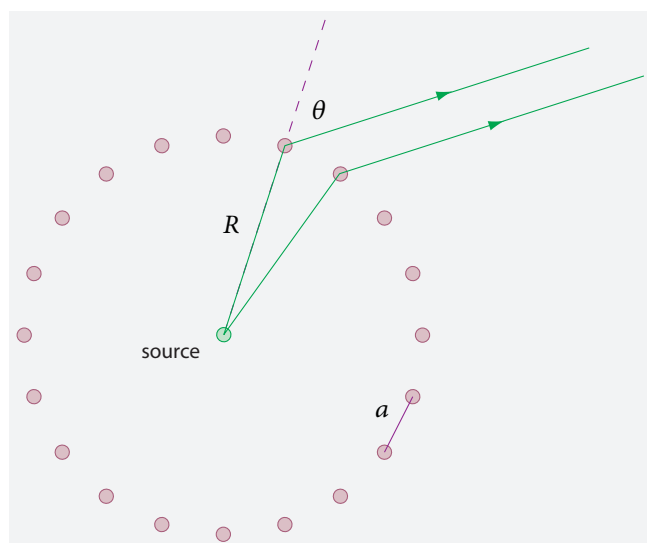



FIGURE 41 La quantizzazione del momento angolare.

per la nostra sopravvivenza. Un grande corpo di ricerca biofisica e biochimica sta esplorando gli effetti della forma molecolare.

In sintesi, il quanto d'azione implica che esistono le forme – e che fluttuano. Ad esempio, se una lunga molecola si tiene fissata alle due estremità, essa non può rimanere a riposo in mezzo. Tali esperimenti sono facili da eseguire oggi, per esempio col DNA; essi confermano ancora una volta che la quiete perfetta non esiste, e che il quanto d'azione è alla base della chimica e della vita.

Tutte le forme sono dovute al quanto d'azione. Ora, ogni oggetto con un forma non sferica è in grado di ruotare. Esploriamo ciò che il quanto di azione può dire sulla rotazione.

Rotazione, quantizzazione del momento angolare, e la mancanza di poli nord

> "Tristo è quel discepolo che non avanza il suo maestro."
>
> Leonardo da Vinci*

Nella vita di tutti i giorni, la rotazione è un tipo frequente di moto. Le ruote sono intorno a noi. Si scopre che il quanto d'azione ha conseguenze importanti per il moto di rotazione. Innanzitutto, notiamo che azione e momento angolare hanno la stessa dimensione fisica: entrambi sono misurata in Js o Nms. Ci vuole solo un piccola riflessione per dimostrare che se la materia o la radiazione ha una quantità di moto e lunghezza d'onda riferita al quanto d'azione, allora il momento angolare è fissato in multipli del quanto d'azione. Questo famoso argomento è dovuto a Dicke e Wittke. Ref. 46

Immaginiamo un recinto circolare, fatto di N barre di acciaio distanziate ad una distanza $a = 2\pi R/N$, come mostrato in Figure 41. Al centro della recinzione, immaginate

* 'Indegno è quel discepolo che non supera il suo maestro '. Questa affermazione è scolpita a grandi lettere nell'aula di chimica dell'Università di Roma *La Sapienza*.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

una fonte di materia o di radiazione che può emettere particelle verso la recinzione in qualsiasi direzione prescelta. La quantità di moto di tale particella è $p = \hbar k = 2\pi\hbar/\lambda$. Alle fessure della recinzione, l'onda interferirà. All'esterno della recinzione, la direzione del moto delle particelle è determinata dalla condizione di interferenza positiva. In altre parole, l'angolo θ, che descrive la direzione del moto al di fuori della recinzione, è dato da $a \sin\theta = M\lambda$, dove M è un numero intero. Attraverso la deflessione dovuta al processo di interferenza, la recinzione riceve una quantità di moto lineare $p \sin\theta$, o un momento angolare $L = pR \sin\theta$. Usando tutte queste espressioni, troviamo che il momento angolare trasferito alla recinzione è

$$L = NM\hbar\ . \tag{28}$$

In altre parole, il momento angolare della recinzione è un multiplo intero di $\hbar$. Le recinzioni possono avere solo un intrinseco momento angolare intero (in unità di $\hbar$). La generalizzazione dell'argomento anche a tutti i corpi è corretto. (Naturalmente, questo è solo un suggerimento, non una prova.)

▷ Il momento angolare intrinseco misurato dei corpi è sempre un multiplo di $\hbar$.

La teoria quantistica afferma in tal modo che il momento angolare di ogni oggetto aumenta di gradini. Il momento angolare è quantizzato. Questo risultato è confermato da tutti gli esperimenti.

Ma la rotazione ha aspetti più interessanti. Grazie al quanto d'azione, così come la quantità di moto è di solito aleatoria, così lo è il momento angolare. Vi è una relazione di indeterminazione per il momento angolare L. La variabile complementare è l'angolo di fase φ della rotazione. La relazione di indeterminazione può essere espressa in diversi modi. L'approssimazione più semplice – e quindi *non* l'espressione esatta – è

Ref. 47
Ref. 48
Page 49

$$\Delta L\, \Delta\varphi \geqslant \frac{\hbar}{2}\ . \tag{29}$$

Questa è ovviamente una approssimazione: la relazione è valida solo per grandi momenti angolari. Non può essere valida per piccoli valori, poiché $\Delta\varphi$ per definizione non può crescere oltre 2π. In particolare, gli autostati del momento angolare hanno $\Delta L = 0$.*

L'indeterminazione del momento angolare appare per tutti i corpi macroscopici, o in alternativa, per tutti i casi in cui la fase angolare del sistema può essere misurata.

La quantizzazione e l'indeterminazione del momento angolare hanno importanti conseguenze. Parlando classicamente, i poli della Terra sono i luoghi che non si muovono se osservati da un osservatore non rotante. Pertanto, in quei luoghi la materia avrebbero

* Una *esatta* formulazione della relazione di indeterminazione per il momento angolare è

$$\Delta L\, \Delta\varphi \geqslant \frac{\hbar}{2}|1 - 2\pi P(\pi)|\ , \tag{30}$$

dove $P(\pi)$ è la probabilità normalizzata che la posizione angolare abbia valore π. Per un autostato del momento angolare, si ha $\Delta\varphi = \pi/\sqrt{3}$ e $P(\pi) = 1/2\pi$. Questa espressione esatta è stata testata e confermata dagli esperimenti.

Ref. 49

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

una posizione definita e una quantità di moto definita. Tuttavia, il quanto d'azione lo vieta. Non vi può essere un Polo Nord sulla Terra. Più precisamente, l'idea di un asse di rotazione è un'approssimazione, non valida in generale.

Rotazione dei quantoni

Ancora più interessanti sono gli effetti del quanto d'azione sulle particelle microscopiche, come atomi, molecole o ioni. Notiamo ancora una volta che azione e momento angolare hanno le stesse unità. La precisione con cui momento angolare può essere misurato dipende dalla precisione dell'angolo di rotazione. Ma se una *microscopica* particella ruota, questa rotazione potrebbe essere inosservabile: una situazione in contrasto fondamentale con il caso di oggetti *macroscopici*. Gli esperimenti infatti confermano che molte particelle microscopiche hanno angoli di rotazione non osservabili. Per esempio, in molti (ma non tutti) i casi, un nucleo atomico nucleus ruotato di mezzo giro non può essere distinto dal nucleo non ruotato.

Se una particella microscopica ha un *più piccolo* angolo di rotazione non osservabile, il quanto d'azione implica che il momento angolare di quella particella *non può* essere zero. Deve essere sempre in rotazione. Quindi abbiamo bisogno di controllare, per ogni particella, qual è il suo più piccolo angolo di rotazione osservabile. I fisici hanno controllato tutte le particelle in natura negli esperimenti, e trovato piccolissimi angoli non osservabili (a seconda del tipo di particella) di $0, 4\pi, 2\pi, 4\pi/3, \pi, 4\pi/5, 2\pi/3$ etc.

Facciamo un esempio. Alcuni ioni hanno un più piccolo angolo di rotazione non osservabile di *mezzo* giro. Questo è il caso di uno ione prolato (che appare come un pallone da rugby) che gira attorno al suo asse minore, come ad esempio uno ione di sodio ^{23}Na. Sia la più grande rotazione osservabile e l'indeterminazione sono quindi un *quarto* di giro. Poiché il cambiamento, o l'azione, prodotto da una rotazione è il numero di giri moltiplicato per il momento angolare, si trova che il momento angolare di questo ione è di $2 \cdot \hbar$.

Come risultato generale, deduciamo dai valori minimi che il momento angolare di una particella microscopica può essere $0, \hbar/2, \hbar, 3\hbar/2, 2\hbar, 5\hbar/2, 3\hbar$ etc. In altre parole, il momento angolare intrinseco di una particella, di solito chiamato il suo *spin*, è un intero multiplo di $\hbar/2$. Lo spin descrive come si comporta una particella sotto rotazioni.

Come può ruotare una particella? A questo punto, non conosciamo ancora come *disegnare* la rotazione. Ma possiamo *sentirla* – proprio come abbiamo mostrato che la luce è fatta di entità che ruotano: tutta la materia, compresi gli elettroni, possono essere *polarizzati*. Ciò è dimostrato chiaramente dal famoso esperimento Stern - Gerlach.

L'argento, Stern e Gerlach - polarizzazione dei quantoni

Dopo un anno di duro lavoro, nel 1922, Otto Stern e Walther Gerlach* completarono un bell'esperimento per studiare la polarizzazione dei quantoni di materia. Sapevano che i campi magnetici non omogenei fungono da polarizzatori per le cariche in rotazione. Le cariche rotanti sono presenti in ogni atomo. Pertanto essi fecero passare un fascio

* Otto Stern (1888–1969) and Walther Gerlach (1889–1979) lavorarono insieme all'Università di Francoforte. Per la loro successiva misura dell'anomalia del momento magnetico del protone, Stern ricevette il Premio Nobel per la fisica nel 1943, dopo dovette fuggire dal Nazional Socialismo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

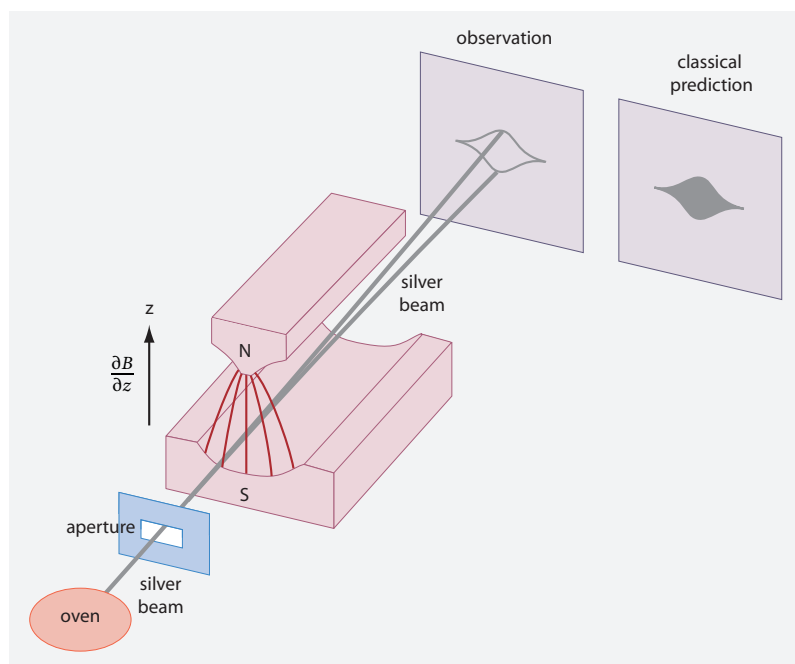



FIGURE 42 L'esperimento Stern - Gerlach.

di atomi di argento, estratti da un forno per evaporazione, in un campo magnetico non omogeneo. Essi scoprirono che il fascio si divide in due fasci *separati*, come mostrato in Figure 42. Gli atomi non lasciano la regione di campo magnetico in direzioni intermedie. Questo è in pieno contrasto con quanto ci si aspetterebbe dalla fisica classica.

Ref. 50

La suddivisione in due fasci è una proprietà intrinseca degli atomi di argento; oggi sappiamo che ciò è dovuto al loro spin. Gli atomi di argento hanno spin $\hbar/2$, e a seconda del loro orientamento nello spazio, sono deviati sia nella direzione della disomogeneità di campo o contro di essa. La divisione del fascio è un effetto quantistico puro: non ci sono opzioni intermedie. Infatti, l'esperimento Stern–Gerlach fornisce una delle manifestazioni più chiare che la fisica classica non funziona bene nel dominio microscopico. Nel 1922, il risultato sembrava così strano che è stato studiato nei minimi dettagli tutto il mondo.

Quando uno dei due fasci – diciamo il 'superiore ' – viene fatto passare attraverso un secondo impianto, tutti gli atomi finiscono nel fascio 'superiore '. L'altra uscita possibile, il fascio 'inferiore ', rimane inutilizzato in questo caso. In altre parole, i fasci superiore ed inferiore, contrariamente al fascio originale, non possono essere divisi. Ciò non sorprende.

Ma se il secondo impianto è ruotato di $\pi/2$ rispetto al primo, si formano ancora i due fasci - 'destro 'e' sinistro' -, e non importa se il fascio in ingresso è diretto dal forno o dalla parte 'superiore 'del fascio. Un impianto parzialmente ruotato produce una parziale, scissione irregolare. Le proporzioni dipendono dall'angolo.

Notiamo direttamente che se dividiamo il fascio dal forno prima verticalmente e poi orizzontalmente, otteniamo un risultato diverso dalla divisione del fascio in ordine inverso. I processi di suddivisione non commutano. (Quando l'ordine di due operazioni

Sfida 64 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

fa la differenza per il risultato netto, i fisici le chiamano ‘non-commutative ’.) Dato che tutte le misure sono anche processi fisici, deduciamo che, in generale, le misurazioni ed i processi nei sistemi quantistici sono non commutativi.

La suddivisione dei fasci è dipendente dalla direzione. I fasci di materia si comportano quasi allo stesso modo dei fasci di luce polarizzata. Infatti, il campo magnetico disomogeneo agisce sulla materia un po’ come un polarizzatore agisce sulla luce. I fasci superiore ed inferiore, presi insieme, definiscono una direzione di polarizzazione. Infatti, la direzione di polarizzazione può essere ruotata (con l’aiuto di un campo magnetico *omogeneo*). Infatti, un fascio ruotato in un magnete non ruotato si comporta come un fascio non ruotato in un magnete ruotato.

Curiosità e divertenti sfide sulla materia quantistica

> “È possibile camminare durante la lettura, ma non leggere mentre si cammina.”
>
> Serge Pahaut

Il quanto d’azione implica che non vi siano *frattali* in natura. Tutto è fatto di particelle. E le particelle sono nuvole. La teoria quantistica richiede che tutte le forme in natura siano ‘aleatorie’ *nuvole*.

* *

Possono ruotare gli atomi? Può un atomo che cade sul pavimento rotolare sotto il tavolo? Gli atomi possono essere messi in rotazione ad alta velocità? La risposta a tutte queste domande è ’no’, perché il momento angolare è quantizzato; Inoltre, gli atomi non sono oggetti solidi, ma nuvole. Il caso macroscopico di un oggetto che ruota sempre più lentamente fino all’arresto non esiste nel mondo microscopico. Il quanto d’azione non lo permette.

Ref. 51

* *

La luce viene rifratta quando entra nella materia densa. Le onde di materia si comportano allo stesso modo? Sì, lo fanno. Nel 1995, David Pritchard dimostrò questo per onde di sodio entranti in un gas di elio e xenon.

Ref. 52

* *

Molti effetti quantistici producono curve che mostrano scalini. Un esempio importante è il calore molare del gas idrogeno H_2, indicato in Figure 43. Aumentando la temperatura da 20 a 8 000 K, il calore molare mostra due scalini, prima da $3R/2$ to $5R/2$, e poi a $7R/2$. Potete spiegare il motivo?

* *

La maggior parte degli esempi di moto quantistico date finora sono dovute ad effetti elettromagnetici. Potete sostenere che il quanto d’azione deve valere anche pe il moto nucleare?

Sfida 65 na

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

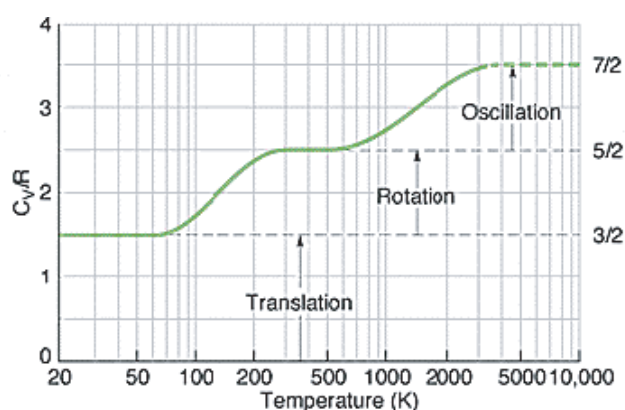
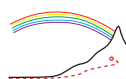
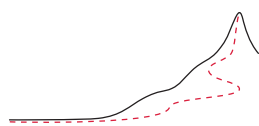



FIGURE 43 An idealized graph of the heat capacity of hydrogen over temperature (© Peter Eyland).

Prima sintesi sul moto di particelle quantistiche

In sintesi, la divisione 'digitale' del fascio vista nell' esperimento Stern - Gerlach e le proprietà ondulatorie della materia ci costringono a ripensare la nostro descrizione del moto. In relatività speciale, l'esistenza di una velocità massima ci ha costretto a introdurre il concetto di spazio-tempo, e poi di affinare la nostra descrizione di moto. In relatività generale, la forza massima ci obbligò ad introdurre i concetti di orizzonte e curvatura, e poi di nuovo affinare la nostra descrizione del moto. Al punto attuale, l'esistenza del quanto d'azione ed il comportamento ondulatorio della materia ci costringono a fare due passi simili: introduciamo prima il concetto di funzione d'onda, e poi affiniamo la nostra descrizione del moto.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 4

LA DESCRIZIONE QUANTISTICA DELLA MATERIA E IL SUO MOTO

Ref. 53

> Die Quanten sind doch eine hoffnungslose Schweinerei!* Max Born

In Nella vita di ogni giorno e nella fisica classica, diciamo che un sistema *ha* una posizione, che *è* orientato in una certa direzione, che *ha* un asse di rotazione, e che *è* in uno stato con specifica quantità di moto. In fisica classica, possiamo parlare in questo modo perché lo *stato* - la situazione in cui un sistema 'è' e le proprietà che un sistema 'ha'- ed i *risultati di misura* coincidono. Essi coincidono perché le misurazioni si può immaginare possano avere un effetto trascurabile sul sistema.

A causa dell'esistenza di una più piccola azione, la interazione necessaria per eseguire una misurazione su un sistema *non può essere* fatta arbitrariamente piccola. Pertanto, il quanto d'azione rende *impossibile* per noi continuare dicendo che un sistema *ha* quantità di moto, *ha posizione* o *ha* un asse di rotazione. Siamo costretti ad utilizzare l'idea della freccia rotante e introdurre il concetto di *funzione d'onda* o *funzione di stato*. Vediamo come e perché.

Stati e misure

Page 83

L'esperimento Stern - Gerlach mostra che i valori misurati di orientamento di spin *non* sono intrinseci, ma risultano dal processo di misura stesso (in questo caso, dalla interazione con il campo disomogeneo). Ciò è in contrasto con la *grandezza* dello spin, che è intrinseca e indipendente dallo stato. In breve, il quanto d'azione ci costringe distinguere tre entità:

— lo stato del sistema;
— l'operazione di misura;
— il risultato della misurazione.

Contrariamente al classico, caso di ogni giorno, lo stato di un sistema quantistico (le proprietà che il sistema 'ha') *non* sono descritte dai risultati delle misurazioni. La più semplice illustrazione di tale differenza è il sistema fatto di una singola particella nell'esperimento Stern–Gerlach. L'esperimento mostra che una misura di spin su un (forno) generico stato della particella a volte dà 'sù' (diciamo +1), e qualche volta dà 'giù' (diciamo −1). Così un generico atomo, in uno stato del forno, non ha orientamento intrinseco. Solo dopo la misurazione, un atomo è sia in uno stato 'sù' o in uno 'giù''.

* 'Quei quanti sono un sporco pasticcio senza speranza ! '

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Si è anche scoperto che alimentando stati 'sù' negli apparati di misura dà stati 'sù': così alcuni stati speciali, chiamati *autostati*, rimangono non influenzati dalle misurazioni. Infine, l'esperimento mostra che gli stati possono essere ruotati dai campi applicati: essi hanno una direzione nello spazio.

Le osservazioni sperimentali possono essere descritte in modo semplice. Dal momento che le misure sono operazioni che prendono uno stato come input e producono uno stato di output e un risultato di misura, possiamo dire:

▷ *Gli stati* sono descritti da frecce rotanti.

▷ *Le misure* di osservabili sono operazioni sui vettori di stato.

▷ *I risultati di misura sono numeri reali*; e come in fisica classica, di solito dipendono dall'osservatore.

Così abbiamo distinto tre quantità che non sono distinte in fisica classica: gli stati, la misurazione di osservabili ed i risultati di misura. Data questa distinzione, la teoria quantistica segue molto semplicemente, come vedremo.

Poiché qualsiasi misurazione è un'interazione con un sistema e pertanto una trasformazione del suo stato, la fisica quantistica descrive osservabili fisiche come operatori, e quindi come *trasformazioni* nello spazio di Hilbert. L'esperimento Stern–Gerlach dimostra chiaramente: l'interazione con il campo influenza gli atomi: alcuni in un modo, ed alcuni in un altro modo. Gli esperimenti dimostrano in tal modo:

▷ Matematicamente, gli stati sono *vettori complessi*, o frecce, in uno spazio astratto. Questo spazio di tutti i possibili stati o frecce è uno *spazio di Hilbert*.

Page 243

▷ Matematicamente, le misure sono trasformazioni lineari, più precisamente, sono descritti da *operatori* (o matrici) autoaggiunte, o *Hermitiane*, .

▷ Matematicamente, *i cambi del punto di vista* sono descritti da *operatori* (o matrici) *unitarie* che agiscono su stati, o frecce, e sugli operatori di misura.

Gli esperimenti di meccanica quantistica mostrano anche che una misura di un osservabile può dare solo un risultato che è un *autovalore* della corrispondente trasformazione. Gli stati risultanti, quegli stati eccezionali che *non* sono influenzati quando la variabile corrispondente viene misurata, sono gli *autovettori*. In breve, ogni esperto di moto deve sapere cos'è un autovalore e un autovettore.

Per qualsiasi trasformazione lineare T, quei vettori speciali Ψ che sono trasformati in multipli di loro stessi,

$$T\psi = \lambda\psi \qquad (31)$$

sono chiamati *autovettori* (o *autostati*), ed il fattore di moltiplicazione λ si chiama *autovalore* associato. Gli esperimenti dimostrano:

▷ Lo stato del sistema *dopo* una misura è dato dall'autovettore corrispondente all'autovalore misurato.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Nell'esperimento di Stern - Gerlach, gli autostati sono gli stati 'sù'e 'giù'. In generale, gli autostati sono quegli stati che non cambiano quando la corrispondente variabile viene misurata. Gli autovalori degli operatori Hermitiani sono sempre reali, in modo che la coerenza è garantita: tutti i risultati di misurazione sono numeri reali.

In sintesi, il quanto d'azione obbliga a distinguere tre concetti che sono mescolati insieme in fisica classica: lo *stato* di un sistema, una *misurazione* sul sistema, e il *risultato* della misurazione. Il quanto d'azione ci costringe a cambiare il vocabolario con cui descriviamo la natura, ed obbliga ad utilizzare concetti più differenziati. Ora segue il passo principale: la descrizione del *moto* con questi concetti. Questo è ciò che viene chiamato di solito 'teoria quantistica'.

Visualizzare la funzione d'onda: frecce rotanti e nuvole di probabilità

Sopra, descrivemmo lo stato di un quantone con una freccia. Infatti, questa è una approssimazione; più precisamente,

▷ Lo stato di una particella quantistica è descritta da una distribuzione spaziale di frecce, una cosiddetta *funzione d'onda*.

Per sviluppare una immagine visiva della funzione d'onda, immaginiamo dapprima una particella quantistica che è localizzata il più possibile. In questo caso, la funzione d'onda per un quantone libero può essere descritta semplicemente da una singola freccia rotante.

Quando un quantone *localizzato* viaggia attraverso lo spazio, la freccia collegata ruota. Se la particella è non-relativistica e se lo spin può essere trascurato, la rotazione avviene in un piano perpendicolare alla direzione del moto. La fine della freccia quindi traccia una *elica* attorno alla direzione di moto. In questo caso, lo stato in un determinato momento è descritto dall'angolo della freccia. Questo angolo è la *fase quantistica*. La fase quantistica è responsabile delle proprietà delle onde di materia, come vedremo. La lunghezza d'onda e la frequenza dell'elica sono determinate dalla quantità di moto e l'energia cinetica della particella.

Se la particella è *non localizzata* – ma ancora non relativistica e ancora con effetti di spin trascurabili – lo stato, o la funzione d'onda, definisce una freccia rotante *in ogni punto dello spazio*. La rotazione avviene ancora in un piano perpendicolare alla direzione del moto. Ma ora abbiamo un distribuzione di frecce che tracciano eliche parallele alla direzione del moto. Ad ogni punto nello spazio e nel tempo, lo stato ha una fase quantistica e una lunghezza della freccia.

Figure 44 mostra un esempio di evoluzione di una funzione d'onda. La direzione della freccia in ciascun punto è indicato dal colore al punto specifico. La lunghezza della freccia è indicata dalla luminosità del colore. La funzione d'onda $\psi(t,x)$ per particelle non relativistiche con effetti di spin trascurabili è descritta da una lunghezza e una fase: è un numero *complesso* in ogni punto dello spazio. La fase è essenziale per l'interferenza e molti altri effetti onda. Quale proprietà misurabile descrive l'ampiezza, la lunghezza della freccia locale? La risposta è stata data dal famosofisico Max Born:l'ampiezza della funzione d'onda è una *ampiezza di probabilità* . Il quadrato dell'ampiezza, cioè, la quantità $|\psi(t,x)|^2$, dà la probabilità di trovare la particella al posto x al momento t.

Page 231

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

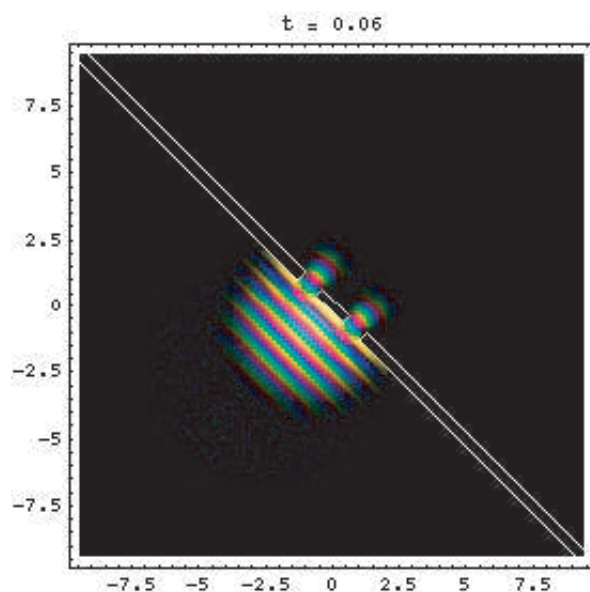



FIGURE 44 Il moto di una funzione d'onda, lo stato quantistico, attraverso una doppia fenditura, che mostra sia la proprietà di particella che di onda della materia. La densità dello stato viene visualizzata dalla luminosità, e la fase locale è codificato nel colore. (QuickTime film © Bernd Thaller)

In altri termini, una funzione d'onda è una combinazione di due idee. Per una mano, una funzione d'onda è una *nuvola*. Per l'altra, in ogni punto della nuvola si deve immaginare una freccia. Nel corso del tempo, le frecce ruotano e la nuvola cambia forma. Possiamo chiarire la situazione più oltre.

▷ In ogni processo in cui la fase della funzione d'onda non è importante, l'immagine nube della funzione d'onda è sufficiente e corretta.

Ad esempio, il moto di atomi di molecole nei gas o liquidi può essere immaginato come il moto di oggetti nuvolosi. Va sottolineato che le nubi in questione sono abbastanza dure: ci vuole un sacco di energia per deformare le nuvole atomiche. La durezza dei tipici cristalli è direttamente correlata alla durezza delle nuvole atomiche che si trovano all'interno. Gli atomi sono nuvole estremamente rigide, o dure.

D'altronde,

▷ In ogni processo in cui la fase della funzione d'onda svolge un ruolo, la nube della funzione d'onda deve essere ampliata con frecce in ogni punto.

Questo è il caso per i processi di interferenza dei quantoni, ma anche per la descrizione precisa dei legami chimici. (Una descrizione approssimativa può essere raggiunta senza fasi.)

Gli insegnanti spesso discutono sul modo migliore per spiegare le funzioni d'onda. Alcuni insegnanti preferiscono utilizzare solo il modello nuvola, altri preferiscono non utilizzare alcuna visualizzazione affatto. Questi approcci sono possibili; ma l'approccio più utile e disponibile è immaginare lo stato o funzione d'onda di particelle quantistiche

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

non relativistiche come una freccia in ogni punto dello spazio. La frequenza di rotazione della freccia è la sua *energia cinetica*; la lunghezza d'onda del moto della freccia - il periodo della curva elicoidale che la punta delle frecce - o della freccia media - traccia durante il moto - è la *quantità di moto* della particella.

Una freccia in ogni punto dello spazio è un *campo* ; poiché il campo è concentrato nella regione in cui si trova la particella, e poiché l'ampiezza del campo è correlata alla probabilità di trovare la particella, il campo d'onda, la funzione d'onda, è una *nuvola freccia* .

Si noti che anche se la funzione d'onda può essere vista come definire una freccia in ogni punto dello spazio, la funzione d'onda nel suo complesso può anche essere descritta come un singolo vettore, questa volta in uno spazio di Hilbert. Per particelle libere, lo spazio di Hilbert è dimensionale infinito! Tuttavia, non è difficile calcolare in tali spazi. Il prodotto scalare di due funzioni d'onda è l'integrale spaziale del prodotto del complesso coniugato della prima funzione e la seconda funzione (non coniugata). Con questa definizione, tutti i concetti di vettore (vettori unitari, vettori nulli, vettori della base, ecc) possono essere applicati significativamente alle funzioni d'onda.

Page 243

Lo stato o la funzione d'onda di una particella quantistica è una nube rotante, più precisamente una ondata di frecce rotanti. Questo aspetto di una nuvola è insolito; poiché la nuvola è fatta di piccole frecce, ogni punto della nuvola è descritto da una densità locale e un orientamento locale. Quest'ultima proprietà non si verifica in qualsiasi nuvola della vita quotidiana. Pertanto, per molti decenni fu assunto tacitamente che alcuna semplice visualizzazione di tale nuvola è possibile. Solo gli ultimi anni hanno dimostrato che ci sono visualizzazioni di tali nuvole; una visualizzazione viene presentata nell'ultimo volume di questa serie.

Vol. VI, pag. ??

L'evoluzione dello stato - l'equazione di Schrödinger

La descrizione dello stato di un quantone non relativistico con trascurabili effetti di spin come nuvola rotante determina *completamente* come la funzione d'onda evolve nel tempo. Infatti, per tali particelle quantistiche l'evoluzione segue dall'energia totale, la somma di energia cinetica e potenziale $T + V$, e le proprietà delle onde di materia:

▷ Il tasso locale di cambiamento dello stato freccia ψ è prodotto dall'energia totale locale o Hamiltoniano, $H = T + V$:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = H\psi \,. \qquad (32)$$

Questa famosa equazione è *l'equazione di Schrödinger del moto*. footnote Erwin Schrödinger (b. 1887 Vienna, d. Vienna del 1961) fu famoso per essere stato un *fisico bohémien*, vivendo sempre in un nucleo familiare con due donne. Nel 1925 scoprì l'equazione che gli ha portato fama internazionale, e il premio Nobel per la fisica nel 1933. E 'stato anche il primo a dimostrare che le radiazioni scoperte da Victor Hess a Vienna erano difatti provenienti dal cosmo. Lasciò la Germania, e poi di nuovo in Austria, per l'antipatia per il nazional-socialismo, e fu professore a Dublino per molti anni. Lì ha pubblicato il suo famoso e influente libro *Cos'è la vita?*. In esso, si avvi-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

cinò alla previsione dell'allora sconosciuto acido nucleico DNA solamente con intuito teorico.Questa equazione dell'evoluzione si applica a tutti i sistemi quantistici ed è uno dei punti più alti della fisica moderna.

Ref. 54
Ref. 55

In realtà, Erwin Schrödinger aveva trovato la sua equazione in due modi diversi. Nel suo primo articolo, l'ha dedotta da un principio variazionale. Nel suo secondo documento, dedusse la equazione dell'evoluzione direttamente, ponendosi una semplice domanda: come fa lo stato ad evolvere? Sapeva che lo stato di un quantone si comporta sia come un'onda che come una particella. Un'onda è descritta da un campo che egli denotò $\psi(t,x)$. Se lo stato di ψ si comporta come un'onda, allora la corrispondente funzione d'onda deve essere un'ampiezza W moltiplicata per un fattore di fase $\mathrm{e}^{\boldsymbol{ikx}-\omega t}$. Lo stato può quindi essere scritto come

$$\psi(t,x) = W(t,x)\mathrm{e}^{\boldsymbol{ikx}-\omega t} . \tag{33}$$

L'ampiezza W è la *lunghezza* della freccia locale; la fase è *l'orientamento* della freccia locale. Equivalentemente, l'ampiezza è la densità locale della nuvola, e la fase è l'orientamento locale della nuvola.

Sappiamo che l'onda quantistica deve comportarsi come una particella di massa m. In particolare, la relazione non relativistica tra energia e quantità di moto $E = \boldsymbol{p}^2/2m+V(\boldsymbol{x})$ – where $V(\boldsymbol{x})$ è il potenziale alla posizione $\boldsymbol{x}$ – deve essere rispettata anche per queste onde. Le due relazioni di de Broglie (22) per lunghezza d'onda e frequenza della materia quindi implicano

Page 76

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(\boldsymbol{x})\psi . \tag{34}$$

Questa è la forma completa di equazione d'onda di Schrödinger. Essa afferma come l'onda freccia, la funzione d'onda ψ, associata ad una particella si evolve nel tempo. Nel 1926, questa *equazione d'onda* per il campo complesso ψ divenne immediatamente famosa quando Schrödinger la usò, inserendo il potenziale sentito da un elettrone in prossimità di un protone, per calcolare i livelli energetici dell'atomo di idrogeno. In un atomo di idrogeno, la luce viene emessa dal singolo elettrone all'interno dell'atomo; quindi una precisa descrizione del moto dell'elettrone in un atomo di idrogeno ci permette di descrivere le frequenze di luce che può emettere. (Eseguiremo il calcolo e il confronto con l'esperimento sotto.) Prima di tutto, l'equazione di Schrödinger ha spiegato che solo colori *discreti* sono emessi dall'idrogeno; in aggiunta, le frequenze della luce emessa sono risultate in accordo con la previsione dell'equazione a cinque cifre decimali. Questo fu un risultato importante, soprattutto se si tiene presente anche che la fisica classica non può spiegare l'esistenza degli atomi, tanto meno la loro emissione di luce! Al contrario, la fisica quantistica spiega tutte le proprietà degli atomi e dei loro colori con alta precisione. In altre parole, la scoperta del quanto d'azione porta alla descrizione del moto della materia ad un punto alto.

Page 188

Infatti, la descrizione esatta dei quantoni di materia si trova solo quando vengono presi in considerazione lo spin e la relazione *relativistica* energia–quantità di moto. Lo facciamo sotto. Non sono mai state trovate deviazioni tra calcoli relativistici ed esperimenti. E anche oggi, previsioni e misure di spettri atomici restano le più precise e accur-

Page 193

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 45 Erwin Schrödinger (1887–1961)

ate in tutto lo studio della natura: nei casi che la precisione sperimentale lo permette, i valori calcolati si accordano con gli esperimenti a 13 cifre decimali.

Auto interferenza dei quantoni

Le onde interferiscono. Abbiamo visto in precedenza che tutti gli esperimenti confermano che tutte le particelle quantistiche, anche i quantoni di materia, mostrano interferenze. Il film di Figure 44 mostra che l'interferenza è una conseguenza diretta dell'equazione di Schrödinger. Il film mostra la soluzione dell'equazione di Schrödinger per una doppia fenditura. Il film mostra come una doppia fessura induce diffrazione e interferenza.

Si scopre che l'equazione di Schrödinger riproduce completamente e spiega le osservazioni di interferenza della materia, compresi esempi riportati in Figure 38 e Figure 39: l'interferenza dei quantoni di materia è dovuta all'evoluzione delle nubi rotanti. E come in tutti i fenomeni di interferenza, l'intensità locale del modello di interferenza risulta essere proporzionale al quadrato $|W|^2$ dell'ampiezza dello stato.

Page 76

Prendiamo atto che, anche se la funzione d'onda si estende su tutto lo schermo di rilevamento appena prima che colpisca lo schermo, tuttavia produce solo una macchia localizzata sullo schermo. Questo effetto, il cosiddetto *collasso della funzione d'onda*, è esplorato in dettaglio sotto.

Page 156

La velocità dei quantoni

Entriamo un po' nei dettagli della descrizione data dall'equazione di Schrödinger (34). L'equazione esprime una semplice connessione: la classica velocità di una particella di materia è la *velocità di gruppo* della funzione d'onda ψ. Vista da lontano, la funzione d'onda si muove come una *classica* particella.

Ma sappiamo dalla fisica classica che la velocità di gruppo non è sempre ben definita: nel caso in cui il gruppo si dissolva in diversi picchi, il concetto di velocità di gruppo non è di grande utilità. Questi sono i casi in cui il moto quantistico è molto diverso dal moto classico, come vedremo presto. Ma per casi che si comportano bene, troviamo che la funzione d'onda si muove nello stesso modo di come fa la particella classica.

Page 156

L 'equazione di Schrödinger crea un altro punto: la velocità e la posizione della materia non sono variabili indipendenti, e non possono essere scelte a piacere. Infatti, la

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

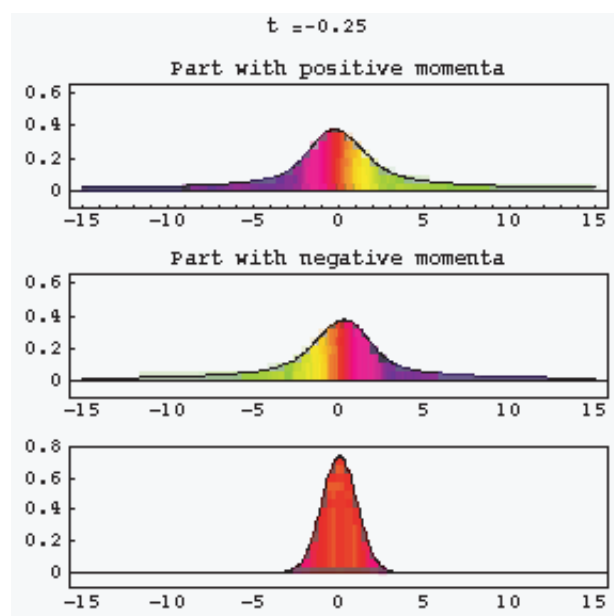



FIGURE 46 L'evoluzione di una funzione d'onda (curva più in basso) con quantità di moto zero, e il moto delle sue parti con quantità di moto positivi e negativi. La fase locale è codificata in colore. (QuickTime film © Bernd Thaller)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

condizione iniziale di un sistema è data dal valore iniziale della funzione d'onda da sola. Alcun derivato deve essere (o può essere) specificato. Infatti, gli esperimenti confermano che i sistemi quantistici sono descritti da una equazione di evoluzione di *primo ordine*, in netto contrasto con i sistemi classici.

Dispersione dei quantoni

Per particelle quantistiche libere, l'equazione di evoluzione implica *dispersione*, come illustrato in Figure 46. Immaginate una funzione d'onda che sia localizzata attorno ad una determinata posizione di partenza. Tale funzione d'onda descrive un sistema quantistico a riposo. Quando il tempo passa, la funzione d'onda sarà *diffusa* nello spazio. In effetti, l'equazione di evoluzione di Schrödinger è simile, matematicamente, ad una equazione di diffusione. Nello stesso modo in cui una goccia di inchiostro si diffonde nell'acqua, anche lo stato di una particella quantistica localizzata sarà distribuita nello spazio. È vero, la posizione più probabile rimane invariata, ma la probabilità di trovare la particella a grandi distanze dalla posizione di partenza aumenta nel tempo. Per le particelle quantistiche, questo effetto di diffusione è infatti osservato da tutti gli esperimenti. La diffusione è una conseguenza dell'aspetto di onda della materia, e quindi del quanto d'azione $\hbar$. Per oggetti macroscopici, l'effetto di diffusione non si osserva, tuttavia: le automobili raramente si allontanano dai parcheggi. In effetti, la teoria quantistica prevede che, per sistemi macroscopici, l'effetto di diffusione è trascurabilmente piccolo. Potete dimostrare perché?

Sfida 66 na

In sintesi, l'aspetto ondulatorio della materia porta alla diffusione delle funzioni d'onda. Le funzioni d'onda mostrano dispersione.

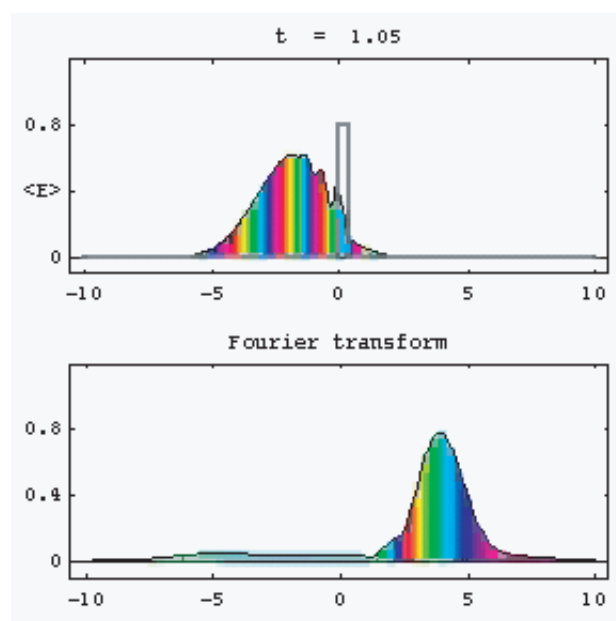



FIGURE 47 Il tunneling di una funzione d'onda attraverso una potenziale collina (colonna rettangolare): la maggior parte della funzione d'onda si riflette, e parte della funzione d'onda passa dall'altro lato. La fase locale è codificata nel colore. (QuickTime film © Bernd Thaller)

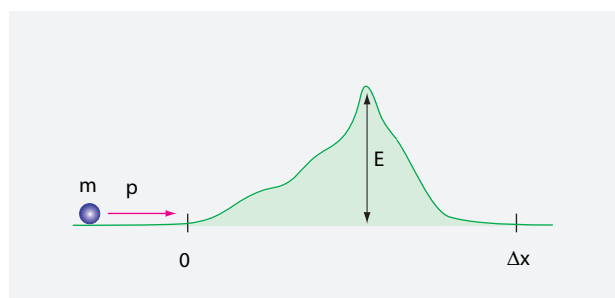



FIGURE 48 Scalare una collina.

Effetto tunnel e limiti sulla memoria - smorzamento dei quantoni

'Il senso comune', afferma che una palla lenta non può rotolare su una collina alta. Più precisamente, la fisica classica dice che se l'energia cinetica T è minore dell'energia potenziale V che la palla avrebbe in cima alla collina, allora la palla non può raggiungere la sommità della collina. Al contrario, secondo la teoria quantistica, vi è una probabilità positiva di passare la collina per *ogni* energia della palla.

In teoria quantistica, le colline e gli ostacoli sono descritti da barriere potenziali, e gli oggetti da funzioni d'onda. Ogni funzione d'onda iniziale si diffonderà *oltre* qualsiasi barriera di potenziale di altezza e larghezza finite. La funzione d'onda sarà anche non nulla *alla* posizione della barriera. In breve, qualsiasi oggetto può superare qualsiasi collina o barriera, come mostrato in Figure 48. Questo effetto è chiamato l'*effetto tunnel*. E' in completo contrasto con l'esperienza di tutti i giorni - e con la meccanica classica.

L'effetto tunnel risulta da un nuovo aspetto contenuto nella descrizione quantist-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

ica delle colline: l'affermazione che tutti gli ostacoli in natura possono essere superati con uno sforzo *finito*. Nessun ostacolo è infinitamente difficile da superare. Infatti, solo per un potenziale di altezza infinita la funzione d'onda dovrebbe annullarsi e fallire nel diffondersi dall'altro lato. Ma tali potenzialità esistono solo come approssimazioni; in natura i potenziali sono sempre di valore finito.

Sfida 67 na

Quanto è grande l'effetto tunnel? Il calcolo mostra che la probabilità di trasmissione P è data approssimativamente da

$$P \approx \frac{16T(V-T)}{V^2}\, e^{-\frac{2w}{\hbar}\sqrt{2m(V-T)}} \tag{35}$$

dove w è la larghezza della collina, v la sua altezza, e m e T massa ed energia cinetica della particella. Per un sistema di numerose particelle, la probabilità è il prodotto delle probabilità per le differenti particelle.

Prendiamo il caso di una macchina in un garage, e supponiamo che la macchina sia fatta di 10^{28} atomi a temperatura ambiente. La tipica parete di un garage ha uno spessore di 0.1 m ed una altezza potenziale di $V = 1\,\text{keV} = 160\,\text{aJ}$ per il passaggio di un atomo. Si ottiene che la probabilità di trovare la macchina fuori dal garage

$$P \approx \left(10^{-(10^{12})}\right)^{(10^{28})} \approx 10^{-(10^{40})}\ . \tag{36}$$

Sfida 68 f

L'esiguità di questo valore (basta provare a scriverlo, per convincersi) è il motivo per cui non viene mai presa in considerazione dalla polizia quando una macchina viene data per dispersa. (In realtà, la probabilità è anche notevolmente inferiore. Potete nominare almeno un effetto che è stato dimenticato in questo semplice calcolo?)

Sfida 69 na

Ovviamente, il tunneling può essere importante solo per piccoli sistemi, costituiti da poche particelle, e per barriere sottili, con uno spessore dell'ordine di $\hbar/\sqrt{2m(V-T)}$. Ad esempio, il tunneling di singoli atomi si osserva nei solidi ad alta temperatura, ma non è importante nella vita quotidiana. Per gli elettroni, l'effetto è più grande: la larghezza della barriera w per un effetto tunnel apprezzabile è

$$w \approx \frac{0.5\,\text{nm}\ \sqrt{\text{aJ}}}{\sqrt{V-T}}\ . \tag{37}$$

A temperatura ambiente, l'energia cinetica T è dell'ordine di 6 zJ; aumentando la temperatura aumenta ovviamente il tunneling. Di conseguenza, elettroni fanno tunnel abbastanza facilmente attraverso barriere che sono di pochi atomi di larghezza. In effetti, ogni tubo TV utilizza il tunneling ad alta temperatura per generare il fascio di elettroni che produce l'immagine. Il riscaldamento necessario è la ragione perché i tubi televisivi prendono un po' di tempo per l'accensione.

Il tunneling di elettroni limita anche la dimensione fisica delle memorie dei computer. I chip di memoria non possono essere fatti arbitrariamente piccoli. I circuiti integrati in silicio con un terabyte di memoria ad accesso casuale (RAM) probabilmente non esisterà mai.Potete immaginare perché? Infatti, il tunneling limita il funzionamento di qualsiasi tipo di memoria, tra cui quella del nostro cervello. Infatti, se fossimo molto più caldi di

Sfida 70 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

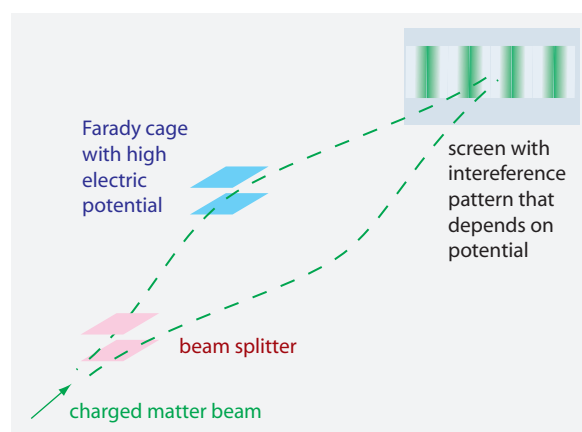



FIGURE 49 Un potenziale elettrico localizzato in un interferometro porta ad uno spostamento del modello di interferenza.

37°C, non potremmo ricordare niente!

Poiché la luce è fatta di particelle, ci può essere il tunnel attraverso potenziali ostacoli. I migliori – o più alti – ostacoli potenziali per la luce sono gli specchi ; gli specchi hanno altezze di barriera dell'ordine di uno attojoule. Il tunnelling implica che la luce *può* essere rilevata dietro ogni specchio. Queste cosiddette *Onde evanescenti* infatti sono stati rilevate; sono utilizzate in variesperimenti di alta precisione e dispositivi.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

La fase quantistica

Abbiamo visto che la *ampiezza* della funzione d'onda, l'ampiezza di probabilità, mostra gli stessi effetti di ogni onda: dispersione e smorzamento. Esploriamo adesso la *fase* delle funzioni d'onda in modo più dettagliato.

Considerando che l'ampiezza di una funzione d'onda è facile da disegnare - basti pensare alla (radice quadrata della) densità di una nuvola reale - la fase richiede più impegno. Gli stati o funzioni d'onda sono *nuvole con una fase locale*: sono nuvole di oggetti che ruotano e possono essere ruotati. Nel caso quotidiano della nube d'acqua, la rotazione locale di goccioline non ha alcun effetto sulla nube. Al contrario, in teoria quantistica, la rotazione locale della nuvola, quindi il cambiamento della sua fase, ha un effetto misurabile. Esaminiamo questo punto.

Page 60

La fase delle onde di materia si comporta come la fase dei fotoni: si evolve con il tempo, e quindi aumenta lungo il percorso del moto di una particella. La fase può essere rappresentata da una piccola freccia in rotazione. La velocità angolare con cui ruota fase è data dalla famosa relazione $\omega = E/\hbar$. In breve, *possiamo immaginare la funzione d'onda di una particella quantistica libera come una nuvola in moto che ruota con frequenza costante ma contemporaneamente si diffonde.*

Soprattutto, la fase è quell'aspetto della funzione d'onda che porta agli effetti di interferenza. Quando due funzioni d'onda parziali sono separate e si ricombinano dopo un cambiamento di fase relativa, la variazione di fase determina il modello di interferenza. Questa è l'origine delle osservazioni della interferenza del fascio elettronico riportate in Figure 38. Senza la fase quantistica, non ci sarebbe alcuna estinzione e alcuna interferenza.

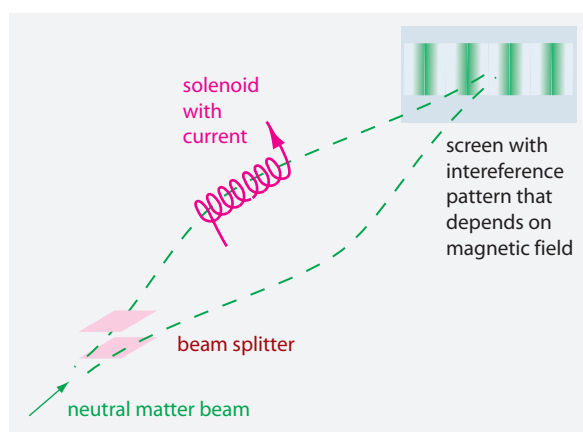



FIGURE 50 I campi magnetici modificano la fase di una particella rotante.

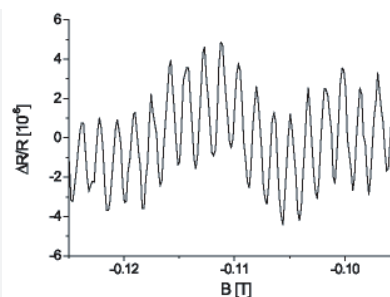
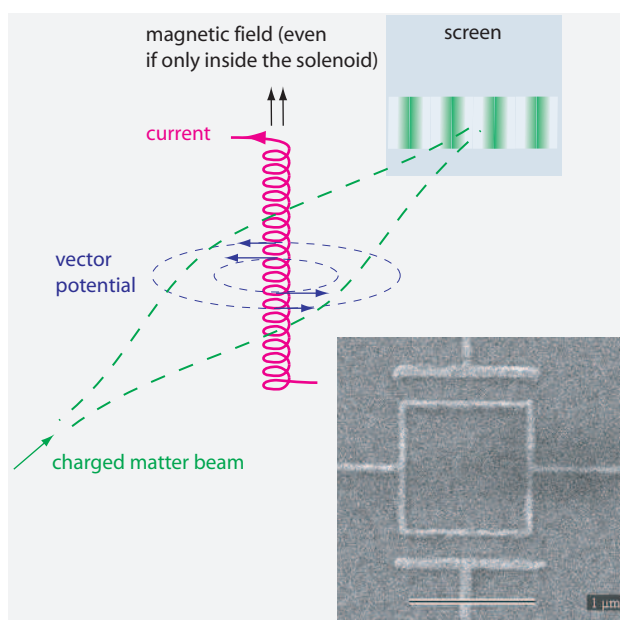



FIGURE 51 L'effetto Aharonov–Bohm: l'influenza del vettore potenziale magnetico sull'interferenza (a sinistra) ed una misurazione di conferma (a destra), utilizzando un campione microscopico che trasporta elettroni in sottili fili metallici (© Doru Cuturela).

La fase di una funzione d'onda può essere influenzata in molti modi. Il modo più semplice è l'utilizzo di campi elettrici. Se la funzione d'onda di una particella *carica* viene divisa, ed una parte è condotta attraverso una regione con un campo elettrico, risulterà un cambiamento di fase. La disposizione è mostrata in Figure 49. Una variazione periodica del potenziale elettrico produce uno spostamento periodico del modello di interferenza. Questo infatti viene osservato.

Un altro semplice caso di manipolazione di fase è mostrato in Figure 50: anche un campo magnetico cambia la fase di una particella carica rotante, e influenza così il comportamento di interferenza.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

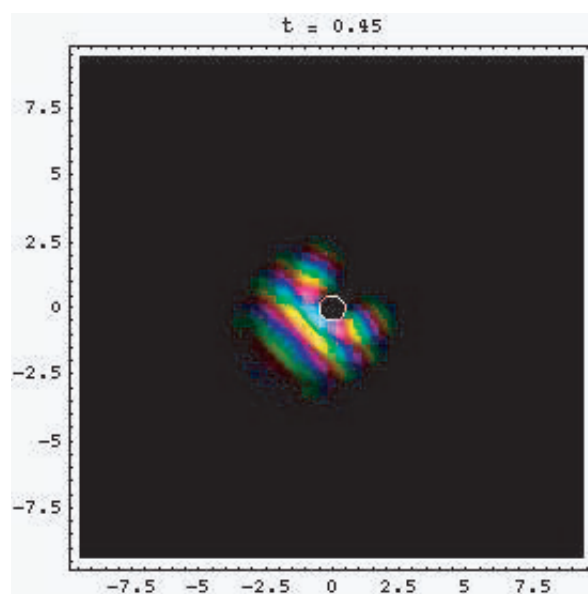



FIGURE 52 Il moto di una funzione d'onda intorno ad un solenoide che mostra l'effetto Aharonov–Bohm. La densità dello stato è visualizzato con la luminosità, e la fase locale è codificata nel colore. (QuickTime film © Bernd Thaller)

Ref. 56

Un famoso esperimento dimostra l'importanza della fase in un modo ancora più sorprendente: l'*effetto Aharonov–Bohm*. L'effetto è. famoso perché è contro-intuitivo e perché è stato previsto prima di essere stato osservato. Guardate l'impianto mostrato in Figure 51. Un'onda di particelle cariche è divisa in due da un cilindro – posizionato ad angolo retto al percorso della materia – e l'onda di materia che si riunifica dietro. All'interno del cilindro c'è un campo magnetico; fuori, non ce n'è. (Un modo semplice per realizzare un tale cilindro è con un lungo solenoide.) La fisica quantistica predice che verrà osservato un modello di interferenza, e che la posizione delle strisce dipenderà dal valore del campo magnetico. Questo accade anche se l'onda non entra nella regione con il campo! Il sorprendente effetto è stato osservato in innumerevoli esperimenti.

Vol. III, pag. ??

La ragione per l'effetto Aharonov–Bohm è semplice: per una particella carica, la fase di una funzione d'onda è determinata dal vettore potenziale $\boldsymbol{A}$, non dal campo magnetico $\boldsymbol{B}$. Il vettore potenziale intorno ad un solenoide non svanisce, come sappiamo dalla sezione sull'elettrodinamica, ma circola attorno al solenoide. Questa circolazione distingue i due lati del solenoide e porta ad uno spostamento di fase – quella che effettivamente dipende dal valore del campo magnetico – e produce l'interferenza, anche se la particella non interagisce mai con il campo magnetico.

Un ulteriore esempio per la manipolazione di fase è il cosiddetto *effetto Aharonov–Casher*, che si verifica anche per particelle neutre, purché abbiano una momento magnetico, come lo hanno i neutroni. La fase di un neutrone*polarizzato* sarà influenzata da un campo elettrico, in modo che la disposizione mostrata in Figure 53 mostrerà un modello di interferenza che dipende dal potenziale elettrico applicato.

Un altro caso di manipolazione di fase sarà presentato in seguito: anche i campi gravitazionali possono essere usati per ruotare le funzioni d'onda. Infatti, anche l'accelerazione dovuta al moto di rotazione può farlo. E' stato possibile misurare la

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

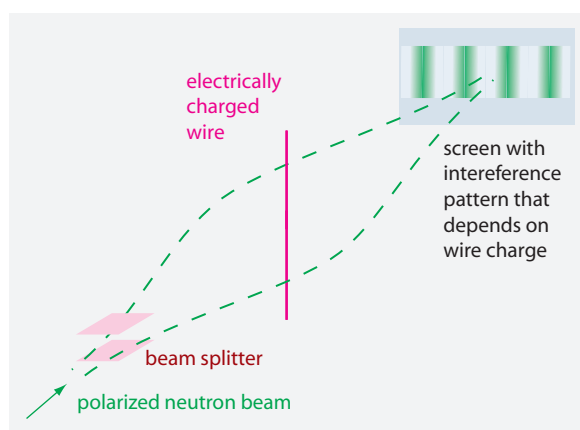



FIGURE 53 L'effetto Aharonov–Casher: l'influenza della carica sulla fase porta ad interferenza anche per neutroni che interferiscono.

rotazione della Terra osservando la variazione del modello di interferenza del fascio di neutroni.

Ref. 57

Un'altra importante classe di esperimenti che manipolano la fase delle funzioni d'onda sono possibili con fenomeni quantistici macroscopici. Nella superconduttività e nella superfluidità, la fase della funzione d'onda è regolarmente manipolata con campi magnetici ed elettrici. Questa possibilità ha molte importanti applicazioni tecniche. Ad esempio, il cosiddetto *effetto Josephson* viene utilizzato per misurare differenze di potenziale elettrico dalla misura della frequenza delle onde radio emesse, e i cosiddetti *dispositivi superconduttori ad interferenza quantistica* o SQIDs, vengono utilizzati per misurare campi magnetici molto piccoli.

Prendiamo atto che tutti questi esperimenti confermano che la fase *assoluta* di una funzione d'onda*non* può essere misurata. Tuttavia, *fasi relative* – differenze di fase o cambiamenti di fase – *possono* essere misurate. Potete confermarlo?

Sfida 71 f

Tutti gli effetti di sfasamento appena illustrati sono stati osservati in numerosi esperimenti. La fase è un aspetto essenziale della funzione d'onda: la fase porta a interferenze ed è la ragione principale per cui si chiamata in primo luogo funzione *d'onda*. Come in ogni onda, la fase evolve nel tempo e può essere influenzata da varie influenze esterne. Soprattutto, gli esperimenti mostrano che una particella quantistica localizzata - come quando la diffusione della funzione d'onda può essere trascurata - si può immaginare meglio come una freccia rotante; se la diffusione non può essere trascurata, la funzione d'onda è meglio immaginarla come un'onda di frecce rotanti ad ogni punto dello spazio.

Possono interferire due fotoni?

Page 61

Nel 1930, Paul Dirac fece le famose dichiarazioni già accennate in precedenza su:

▷ Ogni fotone interferisce solo con se stesso. L'interferenza tra due fotoni differenti non si verifica mai.

Ref. 29

Spesso questa affermazione viene male interpretata nel senso di implicare che la luce di due *sorgenti* di fotoni separate non possono interferire. Purtroppo, questo falsa inter-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ref. 34 pretazione è diffusa attraverso parte della letteratura. Tutti possono verificare che questa affermazione non è corretta con una radio: segnali di due stazioni radio distanti che trasmettono sulla stessa frequenza portano a battimenti di ampiezza, cioè, a *interferenze di onde*. (Questo non dovrebbe essere confusa con la più comune *radio interferenza*, che di solito è semplicemente una sovrapposizione di intensità.) I trasmettitori radio sono fonti coerenti di fotoni, e qualsiasi radio ricevitore mostra che segnali che formano due diverse fonti possono infatti interferire.

Nel 1949, l'interferenza di campi emessi da due diverse fonti di fotoni è stata dimostrata anche con fasci di *microonde*. Dagli anni cinquanta in poi, numerosi esperimenti con due laser e anche con due sorgenti di luce termica hanno mostrato interferenze luminose. Ref. 35 Ad esempio, nel 1963, Magyar e Mandel usarono due laser rubino che emettevano impulsi di luce ed una fotocamera con otturatore veloce per produrre frange di interferenza spaziali.

Tuttavia, tutti questi risultati sperimentali con due fonti di interferenza non contraddicono la dichiarazione di Dirac. Infatti, due fotoni non possono interferire per diversi motivi.

— L'interferenza è il risultato della propagazione di onde spazio-temporali ; i fotoni appaiono solo quando viene utilizzata l'immagine energia–quantità di moto, soprattutto quando ha luogo l'interazione con la materia. La descrizione della propagazione spazio-temporale e l'immagine particellare si escludono a vicenda - questo è un aspetto del principio di complementarietà. Perché Dirac sembra mescolare le due nella sua dichiarazione? Dirac utilizza il termine 'fotoni'in un senso molto generale, come lo stato quantizzato del campo elettromagnetico. Quando due fasci coerenti sono sovrapposti, le entità quantizzate, i fotoni, non possono essere attribuiti a nessuna delle sorgenti. Le interferenze risultano dalla sovrapposizione di due stati coerenti, non di due particelle.
— L'interferenza è possibile solo se *non si può conoscere* da dove proviene il fotone rilevato. La descrizione meccanica quantistica del campo in una situazione di interferenza non permette mai di ascrivere fotoni del campo sovrapposto ad una delle fonti. In altre parole, se è possibile dire da quale sorgente proviene un fotone rilevato, l'interferenza *non può* essere osservata.
— L'interferenza tra due fasci coerenti richiede una fase correlata o fissata tra di essi, vale a dire, un numero indeterminato di particelle ; in altre parole, l'interferenza è possibile se e solo se il numero di fotoni per ciascuno dei due fasci è sconosciuto. E un fascio ha un numero di fotoni sconosciuto quando il numero di indeterminazione è di dimensioni simili al numero medio.

Una migliore scelta delle parole è dire che l'interferenza sia sempre tra due storie(indistinguibili), ma mai tra due particelle quantistiche. Oppure, come espresso sopra:

▷ Un fotone interferisce solo *all'interno* del suo volume di coerenza, cioè, all'interno della propria cella dello spazio delle fasi. Fuori, non c'è interferenza. E dentro quel volume o cella, è impossibile distinguere fotoni, stati o storie.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

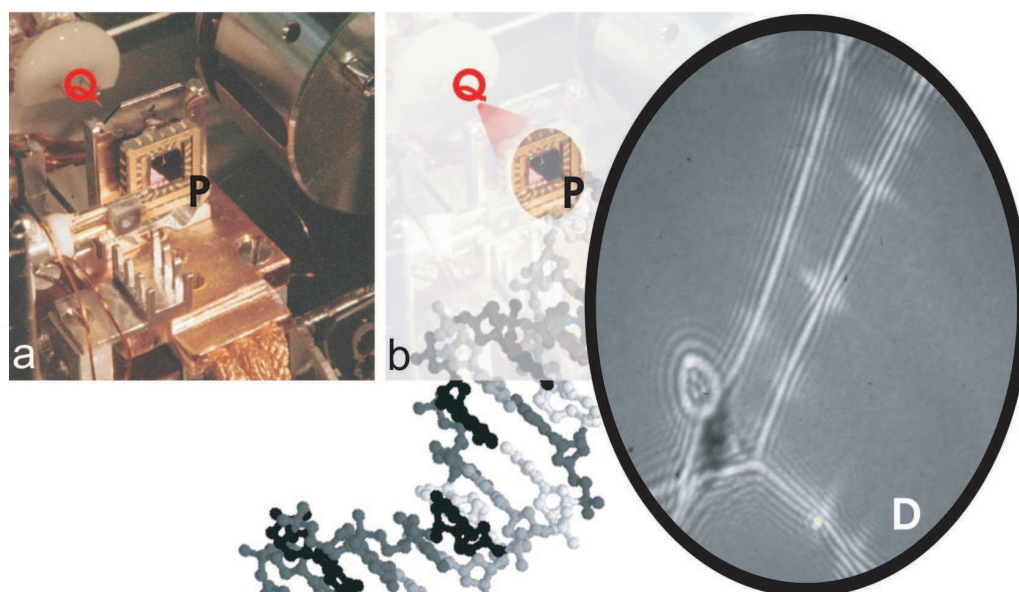



FIGURE 54 Un ologramma elettronico di molecole di DNA (© Hans-Werner Fink/Wiley VCH).

Il concetto di 'fotone'resta profondo anche oggi. Il modello di coerenza dela particella quantistica e della luce rimane ad oggi affascinante. Riassumendo, possiamo dire: *Due diversi fasci elettromagnetici possono interferire, ma due fotoni diversi non possono.*

Possono due fasci di elettroni interferire? Ci sono fasci di elettroni coerenti?

Esistono le sorgenti coerenti di elettroni? La questione è delicata.

Ref. 58 Risultati in letteratura, come quello illustrato in Figure 54, affermano che è possibile fare ologrammi con fasci di elettroni.* Tuttavia, quando si chiede a questi autori circa il senso di coerenza, essi rispondono che la coerenza dell'elettrone è solo trasversale, non longitudinale. La coerenza trasversale è determinata dalla possibile dimensione dei fronti d'onda con una data fase. Il limite superiore di questa dimensione è dato dalle interazioni che tale stato ha con il suo ambiente. Tutto questo comportamento è come previsto per la coerenza effettiva.

Tuttavia, il concetto di 'coerenza trasversale' è un termine improprio. La capacità di interferire con se stessi, come suggerisce il termine 'coerenza trasversale' non è la definizione corretta di coerenza. La coerenza trasversale, sia per fotoni o per le particelle di materia, esprime soltanto la piccolezza della sorgente di particelle. Entrambe piccole lampade (e laser) possono mostrare interferenze quando il fascio viene diviso e ricombinato con identica lunghezza di percorso ; questa non è una prova di coerenza del campo luminoso. Un ragionamento simile mostra che neanche la monocromaticità è una prova per la coerenza.

Uno stato è chiamato *coerente* se possiede una fase ben definita attraverso un determinato dominio di spazio o di tempo. La dimensione della regione spaziale o dell'intervallo

Ref. 59 * In 2002, i primi ologrammi sono stati prodotti facendo uso di neutroni beams.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

di tempo definisce il grado di coerenza. Questa definizione produce lunghezze di coerenza dell'ordine della dimensione della sorgente per piccole sorgenti 'incoerenti'. Anche per una piccola lunghezza di coerenza, la dimensione di un modello di interferenza o la distanza d tra i suoi massimi può essere molto più grande della lunghezza di coerenza l o le dimensioni della sorgente s. In breve, una grande dimensione (o una persistente durata nel tempo) di un modello di interferenza da sola *non* è una prova di coerenza.

Una sorgente di luce è coerente se produce un'onda sinusoidale approssimata su una certa lunghezza o tempo. A causa della relazione di indeterminazione, in qualsiasi fascio di luce coerente, il numero di fotoni è indeterminato. Lo stesso requisito si applica a fasci di elettroni coerenti: un numero indeterminato di elettroni è necessario per vedere un modello di interferenza macroscopico. Ciò è impossibile, poiché gli elettroni (alle usuali energie) portano una carica conservata. Non esistono fasci di elettroni coerenti.

Page 49

In sintesi, anche se un elettrone può interferire con se stesso, e anche se è possibile produrre interferenza tra due sorgenti luminose, l'interferenza tra due sorgenti di elettroni è impossibile. In effetti, nessuno è mai riuscito a produrre interferenza tra due sorgenti di elettroni. Non c'è il concetto tradizionale di coerenza per fasci di elettroni.

Il principio di minima azione in fisica quantistica

In natura, il moto avviene in modo tale da minimizzare il cambiamento. Infatti, in fisica classica, il principio di minima azione afferma che in natura, il moto di una particella avviene lungo quel particolare percorso - fra tutti i percorsi possibili con gli stessi punti estremi - per cui l'azione è minima. Questo principio di pigrizia cosmica fu affermato matematicamente dicendo che in natura, la *variazione* δS dell'azione è pari a zero. La minimizzazione del cambiamento spiega tutte le classiche equazioni di evoluzione. Ora trasferiamo questa idea al dominio quantico.

Vol. I, pag. ??

Per i sistemi quantistici, dobbiamo ridefinire sia il concetto di azione che il concetto di variazione: prima di tutto, trovviamo una descrizione di azione basata su operatori; in secondo luogo, abbiamo bisogno di definire la variazione di azione senza percorsi, poiché il concetto di 'percorso' non esiste per i sistemi quantistici; in terzo luogo, poiché vi è una più piccola azione in natura, una variazione che svanisce non è un concetto chiaramente definito, e dobbiamo superare questo ostacolo. Ci sono due modi principali per arrivare a questo: descrivere il moto dei sistemi quantistici come una sovrapposizione di tutti i percorsi possibili, o descrivere l'azione con l'aiuto di funzioni d'onda. Entrambi gli approcci sono equivalenti.

Nel primo approccio, la *formulazione dell'integrale di percorso*, il moto di una particella quantistica è descritto come una sovrapposizione democratica di moti lungo tutti i possibili percorsi. (Lo abbiamo chiamato il modello 'freccia' sopra.) Per ciascun percorso, l'evoluzione della freccia è determinata, ed al punto finale, le frecce di tutti i percorsi si sommano. L'azione per ciascun percorso è il numero di giri che la freccia esegue lungo il percorso. Il risultato di questo esercizio è che il percorso per il quale la freccia fa il minor numero di giri è generalmente (ma non sempre!) il percorso più probabile. Un'indagine più precisa mostra che i classici, macroscopici sistemi seguono sempre solo il percorso di più piccola azione, mentre i sistemi quantistici seguono tutti i percorsi.

Page 59

Nel secondo approccio alla fisica quantistica, l'azione è definita con l'aiuto di funzioni d'onda. In fisica classica, abbiamo definito l'azione (o il cambiamento) come l'integrale

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

del Lagrangiano tra i punti iniziali e finali nel tempo, e il Lagrangiano stesso come la differenza tra energia cinetica e potenziale. In fisica quantistica, la definizione più semplice è il *quanto d'azione* definito da Julian Schwinger. Chiamiamo gli stati iniziale e finale del sistema ψ_{i} e ψ_{f}. L'azione S tra questi due stati è definita come

Vol. I, pag. ??

$$S = \langle\psi_{\mathrm{i}}\,|\int L\,\mathrm{d}t\,|\,\psi_{\mathrm{f}}\rangle\ , \tag{38}$$

dove L è l'(operatore) Lagrangiano. Le parentesi angolari rappresentano la 'moltiplicazione' di stati ed operatori di cui alla teoria quantistica. Footnote saltiamo qui i particolari della notazione e della matematica ; nella descrizione più semplice, gli stati sono funzioni d'onda, gli operatori agiscono su queste funzioni, e il prodotto delle due differenti parentesi è l'integrale della funzione prodotto nello spazio. In parole semplici, anche nella teoria quantistica, l'azione - vale a dire, il cambiamento che avviene in un sistema – è l'integrale del Lagrangiano. L'operatore Lagrangiano L è definito nello stesso modo come nella fisica classica: il Lagrangiano $L = T - V$ è la differenza tra gli operatori di energia cinetica T ed energia potenziale V. L'unica differenza è che, nella teoria quantistica, le *variabili* quantità di moto e posizione della fisica classica sono sostituiti dai *corrispondenti* operatori della fisica quantistica. footnotePiù precisamente, vi è anche una condizione che governa l'ordinamento degli operatori in un prodotto misto, in modo che viene presa in considerazione la non-commutatività degli operatori. Non esploriamo questo problema qui.

Per trasferire il concetto di variazione d'azione δS al dominio quantistico, Julian Schwinger introdusse l'espressione diretta

$$\delta S = \langle\psi_{\mathrm{i}}\,|\,\delta\int L\,\mathrm{d}t|\,\psi_{\mathrm{f}}\rangle\ . \tag{39}$$

Il concetto di percorso non è necessario in questa espressione, poiché la variazione d'azione si basa sulla variazione delle funzioni d'onda invece dche sulla variazione dei percorsi delle particelle.

L'ultimo requisito classico da trasferire al dominio dei quanti è che, poiché la natura è pigra, la variazione di azione deve annullarsi. Tuttavia, nel dominio quantistico, la variazione di azione non può essere zero, poiché la più piccola azione osservabile è il quanto d'azione. Come scoprì Julian Schwinger, c'è solo un modo possibile per esprimere la richiesta minimalità d'azione:

$$\delta S = \langle\psi_{\mathrm{i}}\,|\,\delta\int L\,\mathrm{d}t|\,\psi_{\mathrm{f}}\rangle = -i\hbar\,\delta\langle\psi_{\mathrm{i}}|\psi_{\mathrm{f}}\rangle\ . \tag{40}$$

Questo cosiddetto *principio del quanto d'azione* descrive tutto il moto nel dominio quantistico. Classicamente, il lato destro è zero – dal momento che $\hbar$ è considerato essere zero – e abbiamo quindi scoperto il principio del quanto d'azione $\delta S = 0$ della fisica classica. Ma nella teoria quantistica, ogni volta che si cerca di realizzare piccole variazioni, si incontrano il quanto d'azione e dei cambiamenti di fase (relativa). Questo è espresso dal lato destro dell'espressione. Il lato destro è la ragione che le equazioni di evoluzione per

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

la funzione d'onda – l'quazione di Schrödinger per il caso non relativistico senza spin, o equazione di Dirac per il caso relativistico con spin 1/2 – sono valide in natura.

In parole semplici, ogni moto quantistico - ovvero, l'evoluzione quantistica di uno stato ψ o $|\psi\rangle$ – avviene in modo tale che la variazione di azione è uguale a $-i$ volte il quanto d'azione $\hbar$ volte la variazione del prodotto scalare tra stati iniziali e finali. In altre parole, nel moto reale, gli stati intermedi sono fissati dal requisito che devono condurre dallo stato iniziale allo stato finale con il minor numero di giri effettivi della fase dello stato. Il fattore di $-i$ esprime la dipendenza dell'azione dalla rotazione della funzione d'onda.

In sintesi, il principio di minima azione è valido anche in fisica quantistica, purché si tenga conto del fatto che negli esperimenti non possono essere trovati valori d'azione al di sotto di $\hbar$. Il principio di minima azione governa l'evoluzione della funzione d'onda, e spiega così il colore di tutte le cose, ogni altra scienza dei materiali, tutta la chimica e tutta la biologia, come vedremo in seguito.

Il moto dei quantoni con spin

> “Tutto gira.”
>
> Anonimo

Qual è l'origine della fase quantistica? La fisica classica aiuta a rispondere alla domanda. Page 83 I quantoni possono ruotare attorno ad un asse: si parla di *spin* delle particelle. Ma se le particelle quantistiche possono girare, dovrebbero possedere momento angolare. E in effetti, gli esperimenti confermano questa deduzione.

In particolare, gli elettroni hanno spin. I dettagli completi dello spin dell'elettrone furono dedotti dagli esperimenti di due studenti olandesi, George Uhlenbeck and Samuel Ref. 60 Goudsmit, nel 1925. Essi ebbero il coraggio di pubblicare anche cosaRalph Kronig aveva sospettato: che gli elettroni ruotano intorno ad un asse con una componente proiettata del momento angolare data da $\hbar/2$. In realtà, questo valore – spesso chiamato spin 1/2 in breve – è valido per *tutte* le particelle elementari di *materia*. (Al contrario, tutte le *radiazioni* di particelle elementari note hanno valori di spin di $\hbar$, o spin 1 in breve.)

Se una particella rotante ha momento angolare, deve essere possibile risistemare l'asse applicando una coppia, per osservare la precessione, per trasferire la rotazione nelle collisioni ecc Tutto questo viene difatti osservato; infatti, l'esperimento Stern - Gerlach per- Page 83 mette tutte queste osservazioni. L'unica differenza tra lo spin di particelle e momento Page 83 angolare classico è che lo spin di particella è quantizzato, come dedotto in precedenza.

In altre parole, lo *spin* di una particella quantistica ha tutte le proprietà di una rotazione attorno ad un asse. Un risultato dello spin è che le particelle quantistiche *cariche* agiscono anche come piccoli dipoli magnetici, con il magnete orientato lungo l'asse di rotazione. La forza osservata del dipolo magnetico, il *momento magnetico*, non può essere dedotta dalla fisica classica. Il momento magnetico è proporzionale alla rotazione e al fattore di conversione standard $-e/2m_e$; gli effetti quantistici vengono allora descritti dal cosiddetto *valore-g*, che è un numero puro:

$$\boldsymbol{\mu} = g\frac{-e}{2m_e}\boldsymbol{L} = -g\mu_B\frac{\boldsymbol{L}}{\hbar}\,, \quad \text{with} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}\,. \qquad (41)$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Per spiegare gli spettri ottici osservati, Uhlenbeck e Goudsmit dedussero una valore-g di 2 per l'elettrone al fine di spiegare gli spettri ottici. Tale valore è stato spiegato da Llewellyn Thomas come un effetto relativistico pochi mesi dopo.

Page 108
Ref. 61

Dal 2004, le tecniche sperimentali sono diventate così sensibili che l'effetto magnetico di spin di un singolo elettrone collegato a un'impurità (in un materiale differente non magnetico) potrebbe essere rilevato. I ricercatori ora sperano di migliorare questi cosiddetti 'microscopi a risonanza magnetica' fino a quando non raggiungeranno una risoluzione atomica.

Nel 1927, Wolfgang Pauli* scoprì come includere lo spin 1/2 in una descrizione quantomeccanica: invece di una funzione di stato descritta da un singolo numero complesso, è necessaria una funzione di stato con *due* componenti complessi. La ragione di questa espansione è semplice. In generale, la piccola freccia rotante che descrive uno stato quantistico *non* ruota attorno ad un piano *fisso*, come assunto dall'equazione di Schrödinger; il *piano di rotazione* deve anche essere specificato in ogni posizione nello spazio. Ciò implica che due addizionali parametri sono necessari in ogni punto dello spazio, portando il numero totale di parametri a quattro numeri reali, o, equivalentemente, due numeri complessi. Al giorno d'oggi, l'equazione di Pauli è principalmente di interesse concettuale, perché – come quella di Schrödinger – non è conforme con la relatività speciale. Tuttavia, l'idea di inserire il piano di rotazione locale rimane valida. L'idea è stata utilizzata da Dirac quando introdusse la descrizione relativistica degli elettroni, e l'idea è utilizzata anche in tutte le altre equazioni delle onde di particelle con spin.

In sintesi, la descrizione di un quantone con spin implica l'uso di funzioni d'onda che specificano *due* numeri complessi in ogni punto dello spazio e del tempo.

Equazioni d'onda relativistiche

Nel 1899, Max Planck aveva scoperto il quanto d'azione. Nel 1905, Albert Einstein pubblicò la teoria della relatività speciale, che era basata sull'idea che la velocità della luce c è indipendente dalla velocità dell'osservatore. La prima domanda che Planck fece a se stesso fu se il valore del quanto d'azione dovesse essere indipendente dalla velocità dell'osservatore. Fu il suo interesse per questa domanda che lo portò ad invitare Einstein a Berlino. Con questo invito, rese famoso l'impiegato dell'ufficio-brevetti nel mondo della fisica.

Gli esperimenti dimostrano che il quanto d'azione è infatti indipendente dalla velocità dell'osservatore. Tutti gli osservatori trovano lo stesso valore minimo. Per includere

* Wolfgang Ernst Pauli (b. 1900 Vienna, d. 1958 Zürigo), all'età di 21 anni, scrisse uno dei migliori testi sulla relatività speciale e generale. Fu il primo a calcolare i livelli di energia dell'idrogeno utilizzando la teoria quantistica, scoprendo il principio di esclusione, incorpò lo spin in teoria quantistica, chiarì la relazione tra spin e statistiche, dimostrò il teorema CPT, e previsto il neutrino. Era ammirato per la sua intelligenza, e temuto per le sue critiche pungenti, che gli portarono il suo soprannome, 'coscienza della fisica'. Nonostante questo, aiutò molte persone nella loro ricerca, come Heisenberg con la teoria dei quanti, senza pretendere alcun credito per se stesso. Fu visto da molti, tra cui Einstein, come la mente più grande e più tagliente della fisica del XX secolo. Fu anche famoso per l'effetto 'Pauli', cioè, la sua capacità di innescare disastri nei laboratori, nelle macchine nei suoi paraggi con la sua sola presenza. Come vedremo tra poco, si può sostenere che Pauli effettivamente ricevette il Premio Nobel per la fisica nel 1945 (Ufficialmente 'per la scoperta del principio di esclusione') per aver stabilito la questione di quanti angeli possano danzare sulla punta di uno spillo.

Ref. 62

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

la relatività speciale nella teoria quantistica, abbiamo quindi solo bisogno di trovare il giusto Hamiltoniano H quantistico.

Dato che l'Hamiltoniano classico di una particella libera e dell'antiparticella è data da

$$H = \pm\sqrt{c^4 m^2 + c^2 \boldsymbol{p}^2} \quad \text{with} \quad \boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v} \,, \tag{42}$$

ci si potrebbe chiedere: qual è il corrispondente operatore Hamiltoniano? La risposta più semplice fu data, nel 1949 da T.D. Newton e E.P. Wigner, e nel 1950, da L.L. Foldy e S.A. Wouthuysen. L'operatore è quasi lo stesso:

Ref. 63

$$H = \beta\sqrt{c^4 m^2 + c^2 \boldsymbol{p}^2} \quad \text{with} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \tag{43}$$

I segni che appaiono nella matrice dell'operatore β distinguono tra particelle ed antiparticelle. I numeri $+1$ e -1 appaiono due volte, per tener conto delle due possibili direzioni di spin per ciascun caso.

Con questo operatore Hamiltoniano relativistico per particelle con spin 1/2 - e con tutte le altre - la funzione d'onda è descritta da *quattro* numeri complessi, *due* per le particelle e *due* per le antiparticelle. Che ogni tipo di particella richieda due componenti complessi segue dall'obbligo di specificare, ad ogni punto dello spazio, la lunghezza della freccia, la sua fase, e il suo piano di rotazione. Tempo fa abbiamo anche scoperto che la relatività introduce automaticamente l'antimateria, e noi esploreremo la questione in dettaglio sotto. Sia materia che antimateria sono parte di qualsiasi descrizione relativistica degli effetti quantistici. La funzione d'onda per una particella ha componenti antiparticella che si azzerano, e viceversa. In totale, la funzione d'onda per sistemi relativistici di spin 1/2 ha quindi quattro componenti complesse.

Vol. II, pag. ??

Page 197

L'operatore Hamiltoniano produce l'operatore velocità $\boldsymbol{v}$ attraverso la stessa relazione che è valida in fisica classica:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{x} = \beta\frac{\boldsymbol{p}}{\sqrt{c^4 m^2 + c^2 \boldsymbol{p}^2}} \,. \tag{44}$$

Questo operatore velocità mostra un continuum di autovalori, da meno a più la velocità della luce. La velocità $\boldsymbol{v}$ è una costante del moto, come pure la quantità di moto $\boldsymbol{p}$ e l'energia

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{p} \,. \tag{45}$$

Anche il momento angolare orbitale $\boldsymbol{L}$ è definito come in fisica classica, attraverso

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{p} \,. \tag{46}$$

Ref. 64

Il momento angolare orbitale $\boldsymbol{L}$ e lo spin $\boldsymbol{\sigma}$ sono costanti del moto separate. Una particella (o antiparticella) con componente momento angolare positiva (O negativa) ha una

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

funzione d'onda con una sola componente non nulla ; le altre tre componenti si annullano.

Ma, ahimè, la rappresentazione del moto relativistico dato da Foldy e Wouthuysen non è semplice quando si tratta di prendere in considerazione le interazioni elettromagnetiche. La semplice identità tra le descrizioni classiche e della meccanica quantistica viene persa quando è incluso l'elettromagnetismo. Risolveremo questo problema di seguito, quando esploriamo equazione di evoluzione di Dirac per le funzioni d'onda relativistiche.

Page 195

Quantoni composti contro quantoni elementari

Un oggetto quando è composto, e non elementare? La teoria quantistica dà diverse risposte pragmatiche. La prima è un po 'strana: un oggetto è composto quando il suo rapporto giromagnetico è diverso da quello previsto dal QED. Il *rapporto giromagnetico* γ è definito come il rapporto tra il momento magnetico $\boldsymbol{M}$ e il momento angolare $\boldsymbol{L}$:

Ref. 65

$$\boldsymbol{M} = \gamma \boldsymbol{L} \,. \tag{47}$$

Il rapporto giromagnetico γ è misurato in unità di $s^{-1}T^{-1}$, cioè, C/kg, e determina i livelli di energia di spinning magnetico di particelle in campi magnetici. riapparirà più tardi nel contesto di imaging a risonanza magnetica. Tutte le candidate per le particelle elementari hanno spin 1/2. Il rapporto giromagnetico per particelle di spin-1/2 di momento magnetico M e massa m può essere scritto come

Vol. V, pag. ??

$$\gamma = \frac{M}{\hbar/2} = g\frac{e}{2m} \,. \tag{48}$$

Il criterio per essere elementare può quindi essere ridotto ad una condizione sul valore del numero adimensionale g, il cosiddetto *fattore* g. (L'espressione $e\hbar/2m$ è spesso chiamata il *momento magnetico* di particella.) Se il fattore g *differisce* dal valore previsto da QED per particelle puntiformi – circa 2.0 – l'oggetto è *composito*. Per esempio, un $^4He^+$ ione elio ha spin 1/2 e un valore g di $14.7 \cdot 10^3$. Infatti, il raggio del nucleo di elio è $3 \cdot 10^{-11}$ m, ovviamente un valore finito, e il nucleo è una entità composita. Per il protone, si misura un fattore g di circa 5.6. Infatti, gli esperimenti danno un raggio protonico finito di circa 0.9 fm e dimostrano che contiene diversi componenti.

Il neutron, che ha un momento magnetico pur essendo elettricamente neutro, deve quindi essere composito. Infatti, il suo raggio è approssimativamente uguale a quello del protone. Allo stesso modo, le molecole, le montagne, le stelle e le persone devono essere composite. Secondo questo primo criterio, le uniche particelle elementari sono i *leptoni* (cioè elettroni, muoni, tauoni e neutrini), *quark*, e *bosoni intermedi* (cioè, fotoni, bosoni W, bosoni Z e gluoni). Maggiori dettagli su queste particelle saranno rivelati nel capitolo sul nucleo.

Vol. V, pag. ??

Un altro semplice criterio di composzione è stato appena detto: *qualsiasi oggetto con una dimensione misurabile è composto*. Questo criterio produce lo stesso elenco di particelle elementari come il primo. Infatti, i due criteri sono correlati. Il modello più semplice

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ref. 66 per strutture composite predice che il fattore g obbedisce

$$g - 2 = \frac{R}{\lambda_C} \tag{49}$$

dove R è il raggio e $\lambda_C = h/mc$ è la lunghezza d'onda Compton del sistema. Questa espressione è sorprendentemente precisa per ioni di elio-4, l'elio-3, gli ioni trizio e protoni, come potreste controllare. Le tabelle in Appendix ?? nel prossimo volume fanno lo stesso punto.

Sfida 72 f

Vol. V, pag. ??

Un terzo criterio di composizione è più generale: *qualsiasi oggetto più grande della sua lunghezza Compton è composito*. L'argomento è semplice. Un oggetto è composto se si può rilevare moto *interno*, cioè, il moto di alcuni componenti. Ora l'azione di qualsiasi parte con massa m_{part} che si muove all'interno di un sistema composto di dimensione r obbedisce

$$S_{part} < 2\pi\, r\, m_{part}\, c < \pi\, r\, m\, c \tag{50}$$

dove m è la massa dell' oggetto *composito*. D'altronde, seguendo il principio della teoria quantistica, questa azione, per essere osservabile, deve essere maggiore di $\hbar/2$. Inserendo questa condizione, troviamo che per qualsiasi oggetto composito *

$$r > \frac{\hbar}{2\pi\, m\, c}\ . \tag{51}$$

Il lato destro differisce solo di un fattore $4\pi^2$ dalla cosiddetta *Lunghezza (d'onda) Compton*

$$\lambda = \frac{h}{m\, c} \tag{52}$$

di un oggetto. Così ogni oggetto *più grande* della propria lunghezza d'onda Compton è composto; e qualsiasi oggetto *minore* rispetto al lato destro della espressione (51) è elementare. Anche in questo caso, solo leptoni, quark e bosoni intermedi hanno superato il test. (Per il bosone di Higgs scoperto nel 2012, il test deve essere ancora eseguito, ma si prevede sia pure rispettato.) Tutti gli altri oggetti sono compositi. In breve, questo terzo criterio produce la stessa lista di quelli precedenti. Potete spiegare perché?

Sfida 74 f

Un quarto criterio è regolarmente citato da Steven Weinberg: una particella è elementare se appare nel Lagrangiano del modello standard delle particelle fisiche. Si può dimostrare che questo criterio risulta da quelli precedente ?

Sfida 75 s

Stranamente, non abbiamo ancora finito con questo argomento. Le affermazioni sulla composizione appariranno ancora più strane quando sarà presa in considerazione la gravità. Basta essere pazienti: ne vale la pena.

Vol. VI, pag. ??

Sfida 73 na

* Riesci a trovare il fattore mancante di 2? Ed è valida l'assunzione che i componenti devono essere sempre più leggeri del composto?

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Curiosità e divertenti sfide sul moto quantistico della materia

> Die meisten Physiker sind sehr naiv, sie glauben immer noch an wirkliche Wellen oder Teilchen.*
>
> Anton Zeilinger

Prendete il filo della lama tagliente o la punta di un ago, si può pensare: il quanto d'azione implica che essi sono tutti nuvole aleatorie.

* *

Esistono gli atomi di idrogeno? La maggior parte dei tipi di atomo sono stati ripresi con microscopi, fotografati in condizioni di illuminazione, levitati uno per uno, e anche spostati con aghi, uno ad uno, come l'immagine mostrata page **??** nel I volume. I ricercatori hanno anche spostato singoli atomi utilizzando raggi laser per spingerli. Tuttavia, non uno solo di questi esperimenti ha misurato o ripreso atomi di idrogeno. È un motivo per dubitare dell'esistenza di atomi di idrogeno? Prendere questa non-così-seria discussione seriamente può essere molto divertente.

Ref. 67

Sfida 76 s

* *

La funzione d'onda è 'reale'? Più precisamente, la funzione d'onda è davvero una nuvola? Alcuni fisici ancora lo dubitano. Questo gruppo di fisici in estinzione, spesso nati intorno alla metà del XX secolo, hanno sentito tante volte – in modo non corretto e di solito da autorità discutibili – che una funzione d'onda non ha realtà ed hanno smesso di chiedere e rispondere alle domande più semplici. Per fugare i loro dubbi, chiedete loro se hanno altezza non nulla o se pensano che gli atomi siano rotondi. Se sono d'accordo, hanno ammesso che le funzioni d'onda hanno una sorta di realtà. Tutti gli oggetti di uso quotidiano sono fatti di particelle elementari puntiformi. Le dimensioni, la superficie e il volume degli oggetti di uso quotidiano sono quindi esclusivamente dovuti alle funzioni d'onda. Ogni lunghezza, area e volume è una prova che le funzioni d'onda hanno una sorta di realtà.

Sfida 77 f

* *

Due osservabili possono commutare per due diversi motivi: o sono molto *simili* – come la coordinate x and x^2 - o sono molto *diversi* – come le coordinate x e quantità di moto p_y. Potete dare una spiegazione per questo?

Sfida 78 na

* *

Traslazioni di spazio e tempo commutano. Perché allora l'operatore quantità di moto e l'Hamiltoniano in generale non commutano?

Sfida 79 na

* *

Ci sono alcuni potenziali che non hanno alcuna influenza su una funzione d'onda. Figure 55 mostra un esempio. Questo potenziale ha un coefficiente di riflessione zero per

* 'La maggior parte dei fisici sono molto ingenui; credono ancora in onde reali o particelle reali. ' Anton Zeilinger, fisico presso l'Università di Vienna, è ben noto per i suoi esperimenti sulla meccanica quantistica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

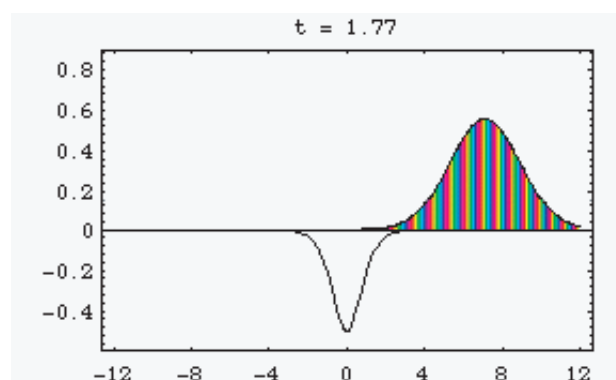



FIGURE 55 Una speciale sorgente potenziale che *non* disturba una funzione d'onda. Il colore indica la fase.(QuickTime film © Bernd Thaller)

tutte le energie; l'onda diffusa non ha parte riflessa. La sorgente ha la forma di un solitone dell' equazione Korteweg - de Vries, che è legata all'equazione di Schrödinger.

* *

Ref. 68 Per un sistema legato in uno stato non-relativistico senza momento angolare, uno ha la

$$\langle r^2 \rangle \langle T \rangle \geqslant \frac{9\hbar^2}{8m} , \qquad (53)$$

dove m è la massa ridotta e T l'energia cinetica dei componenti, ed r è la dimensione del sistema. Riesci a dedurre questo risultato, e controllarlo per l'idrogeno? Sfida 80 s

* *

La teoria quantistica permette molti stati legati insoliti. Di solito pensiamo agli stati legati come stati a bassa energia. Ma ci sono situazioni nelle quali stati legati sorgono a causa di forzatura in oscillanti. Abbiamo incontrato una situazione del genere in fisica classica: il condotto verticale, pendolo capovolto che rimane verticale nonostante sia instabile. Situazioni simili si verificano anche in fisica quantistica. Esempi sono trappole di Paul, l' atomo di elio, ioni negativi, Trojan elettroni e acceleratori di particelle. Vol. I, pag. ?? Ref. 69

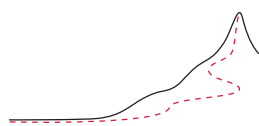
* *

Si legge spesso che l'universo potrebbe essere nato da una fluttuazione quantistica. Potete spiegare perché questa affermazione non ha senso? Sfida 81 s

Una sintesi sul moto dei quantoni

In sintesi, il moto dei quantoni può essere descritto in due modi:

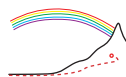
— Visto da lontano, a basso ingrandimento, lo spostamento di particelle quantistiche si comporta come avanzamento, rotazione e precessione di frecce. I dettagli di rotazione e precessione della freccia dipendono dall'energia e quantità di moto della particella. La lunghezza al quadrato della freccia è la probabilità di osservare una particella. Se

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

una particella può andare da un punto di partenza ad un punto finale in diversi modi, le frecce si sommano.

— A forte ingrandimento, le particelle quantistiche sono descritte da funzioni d'onda che si muovono come avanzamenti, rotazioni e precessioni di nuvole. L'orientamento della nuvola locale, la fase locale, segue un moto di oscillazione. Il quadrato dell'ampiezza di probabilità, la densità della nuvola, è la probabilità di trovare la particella in un dato punto.

Le frecce rotanti risultano dalle nuvole medie; esse combinano proprietà di particella e di onda. Una rotazione completa della freccia corrisponde al quanto d'azione. Questa caratteristica centrale implica che una particella non relativistica la cui rotazione può essere trascurata segue l'equazione di Schrödinger, e che un elettrone relativistico segue l'equazione di Dirac. L'equazione di Dirac è d'accordo con tutti gli esperimenti noti. In particolare, l'equazione di Dirac descrive tutto di chimica e biologia, come avremo modo di scoprire.

Per continuare con la massima efficienza sul nostro cammino attraverso la fisica quantistica, esploriamo tre temi importanti: la questione della indistinguibilità di diverse particelle, il tema dello spin, e la questione della interpretazione delle probabilità.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 5

PERMUTAZIONE DI PARTICELLE - LE PARTICELLE SONO COME I GUANTI?

Perché siamo in grado di distinguere i gemelli da ogni altro? Perché possiamo distinguere un cappello che sembra simile, come una copia di un originale? La maggior parte di noi sono convinti che ogni qualvolta confrontiamo un originale con una copia, possiamo trovare una differenza. Questa convinzione si rivela essere corretta, ma la conclusione non è semplice.

Il quanto d'azione ha molte implicazioni per le copie e le loro differenze dall'originale. Pensate a qualsiasi metodo che permette di distinguere gli oggetti: troverete che sono guai per le particelle puntiformi. Pertanto, nel dominio quantistico qualcosa deve cambiare nella nostra capacità di distinguere le particelle e gli oggetti.

Sfida 82 s

Si potrebbe sostenere che le differenze tra un oggetto originale e una copia possono sempre essere fatte sparire: dovrebbe essere sufficiente utilizzare lo stesso numero e tipo di atomi. Tuttavia, il quanto d'azione dimostra che non è sufficiente, anche se tutti gli atomi dello stesso tipo sono effettivamente copie indistinguibili l'uno dall'altro! Nel seguito si esplorano le più importanti conseguenze sul moto della indistinguibilità degli atomi e la distinguibilità degli oggetti macroscopici.

La distinzione degli oggetti macroscopici

Un certo numero di importanti proprietà degli oggetti sono evidenziati studiando un puzzle combinatorio: il *problema dei guanti*. Si chiede:

> Quanti guanti chirurgici sono necessari (per la mano destra) se m medici devono operare w pazienti in maniera igienica, in modo che nessuno sia a contatto con i fluidi corporei di chiunque altro?

Lo stesso problema si presenta anche in altri contesti. Ad esempio, si applica anche ai computer, interfacce e virus informatici o a profilattici, uomini e donne - e poi viene chiamato *problema del profilattico*. Per essere chiari, il numero ottimale di guanti *non* è il prodotto mw. Infatti, il problema ha tre sottocasi.

Ref. 70

Sfida 83 s

— Il semplice caso $m = w = 2$ fornisce già le idee più importanti necessarie. Sei in grado di trovare la soluzione ottimale e la procedura?
— In caso $w = 1$ e m pari o il caso $m = 1$ e w dispari, la soluzione è $(m + 1)/2$ guanti. Questa è la soluzione ottimale, come potete facilmente verificare voi stessi.
— Una soluzione con una semplice procedura per tutti gli altri casi è data da $\lceil 2w/3 + m/2 \rceil$ guanti, dove $\lceil x \rceil$ indica il più piccolo intero maggiore o pari a x. Per esempio,

Sfida 84 f

Ref. 71

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

per due medici e tre pazienti questo dà solo tre guanti. (Tuttavia, questa formula non dà sempre la soluzione ottimale; esistono valori migliori in alcuni sottocasi.)

Sfida 85 f

Godetevi il puzzle.

Due proprietà fondamentali dei guanti determinano la soluzione del puzzle. Primo, i guanti hanno due lati, uno interno ed uno esterno, che possono essere distinti l'uno dall'altro. Secondo, i guanti girati dentro e fuori scambiano la destra e la sinistra. Terzo, i guanti possono anche essere distinti l'uno dall'altro. Queste tre proprietà si applicano anche alle particelle quantistiche?

Discuteremo la questione della doppia unilateralità delle particelle quantistiche nell'ultima parte della scalata al monte. In realtà, la questione se le particelle possano essere rovesciate sarà di importanza per la loro descrizione ed il loro moto. Nella nostra avventura discuteremo anche la differenza tra particelle destra e sinistra. In questo capitolo ci concentreremo sulla terza questione, vale a dire se gli oggetti e le particelle possono sempre essere distinte dalle copie. In realtà, le particelle *elementari* non si comportano come i guanti ma in modo ancor più sorprendente.

Vol. VI, pag. ??

Vol. V, pag. ??

Nella vita quotidiana, la distinzione di oggetti macroscopici può essere realizzata in due modi. Siamo in grado di distinguere gli oggetti - o persone - tra loro quando differiscono nelle loro *proprietà intrinseche*, come la loro massa, colore, forma o dimensione. Inoltre, siamo anche in grado di distinguere gli oggetti se hanno le *stesse* proprietà intrinseche. Ogni partita di biliardo suggerisce che seguendo il percorso di ciascuna sfera, possiamo distinguerla dalle altre palle. In breve, gli oggetti con proprietà identiche possono essere distinti anche utilizzando il loro *stato*.

Lo stato di una palla da biliardo è dato dalla sua posizione e quantità di moto. Nel caso di palle da biliardo, lo stato permette la distinzione delle palle perchè l'errore di misura per la posizione di ciascuna palla è molto più piccolo della dimensione della palla stessa. Tuttavia, nel dominio microscopico questo non è il caso. Prendiamo singoli atomi. Atomi dello stesso tipo hanno la stessa intrinseca proprietà. Per distinguerli nelle collisioni, avremmo bisogno di tenere traccia del loro moto. Ma non abbiamo alcuna possibilità di raggiungere questo obiettivo. Già nel XIX secolo è stato dimostrato sperimentalmente che anche la natura stessa non è in grado di farlo! Questo profondo risultato fu scoperto studiando sistemi che incorporavano un gran numero di collisioni di atomi dello stesso tipo: i *gas*.

La distinzione degli tomi

Vol. I, pag. ??

Il calcolo dell'entropia S di un semplice gas, fatto di N semplici particelle di massa m che si muovono in un volume di V, dà

$$\frac{S}{kN} = \ln\left[\frac{V}{\Lambda^3}\right] + \frac{3}{2} + \frac{\ln\alpha}{N} \tag{54}$$

dove k è la costante di Boltzmann, ln il logaritmo naturale, T la temperatura, e $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mkT}$ è la lunghezza d'onda termica (approssimativamente la lunghezza d'onda di de Broglie delle particelle che compongono il gas). In questa formula, il numero puro α è uguale a 1 se le particelle sono distinguibili come palle da biliardo, e pari a $1/N!$ se non sono distinguibili affatto. Misurare l'entropia quindi ci permette di determinare α

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 56 Willard Gibbs (1839–1903)

e quindi verificare sperimentalmente se le particelle sono distinguibili. Risulta che solo il secondo caso descrive la natura. Questo può essere facilmente verificato anche senza eseguire la misurazione: solo nel secondo caso, $\alpha = 1/N!$ fa l'entropia di due volumidi gas identico *aggiunto*.*Il risultato, spesso chiamato *paradosso di Gibbs*,** dimostra quindi che le componenti microscopiche della materia sono *indistinguibili* : in un sistema di particelle quantistiche - siano essi elettroni, protoni, atomi o piccole molecole - non c'è modo per dire quale particella è quale.

Sfida 86 f

Ref. 72

L'indistinguibilità è una proprietà sperimentale della natura.***Poiché $\hbar$ appare nell'espressione per l'entropia, l'indistinguibilità è un effetto quantistico. D'altra parte, l'indistinguibilità non ha alcun ruolo se gli effetti quantistici sono trascurabili. Ma in pratica, tutta la materia quotidiana - plasma, gas, liquidi e solidi - mostra forti effetti quantistici.

Le proprietà della materia sarebbero del tutto diverse senza l'indistinguibilità. Ad esempio, scopriremo che senza di essa, i coltelli e le spade non sarebbero taglienti. Inoltre, il suolo non potrebbe sostenerci; ci farebbe cadere proprio attraverso di esso. Per chiarire la questione in modo più dettagliato, esploriamo la seguente domanda.

Perché appare l'indistinguibilità in natura?

Prendiamo due particelle quantistiche con la stessa massa, la stessa composizione e la stessa forma, come ad esempio due atomi. Immaginiamo che i loro percorsi si incrocino, e che si avvicinino tra loro a piccola distanza all'incrocio, come mostrato in Figure 57. In

* Infatti, i valori di entropia osservati sperimentalmente per un gas monoatomico, sono date dalla cosiddetta legge de di Sackur - Tetrode

Sfida 87 d

$$\frac{S}{kN} = \ln\left[\frac{V}{N\Lambda^3}\right] + \frac{5}{2} \tag{55}$$

che segue quando $\alpha = 1/N!$ viene inserita sopra. È stato dedotto indipendentemente dal fisico Tedesco Otto Sackur (1880–1914) e il fisico olandese Hugo Tetrode (1895–1931). Si noti che il parametro fondamentale è il rapporto tra V/N, il volume per particella, e Λ^3, il volume de Broglie di una particella.

** Josiah Willard Gibbs (1839–1903), fisico americano che fu, con Maxwell e Planck, uno dei tre fondatori della meccanica statistica e della termodinamica ; introdusse il concetto di *insieme* e il termine *fase termodinamica*.

*** Quando la radioattività venne scoperta, la gente pensava che contraddicesse l'indistinguibilità degli atomi, perché il decadimento sembrava individuare certi atomi rispetto ad altri. Ma la teoria dei quanti poi ha dimostrato che questo non è il caso e che anche gli atomi e le molecole sono indistinguibili.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

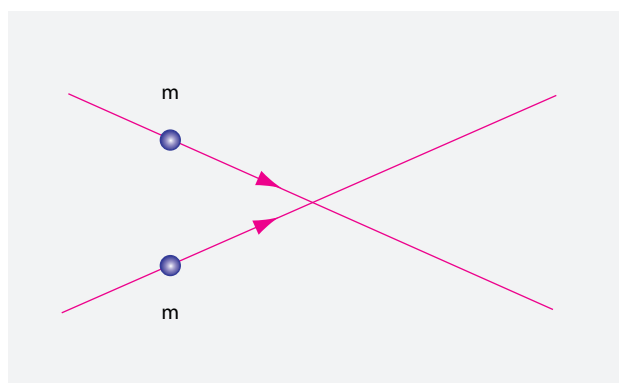



FIGURE 57 oggetti identici con percorsi che s'incrociano.

un gas, sono esempi sia una collisione di atomi o uno scontro vicino. Ora, tutti gli esperimenti mai eseguiti mostrano che a piccole distanze è impossibile dire se i due quantoni hanno cambiato i ruoli oppure no.

▷ E' *impossible* in un gas seguire le particelle quantistiche che si muovono intorno e determinare chi è chi.

L'impossibilità di distinguere le particelle vicine è una conseguenza diretta del quanto d'azione. Per un percorso che porta due particelle ad avvicinarsi molto vicino l'un l'altra, uno scambio di ruolo richiede solo una piccola quantità di cambiamento, cioè, solo una piccola azione (fisica). Tuttavia, sappiamo che c'è una più piccola azione osservabile in natura. Tenere traccia di ogni quanto di particella a piccole distanze richiederebbe valori di azione *minore* dell'azione più piccola osservata in natura. L'esistenza di una piccola azione rende quindi impossibile tenere traccia delle particelle quantistiche quando arrivano troppo vicine tra loro. Ogni descrizione dei sistemi con più quantoni deve quindi tenere conto che dopo un incontro ravvicinato, è impossibile dire quale quantone è quale.

Se ricordiamo che la teoria quantistica descrive i quantoni come nuvole, l'indistinguibilità appare più naturale. Ogni volta che due nubi si incontrano e partono di nuovo, non è possibile dire quale nuvola è quale. D'altronde, se due particelle sono mantenute abbastanza lontane, una ha un'effettiva distinguibilità; l'indistinguibilità appare così solo quando le particelle si avvicinano.

In breve, l'indistinguibilità è una naturale inevitabile conseguenza dell'esistenza di un più piccolo valore di azione in natura. Questo risultato porta dritto alla prossima domanda:

Le particelle quantistiche possono essere contate?

Nella vita di tutti i giorni,gli oggetti possono essere contati perché possono essere distinti. Poiché le particelle quantistiche non possono sempre essere distinte, abbiamo bisogno di una certa cura nel determinare come contarle. Il primo passo nel conteggio delle particelle è la definizione di ciò che si intende per una situazione senza particelle affatto. Sembra una cosa facile da fare, ma incontreremo situazioni in cui già questo passaggio viene eseguito con difficoltà. In ogni caso, il primo passo è quindi la *specificazione*

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

del vuoto. Qualsiasi metodo di conteggio prevede che la situazione senza particelle sia chiaramente separata dalle situazioni con particelle.

Il secondo passo è la specifica di un osservabile utile per determinare il numero di particella quantistiche. Il modo più semplice è quello di scegliere uno di quei numeri quantistici che si sommano in composizione, come la carica elettrica.* Il conteggio viene quindi eseguito misurando la carica totale e dividendo per l'unità di carica.

Questo metodo presenta diversi vantaggi. Innanzitutto, non è importante se le particelle sono distinguibili o meno; il conteggio funziona sempre. In secondo luogo, le particelle virtuali non sono conteggiate. Questo è uno stato di cose benvenuto, come vedremo, perché per particelle virtuali, cioè, particelle per cui $E^2 \neq p^2c^2 + m^2c^4$, *non c'è* nessun modo per definire un numero di particelle in ogni caso. Questo è il migliore metodo di conteggio delle particelle possibile.

Vol. V, pag. ??

L'effetto collaterale del metodo di conteggio è che le antiparticelle si contano negativamente! Anche questa conseguenza è un risultato del quanto d'azione. Abbiamo visto in precedenza che il quanto d'azione implica che anche nel vuoto, coppie di particella–antiparticella sono osservate ad energie sufficientemente alte. Come risultato, un'antiparticella deve contare come meno una particella. In altre parole, qualsiasi modo di conteggio delle particelle quantistiche può produrre un errore a causa di questo effetto. Nella vita quotidiana questa limitazione non gioca alcun ruolo, in quanto non vi è alcuna antimateria intorno a noi. Il problema però, gioca un ruolo a più alte energie. Si scopre che non vi è alcun modo generale per contare il numero esatto di particelle e antiparticelle separatamente; solo la somma può essere definita. In breve, la teoria quantistica mostra che il conteggio di particelle non è mai perfetto.

In sintesi, la natura fornisce un modo per contare le particelle quantistiche, anche se non possono essere distinte, anche se solo per le condizioni di tutti i giorni, a bassa energia; a causa del per quanto d'azione, le antiparticelle si contano negativamente. Le antiparticelle così forniscono un limite al conteggio di particelle ad alta energia, quando l'equivalenza massa–energia diventa importante.

Cos'è la simmetria di permutazione?

Dal momento che le particelle quantistiche sono numerabili, ma indistinguibili, esiste una simmetria della natura per i sistemi composti da più quantoni identici. La *simmetria di permutazione*, chiamata anche *simmetria di scambio*, è la proprietà della natura per cui le osservazioni sono immutate sotto scambio di particelle identiche. La simmetria di permutazione costituisce uno dei quattro pilastri della teoria dei quanti, insieme con la simmetria spazio-tempo,, la simmetria di gauge e la simmetria di rinormalizzazione non ancora incontrata. La simmetria di permutazione è una proprietà dei sistemi *composti*, cioè, dei sistemi fatti di molti sottosistemi (identici). Solo per tali sistemi la indistinguibilità gioca un ruolo.

In altre parole, 'indistinguibile' non è la stessa cosa di 'identica'. Due particelle quantistiche dello stesso tipo non sono le *stesse* ; sono più simili a *copie* di ogni altra.

* Nella vita di tutti i giorni, il peso o la massa è comunemente usato come osservabile. Tuttavia, essi non possono essere utilizzati nel dominio quantistico, salvo semplici casi. Potete dare almeno due motivi, uno dalla relatività speciale e uno dalla relatività generale?

Sfida 88 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

D'altra parte, l'esperienza della vita quotidiana ci mostra che due copie possono sempre essere distinte se attentamente controllate, così che il termine 'copia' non è del tutto appropriato.

▷ I quantoni, particelle quantistiche, sono numerabili e completamente indistinguibili.*le particelle quantistiche sono *perfette* copie di ogni altra.

Essendo copie perfette, nemmeno la natura è in grado di distinguere le particelle, ed appare la simmetria di permutazione.

Nel prossimo capitolo, scopriremo che la permutazione è rotazione parziale. La simmetria di permutazione è dunque una simmetria per rotazioni parziali. Riescite a trovare il perché?

Sfida 89 f

Indistinguibilità e simmetria della funzione d'onda

La indistinguibilità delle particelle quantistiche porta ad importanti conclusioni circa la descrizione del loro stato di moto. Questo accade perché è impossibile formulare una descrizione di moto che comprenda l'indistinguibilità fin dall'inizio. (Siete in grado di confermarlo?) Per descrivere uno stato abbiamo bisogno di n-particelle con uno stato $\Psi_{1...i...j...n}$ assumendo che tale distinzione sia possibile, come espresso dagli indici ordinati nella notazione, e dopo introdurremo l'indistinguibilità.

Sfida 90 s

L'indistinguibilità, o simmetria di permutazione, significa che lo scambio di qualsiasi due particelle quantistiche risultano nelle stesse osservazioni fisiche.**Ora, due stati quantistici hanno le stesse proprietà fisiche se differiscono al più di un fattore di fase; l'indistinguibilità quindi richiede

$$\Psi_{1...i...j...n} = e^{i\alpha}\,\Psi_{1...j...i...n} \tag{56}$$

for some unknown angle α. Applying this expression twice, by exchanging the same couple of indices again, allows us to conclude that $e^{2i\alpha} = 1$. This implies that

$$\Psi_{1...i...j...n} = \pm\Psi_{1...j...i...n}\,, \tag{57}$$

in altre parole, una funzione d'onda è *simmetrica* o *antisimmetrica* sotto scambio di indici. (Si può anche dire che l'autovalore per l'operatore di scambio è o +1 o −1.)

▷ La teoria quantistica prevede quindi che le particelle quantistiche possono essere indistinguibili in uno di due modi distinti.***

* La parola 'indistinguibile' è così lunga che molti fisici in maniera superficiale parlano di particelle 'identiche'. Fate attenzione.

** Abbiamo quindi la stessa situazione che abbiamo incontrato già più volte: *una sovraspecificazione della descrizione matematica*, qui l'ordinamento esplicito degli indici, *implica una simmetria di questa descrizione*, che nel nostro caso è una simmetria sotto scambio di indici, cioè, con scambio di particelle.

*** Questa conclusione si applica solo allo spazio tridimensionale. In due dimensioni ci sono più possibilità.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

- ▷ Le particelle corrispondenti a funzioni d'onda *simmetriche* – Quelle che si trasformano con cambio di particelle con un '+' nell'equazione (57) – sono chiamate* *bosoni*.
- ▷ Particelle corrispondenti a funzioni d'onda *antisimmetriche* – quelli che si trasformano con cambio di particelle con un '−' nell'equazione (57) – sono chiamate** *fermioni*.

Gli esperimenti mostrano che il comportamento di scambio dipende dal *tipo* di particella. I fotoni si trovano ad essere bosoni. D'altra parte, gli elettroni, protoni e neutroni si trovano ad essere fermioni. Inoltre circa la metà degli atomi risultano comportarsi come bosoni (ad energie moderate), l'altra metà sono fermioni. Per determinare il tipo di atomo, abbiamo bisogno di prendere in considerazione lo spin dell'elettrone e quello del nucleo.

In realtà, un composto di un numero *pari* di fermioni (a moderata energia) - o di un qualsiasi numero di bosoni (di qualsiasi energia) - risulta essere un bosone; un composto di un numero *dispari* di fermioni è (sempre) un fermione. Ad esempio, ^{4}He è un bosone, ^{3}He, un fermione. Anche gli isotopi naturali ^{23}Na, ^{41}K, ^{85}Rb, ^{87}Rb and ^{133}Cs sono bosoni, perché hanno un numero dispari di elettroni e di nucleoni; al contrario, ^{40}K and ^{134}Cs sono fermioni (e, in questo caso, anche radioattivi).

A quale classe di particelle appartengono le palle da tennis, le persone, gli alberi, le montagne e tutti gli altri oggetti macroscopici?

Sfida 91 s

Il comportamento dei fotoni

Un semplice esperimento, mostrato in Figure 58, consente l'osservazione di un importante aspetto del comportamento del fotone. Prendete una sorgente che emette due fotoni indistinguibili, cioè, due fotoni di frequenza identica e polarizzazione, allo stesso tempo. La coppia di fotoni è quindi in uno stato entangled (correlato). In laboratorio, una tale sorgente può essere realizzata con un down-converter, un materiale che converte un fotone di frequenza $2f$ in due fotoni di frequenza di f. I due fotoni correlati, dopo aver percorso esattamente la stessa distanza, vengono fatti entrare ai due lati di un divisore di fascio ideale (per esempio, uno specchio semiriflettente). Due rivelatori si trovano alle due uscite del divisore di fascio. Gli esperimenti dimostrano che entrambi i fotoni sono sempre rilevati insieme sullo *stesso* lato, e non separatamente in lati opposti. Questo

Ref. 74

* I 'bosoni' prendono il nome dalfisico Satyenra Nath Bose (b. 1894 Calcutta, d. 1974 Calcutta) che per primo descrisse le proprietà statistiche dei fotoni. Il lavoro fu successivamente ampliato da Albert Einstein, in modo che si parla di Statistiche Bose–Einstein.

Ref. 73

** Il termine 'fermione' deriva dal nome delfisico e premio Nobel Enrico Fermi (b. 1901 Roma, d. 1954 Chicago) famoso per il suo genio totalizzante in fisica teorica e sperimentale. Ha lavorato principalmente sulla fisica delle particelle nucleari ed elementari, sullo spin e sulle statistiche. Per il suo lavoro sperimentale fu chiamato 'ingegnere quantistico'. E' anche famoso per le sue lezioni, che sono ancora pubblicate nella sua scrittura a mano, e il suo approccio brillante ai problemi fisici. Tuttavia, il suo Premio Nobel più che meritato è stato uno dei pochi casi in cui è stato dato il premio per una scoperta che si è dimostrata non essere corretta. Lasciò l'Italia a causa del cattivo trattamento di cui soffriva la moglie ebrea ed emigrò negli Stati Uniti. Fermi lavorò al progetto Manhattan costruì le prime bombe atomiche. Dopo la Seconda Guerra Mondiale, organizzò uno dei migliori dipartimenti di fisica del mondo, presso l'Università di Chicago, dove era ammirato da tutti coloro che lavorarono con lui.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

detectors
mirrors
beam splitter
source
two photons of same frequency f and polarozation
possible light paths
one photon of frequency $2f$

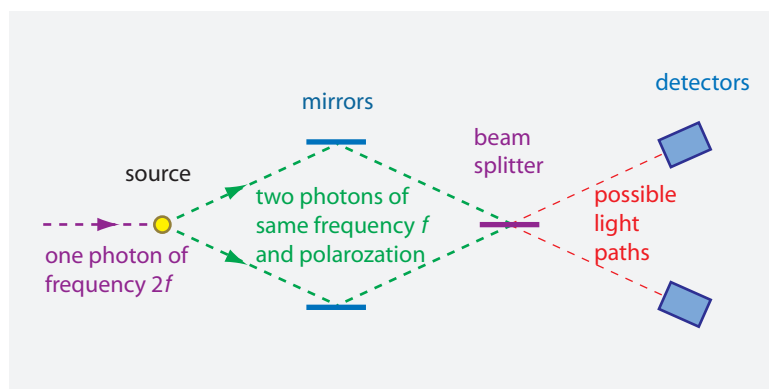



FIGURE 58 L'emissione di due fotoni e le interferenze: due fotoni indistinguibili si trova che arrivano sempre insieme, allo stesso rivelatore.

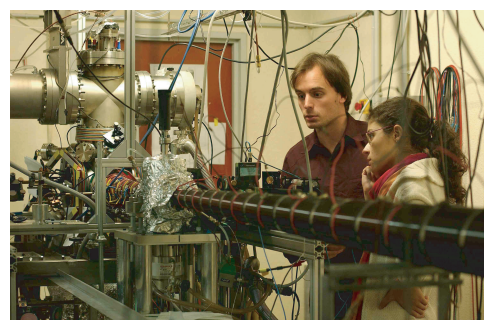
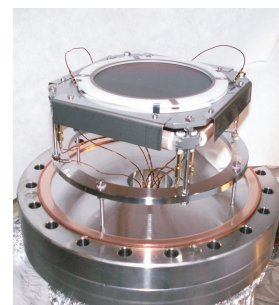
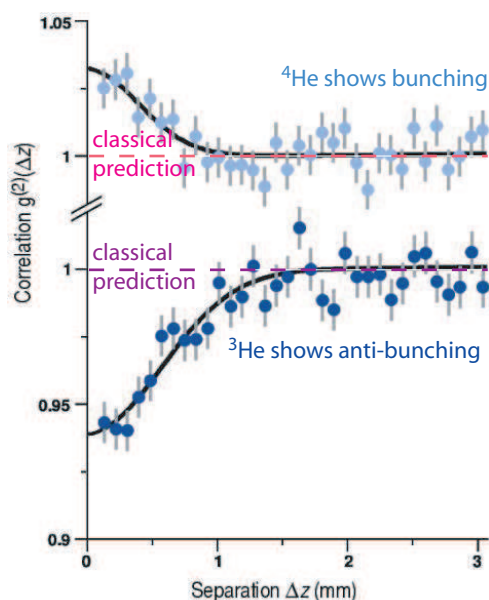



FIGURE 59 Il raggruppamento e l'antiraggruppamento di ^{3}He e ^{4}He helium atomi di elio: il risultato della misurazione, il rivelatore e l'esperimento (dalatomoptic.iota.u-psud.fr/research/helium/helium.html, foto © Denis Boiron, Jerome Chatin).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

avviene perché le due opzioni in cui uno dei fotoni viene trasmesso e l'altro riflesso interferiscono distruttivamente. (La discussione citata sopra vale anche qui: nonostante due fotoni vengano coinvolti, anche in questo caso, quando si studiano i dettagli, solo un fotone interferisce con se stesso.)

Page 61

L'esperimento dimostra che i fotoni sono *bosoni*. Infatti, nello stesso esperimento, i fermioni si comportano in modo esattamente opposto; due fermioni sono sempre rilevati separatamente su lati *opposti*, mai insieme sullo stesso lato.

Ref. 75

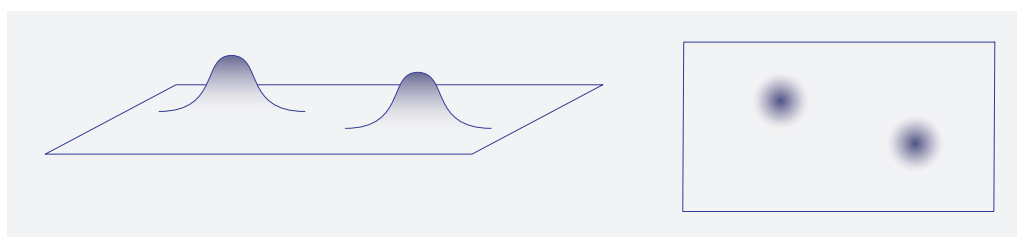



FIGURE 60 Disegni di particelle come eccitazioni localizzate (a sinistra) o nubi (a destra).

Raggruppamento e antiraggruppamento

Page 55

Un altro modo per testare il carattere di scambio di una particella è l'esperimento Hanbury Brown–Twiss descritto in precedenza, Prima di tutto, questo bell'esperimento dimostra che le particelle quantistiche si comportano in modo diverso dalle particelle classiche. Inoltre, rispetto alle particelle classiche, i fermioni mostrano antiraggruppamento – a causa del principio di esclusione di Pauli – ed i bosoni mostrano raggruppamento. Hanbury Brown e Twiss eseguirono l'esperimento con fotoni, che sono bosoni.

Ref. 76

Nel 2005, una collaborazione di ricerca Franco-Olandese effettuò l'esperimento con atomi. Utilizzando un gas elio estremamente freddo a 500 nK ed un intelligente principio rilevatore, sono stati in grado di misurare le curve di correlazione tipiche per l'effetto. I risultati, riportati in Figure 59, confermano che ^{3}He è un fermione e ^{4}He è un bosone, come previsto dalla regola di composizione delle particelle quantistiche.

La dipendenza energetica della simmetria di permutazione

Se gli esperimenti ci costringono a concludere che nessuno, nemmeno la natura, può distinguere tra due particelle dello stesso tipo, si deduce che esse non formano due entità separate, ma una sorta di unità. Il nostro ingenuo, senso classico di particelle come entità separate dal resto del mondo è quindi una descrizione errata del fenomeno delle 'particelle'. Infatti, nessun esperimento è in grado di monitorare le particelle con proprietà intrinseche identiche in modo tale da poterle distinguere con certezza. Questa impossibilità è stata verificata sperimentalmente con tutte le particelle elementari, con i nuclei, con gli atomi e con numerose molecole.

Come funziona questo nella la vita quotidiana, cioè, con la fisica classica? I fotoni non ci preoccupano molto qui. Concentriamo la discussione sulle particelle di materia. Sappiamo di essere in grado di distinguere gli elettroni puntando al filo in cui scorrono, e possiamo distinguere il nostro frigorifero da quella del vicino. Mentre il quanto d'azione rende impossibile la distinzione, la vita quotidiana la permette.

La spiegazione più semplice per entrambe le osservazioni è immaginare una microscopica particella, soprattutto elementare, come un *bulge*, i.e., cioè, come eccitazione localizzata del vuoto, o come una minuscola nuvola. Figure 60 mostra due tali rigonfiamenti e due nuvole che rappresentano particelle. È evidente che se le particelle sono troppo vicine tra loro, non ha senso distinguerle; non possiamo più dire chi è chi.

L'immagine rigonfiamento mostra che sia per grandi distanze o per pareti ad alto potenziale che le separano, la distinzione di particelle identiche diventa possibile. In tali situazioni, le misure che ci permettono di tenere traccia delle particelle indipendentemente

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

esistono – come sappiamo dalla vita di tutti i giorni. In altre parole, possiamo specificare un limite di energia in cui la simmetria di permutazione di oggetti o di particelle separate da una distanza d diviene importante. Esso è dato da

$$E = \frac{c\,\hbar}{d} . \tag{58}$$

Sfida 92 f Siete in grado di confermare l'espressione? Ad esempio, a temperature di tutti i giorni *possiano* distinguere gli atomi tra loro all'interno di un solido, in quanto l'energia così calcolata è molto superiore all'energia termica degli atomi. Per divertirsi, si potrebbe desiderare di determinare a quale energia due gemelli umani davvero identici diventano Sfida 93 f indistinguibili. Stima a quale energia diventerà evidente il carattere statistico di alberi o frigoriferi.

In sintesi, nella vita quotidiana, possiamo distinguere gli oggetti e pertanto il di persone per due ragioni: perché sono fatti di *molte* parti, e perché viviamo in un ambiente a *bassa energia*. L'immagine rigonfiamento delle particelle fornisce l'idea che esista distinguibilità per gli oggetti nella vita quotidiana, ma non per particelle nel dominio microscopico.

La questione energetica aggiunge subito un nuovo aspetto alla discussione. Come possiamo descrivere fermioni e bosoni in presenza di particelle virtuali e antiparticelle?

Indistinguibilità nella teoria quantistica dei campi

La teoria quantistica dei campi, come vedremo tra breve, mette semplicemente l'idea di rigonfiamento nuvoloso di Figure 60 in linguaggio matematico. Una situazione senza rigonfiamento si chiama *stato di vuoto*. La teoria quantistica dei campi descrive tutte le particelle di un determinato tipo come *eccitazioni* di un singolo campo fondamentale. Le particelle sono indistinguibili perché ogni particella è un'eccitazione della stesso substrato di base e ciascuna eccitazione ha le stesse proprietà. Una situazione con una particella viene descritta da una condizione di vuoto fatta da un *operatore di creazione*. L'aggiunta di una seconda particella è descritta aggiungendo un secondo operatore di creazione, e la sottrazione di una particella aggiungendo un *operatore di annichilazione*; quest'ultimo risulta essere l'aggiunto del primo.

La teoria quantistica dei campi studia come gli operatori di creazione e annichilazione devono comportarsi per descrivere le osservazioni.* Si arriva alle seguenti conclusioni:

— Operatori di campo per particelle con spin semi-intero sono fermioni e implicano anticommutazione (locale).
— Campi con spin intero sono bosoni e implicano commutazione (locale).

* Quando la relazione

$$[b, b^\dagger] = bb^\dagger - b^\dagger b = 1 \tag{59}$$

si pone tra l'operatore di creazione $b^\dagger$ e l'operatore di annichilazione b, gli operatori descrivono un *bosone*. Il pugnale (dagger) può quindi essere visto come descrivere l'operazione di aggiunta; un doppio pugnale equivale a nessun pugnale. Se gli operatori per la creazione e l'annichilazione di particelle anticommutano

$$\{d, d^\dagger\} = dd^\dagger + d^\dagger d = 1 \tag{60}$$

essi descrivono un *fermione*. La parentesi così definita è chiamata *parentesi anticommutatore*.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

— Per tutti gli operatori di campo a separazioni tipo–spazio, commutatore, e rispettivo anticommutatore, svaniscono.
— Le antiparticelle di fermioni sono fermioni, e le antiparticelle di bosoni sono bosoni.
— Le particelle virtuali si comportano nello scambio come le loro controparti reali.

Queste connessioni sono alla base della teoria quantistica dei campi. Essi descrivono come le particelle sono identiche, più precisamente, come si comportano sotto permutazione.

Ma perché le particelle quantistiche sono identiche? Perché tutti gli elettroni sono identici? La teoria quantistica dei campi descrive gli elettroni come identiche eccitazioni del vuoto, e come tale come identiche per costruzione. Naturalmente, questa risposta è solo parzialmente soddisfacente. Ne troveremo una migliore solo nella parte finale della nostra scalata al monte.

Come è verificata esattamente la simmetria di permutazione?

Ref. 77

I fermioni sono elettroni *perfetti*? Nel 1990, un semplice ma efficace esperimento testando il loro comportamento di fermione è stato realizzato da Ramberg e Snow. Essi inviarono una corrente elettrica di 30 A attraverso un filo di rame per un mese e cercato un'emissione di raggi X. Non hanno trovato niente. Hanno concluso che gli elettroni sono sempre in uno stato antisimmetrico, con una componente simmetrica di meno di

$$2 \cdot 10^{-26} \tag{61}$$

dello stato totale. In breve, gli elettroni sono sempre in uno stato antisimmetrico: sono fermioni.

Il ragionamento dietro questo elegante esperimento è il seguente. Se gli elettroni non fossero sempre fermioni, ogni tanto un elettrone potrebbe cadere nel livello di energia più basso di un atomo di rame, con conseguente emissione di raggi X. La mancanza di tali raggi X implica che gli elettroni sono fermioni con una precisione molto elevata. I raggi X possono essere emessi solo se fossero bosoni, almeno per parte del tempo. Infatti, due elettroni, essendo fermioni, non possono essere nello stesso stato quantistico: questa limitazione si chiama *principio di esclusione di Pauli*. Si applica a tutti i fermioni ed è l'argomento del prossimo capitolo.

Copie, cloni e guanti

Possono i sistemi classici essere indistinguibili? Possono: le grandi molecole sono esempi – a condizione che siano realizzati esattamente degli stessi isotopi. Possono *grandi* sistemi classici,essere costituiti da una mole o più particelle indistinguibili? Questa semplice domanda chiede in sostanza se una copia *perfetta*, o () *clone* fisico, di un sistema fisico sia possibile.

Si potrebbe sostenere che ogni fabbrica per prodotti di massa, come quello che produce bottoni della camicia o graffette, dimostra che le copie sono possibili. Ma l'apparenza inganna. Al microscopio c'è di solito un po' di differenza. È questo sempre il caso? Nel 1982, il fisico olandese Dennis Dieks e in modo indipendente, i fisici americani Wootters e Zurek, pubblicarono semplici prove che i sistemi quantistici non possono essere

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ref. 78 copiati. Questo è il famoso *teorema di no-cloning*.

Una *macchina copiatrice* è una macchina che prende un originale, legge le sue proprietà e produce una copia, lasciando l'originale invariato. Questa definizione sembra semplice. Tuttavia, sappiamo che se si estraggono informazioni da un originale, dobbiamo interagire con esso. Come risultato, il sistema cambierà, almeno di un quanto d'azione. Ci aspettiamo quindi che, a causa della teoria quantistica, copie e originali non possono mai essere identiche.*

La teoria quantistica infatti mostra che le copiatrici sono impossibili. Una macchina copiatrice viene descritta da un operatore che mappa lo stato di un sistema originale allo stato della copia. In altre parole, una macchina copiatrice è lineare. Questa linearità porta ad un problema. In parole povere, se una macchina copiatrice fosse in grado di copiare gli originali sia nello stato $|A\rangle$ o nello stato di $|B\rangle$, potrebbe non funzionare se lo stato dell'originale fosse una sovrapposizione $|A\rangle + |B\rangle$. Vediamo perché.

Una macchina copiatrice è un dispositivo descritto da un operatore U che cambia lo stato di partenza $|s\rangle_c$ della copia nel modo seguente:

— Se l'originale è nello stato di $|A\rangle$, un copiatore agisce sulla copia $|s\rangle_c$ come

$$U|A\rangle|s\rangle_c = |A\rangle|A\rangle_c \,. \qquad (62)$$

— Se l'originale è nello stato di $|B\rangle$, un copiatore agisce sulla copia $|s\rangle_c$ come

$$U|B\rangle|s\rangle_c = |B\rangle|B\rangle_c \,. \qquad (63)$$

Come risultato di questi due requisiti, un originale nello stato $|A + B\rangle$ è trattato dal copiatore come

$$U|A + B\rangle|s\rangle_c = |A\rangle|A\rangle_c + |B\rangle|B\rangle_c \,. \qquad (64)$$

Questo è in contrasto con ciò che vogliamo, che sarebbe

$$U_{\text{wanted}}|A + B\rangle|s\rangle_c = (|A\rangle + |B\rangle)(|A\rangle_c + |B\rangle_c) \,. \qquad (65)$$

In altre parole, una opiatrice non può copiare completamente uno stato.**Questo è il cosiddetto *teorema di no-cloning*.

L'impossibilità di copia è implicita nella teoria quantistica. Se fossimo in grado di clonare sistemi, potremmo misurare una variabile di un sistema ed una seconda variabile nella sua copia. Saremmo così in grado di battere la relazione di indeterminazione in entrambe le copie. Questo è impossibile. In breve, le copie sono sempre imperfette.

* Questo sembra fornire una soluzione contro le false banconote. Infatti, Stephen Wiesner propose di utilizzare la teoria quantistica già in 1970; egli immaginò di utilizzare le polarizzazioni di singoli fotoni immagazzinati come bit di serie di numeri. Può spiegare perché questo non può funzionare? Ref. 79 Sfida 94 s

** Il teorema di no-cloning pone severe limitazioni ai computer quantistici, poiché i calcoli necessitano spesso di copie di risultati intermedi. Il teorema mostra anche che la comunicazione più veloce della luce è impossibile negli esperimenti EPR. In compenso, la *crittografia quantistica* diventa possibile – almeno in laboratorio Infatti, il teorema di no-cloning dimostra che nessuno può copiare un messaggio quantistico senza essere notato. Le modalità specifiche per utilizzare questo risultato in crittografia sono del 1984 Bennett - protocollo Brassard e del 1991 protocollo Ekert.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

La mancanza di copiatrici meccanico quantistiche è deludente. Tale macchine da fantascienza dispositivi di teletrasporto, potrebbero essere alimentati con due ingressi diversi, come un leone e una capra, e produrre una sovrapposizione: una chimera. La teoria quantistica mostra che tutti questi esseri o situazioni immaginarie non possono essere realizzate.

Altri ricercatori hanno poi esplorato come una copia possa essere vicino alla perfezione, soprattutto nel caso di sistemi classici. Per fare una sintesi, queste indagini dimostrano che anche la copia o la clonazione di sistemi macroscopici è impossibile. In parole semplici, *le macchine copiatrici non esistono.* Le copie possono sempre essere distinte dagli originali se le osservazioni sono realizzate con sufficiente attenzione. In particolare, questo è il caso per i cloni biologici; i cloni biologici sono gemelli identici nati dopo gravidanze separate. Si differenziano per le loro impronte digitali, scansione dell'iride, fisico e memorie emozionali, strutture cerebrali, e in molti altri aspetti. (Si può specificare un paio di più?) In breve, i cloni biologici, come gemelli identici, non sono copie di ogni altro.

Ref. 80

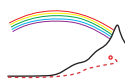
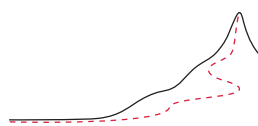
Sfida 95 s

In sintesi, gli oggetti della vita quotidiana, quali fotocopie, palle da biliardo o gemelli sono sempre distinguibili. Ci sono due ragioni: in primo luogo, gli effetti quantistici non svolgono alcun ruolo nella vita quotidiana, in modo che non vi è alcun pericolo di scambio non osservabile; in secondo luogo, cloni perfetti di sistemi classici non esistono comunque, in modo che ci sono sempre piccole differenze tra due oggetti, anche se sembrano identici a prima vista. I guanti, essendo sistemi classici, si possono così sempre distinguere.

Sommario

Come conseguenza del quanto di azione $\hbar$, le particelle quantistiche sono *indistinguibili*. Questo avviene in due modi: esse sono o bosoni o fermioni. Nonostante l'indistinguibilità dei quantoni, lo stato dei sistemi fisici non può essere copiato ad un secondo sistema con lo stesso contenuto di particelle. Pertanto, i cloni perfetti non esistono in natura.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 6

ROTAZIONI E STATISTICHE – VISUALIZZAZIONE DELLO SPIN

Spin è l'osservazione che i fasci di materia possono essere *polarizzati*:i raggi possono essere ruotati. Lo spin descrive così come le particelle si comportano sotto le rotazioni. Le particelle non implicano quindi che siano puntiformi: le particelle quantistiche possono ruotare intorno ad un asse. Questa opportuna rotazione è chiamata *spin*; come la rotazione macroscopica, è descritta da un momento angolare.

Page 105

Nel seguito, ricordiamo che la rotazione dei quantoni è quantizzata in unità di $\hbar/2$. Poi mostriamo un risultato profondo: il valore di rotazione determina se una particella quantistica, e qualsiasi sistema quantistico generale, sia un bosone o un fermione.

Particelle quantistiche e simmetria

Ref. 81

Il contesto generale per la comparsa della rotazione fu chiarito da Eugene Wigner nel 1939.* Iniziò ricapitolando che ogni particella quantistica, se *elementare*, deve comportarsi come una *rappresentazione irriducibile* dell'insieme di tutti cambiamenti di punto di vista. Questo insieme di modifiche dei punti di vista costituisce il gruppo di simmetria per lo spazio-tempo piatto, il cosiddetto *gruppo di Lorentz disomogeneo*. Perché?

Vol. I, pag. ??

Abbiamo visto nel capitolo sulla simmetria nel primo volume di questa avventura che la simmetria di qualsiasi sistema composito comporta determinati requisiti per i componenti del sistema. Se i componenti non seguono questi requisiti, non possono costruire una composizione simmetrica.

Sappiamo dalla vita quotidiana e da precisi esperimenti che tutti i sistemi fisici sono simmetrici sotto traslazione nel tempo e nello spazio, sotto rotazione nello spazio, sotto impulsi, e – in molti casi – sotto la riflessione allo specchio, scambio di materia–antimateria ed inversione di moto. Sappiamo che queste simmetrie sono note dalla vita di tutti i giorni; per esempio, l'utilità di ciò che chiamiamo 'esperienza' nella vita di ogni giorno è semplicemente una conseguenza della simmetria della traslazione del tempo. L'insieme di tutte queste simmetrie comuni, più precisamente, di tutte queste trasformazioni di simmetria, viene chiamato *gruppo di Lorentz disomogeneo*.

Queste *simmetrie*, cioè, questi cambi di punti di vista, portano a determinati requisiti per i componenti dei sistemi fisici, cioè, per le particelle quantistiche elementari. In linguaggio matematico, il requisito è espresso dicendo che le *particelle elementari* devono essere *rappresentazioni irriducibili* della simmetria di gruppo.

Vol. I, pag. ??

* Eugene Wigner (b. 1902 Budapest, d. 1995 Princeton), fisico teorico, ha ricevuto il Premio Nobel per la la fisica nel 1963. Ha scritto oltre 500 documenti, molti sui vari aspetti della simmetria in natura. Fu anche famoso per essere stato il fisico più educato al mondo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ogni libro di testo sulla teoria quantistica riporta questo ragionamento con dettaglio sistematico. Partendo con il gruppo di Lorentz, si ottiene una lista di tutti le possibili rappresentazioni irriducibili, in altre parole, un elenco di tutti i modi possibili in cui le particelle elementari possono comportarsi. * Catalogando le possibilità, si trova prima di tutto che ogni particella elementare è descritta da *quattro quantità di moto* – niente di nuovo finora – da un momento angolare interno, lo *spin*, e da una serie di *parità*.

— Quattro quantità di moto risultano dalla simmetria traslazionale della natura. Il valore della quantità di moto descrive come una particella si comporta in traslazione, cioè, sotto scorrimento di punti di vista di posizione e tempo. L'ampiezza delle quattro quantità di moto è una proprietà invariante, per la massa, mentre il suo orientamento nello spazio-tempo è libero.
— Lo spin risulta dalla simmetria di rotazione della natura. Il valore di spin descrive come si comporta un oggetto sotto rotazioni nelle tre dimensioni, cioè, sotto cambiamento dell'orientamento dei punti di vista.**L'ampiezza della rotazione è una proprietà invariante, e il suo orientamento ha varie possibilità rispetto alla direzione del moto. In particolare, la rotazione delle particelle quantistiche massicce si comporta diversamente da quella di particelle quantistiche senza massa.

  Per particelle quantistiche *massicce*, il gruppo di Lorentz disomogeneo comporta che la grandezza invariante di spin è di $\sqrt{J(J+1)}\hbar$, spesso scritta, per soprasemplificazione, come J. Si è quindi soliti dire e scrivere 'spin J' al posto dell'ingombrante 'spin $\sqrt{J(J+1)}\hbar$'. Poiché il valore del numero quantistico J specifica l'ampiezza del momento angolare, dà la rappresentazione per le rotazioni di un determinato tipo di particella. L'esplorazione mostra che il numero quantistico di spin J può essere qualsiasi multiplo di 1/2, cioè, può assumere i valori $0, 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2$, etc. Come riassunto in Table 4, gli esperimenti dimostrano che elettroni, protoni e neutroni hanno spin 1/2, le particelle W e Z spin 1 e gli atomi di elio spin 0. Inoltre, la rappresentazione di spin J è $2J+1$ dimensionale, il che significa che l'orientamento spaziale dello spin ha $2J+1$ valori possibili. Per gli elettroni, con $J = 1/2$, ci sono quindi due possibilità; di solito sono chiamate 'su' e 'giù'. Lo spin quindi prende solo valori*discreti*. Ciò è in contrasto con la quantità di moto lineare, le cui rappresentazioni sono dimensionalmente infinite ed i cui possibili valori formano una gamma *continua*.

  Anche *senza* massa le particelle quantistiche sono caratterizzate dal valore del loro spin. Si possono prendere gli stessi valori come nel caso massiccio. Per esempio, fotoni e gluoni hanno spin 1. Per le particelle prive di massa, le rappresentazioni sono monodimensionali, in modo che le particelle prive di massa sono completamente descritte dalla loro *elicità*, definita come la proiezione dello spin sulla direzione del moto. Le particelle senza massa possono avere elicità positiva o negativa, spesso chiamata anche polarizzazione destra e sinistra. Non c'è altra libertà per l'orientamento dello spin nel caso privo di massa.

* Per essere di rilevanza fisica per la teoria quantistica, le rappresentazioni debbono essere *unitarie*. L'elenco completo delle rappresentazioni di cambiamenti di punto di vista *irriducibili* e *unitari* fornisce così la gamma di possibilità per ogni particella che vuole essere *elementare*.
** Il gruppo delle rotazioni fisiche è anche chiamato SO(3), poiché matematicamente è descritto dal gruppo di 3 matrici Speciali Ortogonali 3.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 4 Spin di particella come rappresentazione del gruppo di rotazione.

Spin [$\hbar$]	System unchanged after rotation by	Massive examples elementary	composite	Massless examples elementary
0	qualsiasi angolo	bosone di Higgs	mesoni, nuclei, atomi	nessuno [a]
1/2	2 giri	e, μ, τ, q, ν_e, ν_μ, ν_τ	nuclei, atomi, molecole, radicali	nessuno, poiché i neutrini hanno una massa minuscol
1	1 giro	W, Z	mesoni, nuclei, atomi, molecole, toaster	g, γ
3/2	2/3 giro	nessuno [a]	barioni, nuclei, atomi	nessuno [a]
2	1/2 giro	nessuno	nuclei	'gravitoni' [b]
5/2	2/5 giro	nessuno	nuclei	nessuno
3	1/3 giro	nessuno	nuclei [c]	nessuno
etc.[c]	etc.[c]	etc.[c]	etc.[c]	etc.[d]

a. Supersimmetria, una simmetria congetturata nel XX secolo, prevede particelle elementari in queste e altre caselle
b. Il gravitone non è stato ancora osservato.
c. Esistono nuclei con spin di valori fino a almeno 101/2 e 51 (in unità di $\hbar$). Ref. 82

— Per completare l'elenco delle proprietà delle particelle, devono essere incluse le rimanenti simmetrie discrete del gruppo di Lorentz disomogeneo. Poiché l'*inversione del moto*, la *parità spaziale* e l'*inversione di carica* sono parità, ogni particella elementare deve essere descritta da tre numeri supplementari, chiamati T, P e C, ciascuno dei quali può assumere solo i valori +1 o −1. Essendo parità, questi numeri devono essere *moltiplicati* per ottenere il valore di un sistema composto.

In breve, le simmetrie in natura portano alla classificazione di tutte le particelle elementari quantistiche mediante la loro massa, la loro quantità di moto, il loro spin e le loro parità P, C e T.

Tipi di particelle quantistiche

I valori di spin osservati per tutte le particelle quantistiche in natura sono date in Table 4. Le parità e tutte le note proprietà intrinseche delle particelle elementari sono date in Table 5. Spin e parità insieme sono chiamati *numeri quantici*. Tutte le altre proprietà intrinseche dei quantoni riguardano le interazioni, come la massa, la carica elettrica o l'isospin. Noi le esploreremo nel prossimo volume.

Vol. V, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 5 Proprietà delle particelle elementari.

Particella	Massa m^a	e Durata vita τ o ampiezza energia, [b] principali modi di decadimento e Isospin I, spin$J$, [c] parità P, parità di carica C e Carica, isospin, stra -nezza, [c] fascino, bellezza, [d] topness: $QISCBT$	Leptoni & barioni [e] numeri LB		
Radiazione elementare (bosoni)					
fotone γ	0 (<10^{-53} kg)	stabile	$I(J^{PC}) = 0,1(1^{--})$	000000	0,0
$W^{\pm}$	80.398(25) GeV/c^2	2.124(41) GeV 67.60(27) % adroni, 32.12(36) % $l^+\nu$	$J = 1$	±100000	0,0
Z	91.1876(21) GeV/c^2	$2.65(2) \cdot 10^{-25}$ s or 2.4952(23) GeV/c^2 69.91(6) % adroni, 10.0974(69) % l^+l^-	$J = 1$	000000	0,0
gluoni	0	stabile	$I(J^P) = 0(1^-)$	000000	0,0
Materia elementare (fermioni): leptoni					
elettrone e	9.109 382 15(45) · 10^{-31} kg = 81.871 0438(41) pJ/c^2	> $13 \cdot 10^{30}$ s	$J = \frac{1}{2}$	−100 000	1,0
	= 0.510 998 910(13) MeV/c^2 = 0.000 548 579 909 43(23) u				
	rapporto giromagnetico $\mu_e/\mu_B = -1.001\,159\,652\,1811(7)$				
muon μ	0.188 353 130(11) yg	2.197 03(4) µs 99 % $e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$	$J = \frac{1}{2}$	−100000	1,0
	= 105.658 3668(38) MeV/c^2 = 0.113 428 9256(29) u				
	rapporto giromagnetico $\mu_\mu/(e\hbar/2m_\mu) = -1.001\,165\,9208(6)$				
tau τ	1.776 84(17) GeV/c^2	290.6(1.0) fs	$J = \frac{1}{2}$	−100000	1,0

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 5 (Continua) proprietà delle particelle elementari.

Particella	Massa m [a]	Durata vita τ o ampiezza energia, [b] principali modi di decadimento	Isospin I, spin J, [c] parità P, parità di carica C	Carica, isospin, stra-nezza, [c] fascino, bellezza, [d] topness: $QISCBT$	Leptoni & barioni [e] numeri LB
el. neutrino ν_e	$< 2\,\mathrm{eV}/c^2$		$J = \frac{1}{2}$		1,0
muon neutrino ν_μ	$< 2\,\mathrm{eV}/c^2$		$J = \frac{1}{2}$		1,0
tau neutrino ν_τ	$< 2\,\mathrm{eV}/c^2$		$J = \frac{1}{2}$		1,0
Materia elementare (fermioni): quark [f]					
su u	1.5 to 3.3 MeV/c^2	vedi protone	$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	$+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}0000$	$0, \frac{1}{3}$
giù d	3.5 to 6 MeV/c^2	vedi protone	$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	$-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}0000$	$0, \frac{1}{3}$
stranezza s	70 to 130 MeV/c^2		$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$	$-\frac{1}{3}0{-}1000$	$0, \frac{1}{3}$
fascino c	1.27(11) GeV/c^2		$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$	$+\frac{2}{3}00{+}100$	$0, \frac{1}{3}$
fondo b	4.20(17) GeV/c^2	$\tau = 1.33(11)\,\mathrm{ps}$	$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$	$-\frac{1}{3}000{-}10$	$0, \frac{1}{3}$
su t	171.2(2.1) GeV/c^2		$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$	$+\frac{2}{3}0000{+}1$	$0, \frac{1}{3}$
Observed elementary boson					
bosone di Higgs	126 GeV/c^2		$J = 0$		

Notes:
a. Si veda anche la tabella dei prefissi SI su page 212. Circa eV/c^2 unità di massa, vedi page 217.
b. L' *ampiezza di energia* Γ di una particella è legata alla sua durata τ dalla relazione di indeterminazione $\Gamma\tau = \hbar$. C'è una differenza tra la *emivita* $t_{1/2}$ e la durata τ di una particella: sono legati da $t_{1/2} = \tau \ln 2$, dove $\ln 2 \approx 0.693\,147\,18$; l'emivita è quindi più breve della durata. L'*unità di massa atomica* unificata u è definita come 1/12 della massa di un atomo carbonio 12 a riposo e

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

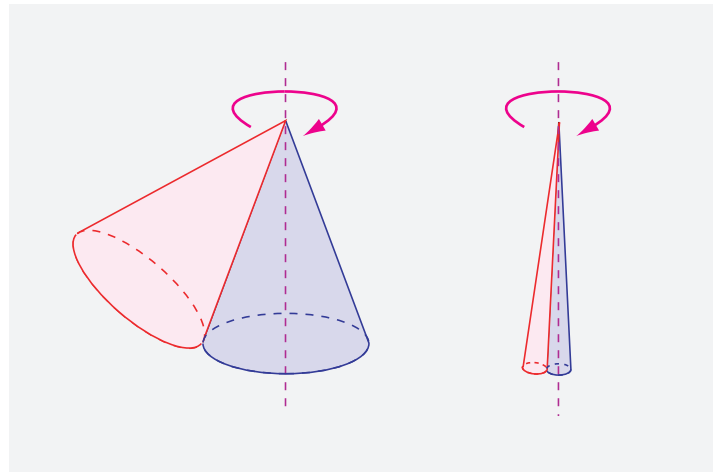



FIGURE 61 Un argomento che mostra perché le rotazioni di 4π sono equivalenti ad alcuna rotazione.

nel suo stato fondamentale. Si ha $1\,\mathrm{u} = \frac{1}{12}m(^{12}\mathrm{C}) = 1.660\,5402(10)\,\mathrm{yg}$.
c. Per rendere snella la tabella, l'intestazione non menziona esplicitamente il *colore*, la carica delle interazioni forti. Questo deve essere aggiunto all'elenco delle proprietà di base dell'oggetto. I numeri quantici che contengono la parola '{iinparità'sono moltiplicativi; tutti gli altri sono additivi. Il tempo di parità T (da non confondere col topness T), meglio chiamato parità dell'inversione del moto, è uguale CP in tutte le particelle conosciute. L'isospin I (o I_Z) è definito solo per quark su e giù ed i loro composti, come il protone e il neutrone. In letteratura si possono anche vedere i riferimenti alla cosiddetta parità G, definita come $G = (-1)^{IC}$.
. L'intestazione della tabella, inoltre, non menziona la *carica debole*delle particelle. I dettagli sulla carica debole g, o, più precisamente, sull'*isospin debole*, un numero quantico assegnato a tutti i fermioni sinistrorsi (e antifermioni destrorsi), ma a nessun fermione destrorso (e nessun antifermione sinistrorso), sono indicati nella sezione relativa alle interazioni deboli.

Vol. V, pag. ??

d. La 'bellezza' è ormai comunemente chiamata *bottomness*; Allo stesso modo, la 'verità ' è ormai comunemente chiamata *topness*. I segni dei numeri quantici S, I, C, B, T possono essere definiti in modi diversi. Nell'assegnazione standard qui illustrata, il segno di ciascuno dei numeri quantici non nulli è data dal segno della carica del quark corrispondente.
e. Se la supersimmetria esistesse, la R-parità dovrebbe essere aggiunta a questa colonna. La R-parità è un numero quantico moltiplicativo relativo al numero leptonico L, il numero barionico B e lo spin J attraverso la definizione $R = (-1)^{3B+L+2J}$. Tutte le particelle del modello standard sono R-pari, mentre le loro ipotizzate particelle partner supersimmetriche sarebbero R-dispari.
f. Per la definizione precisa ed il significato delle masse dei quark, vedere page **??** nel volume V.

Spin 1/2 e oggetti legati

Un risultato centrale della teoria quantistica è che lo spin 1/2 è una possibilità in natura, anche se questo valore non appare nella vita quotidiana. Per un sistema avere spin 1/2 significa che per tale sistema una rotazione solo di due giri è equivalente a nessuna, mentre uno da *un* giro non lo è. Non esistono sistemi*semplici* con tale proprietà nella vita di tutti i giorni, ma tali sistemi esistono nei sistemi microscopici: elettroni, neutrini, atomi di argento e radicali molecolari hanno tutti spin 1/2. La Table 4 fornisce un elenco più ampio.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

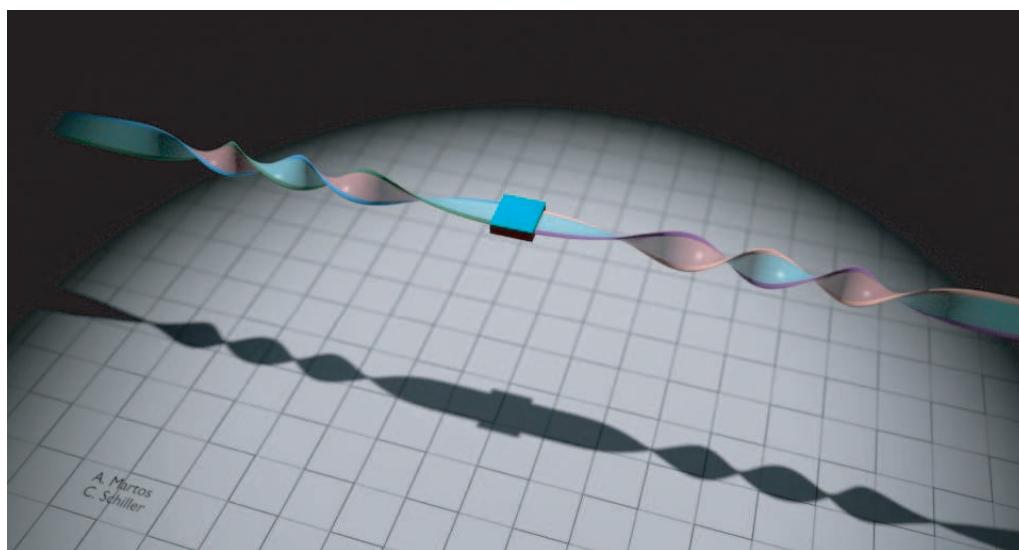



FIGURE 62 Si supponga che la cintura non possa essere osservata, ma l'oggetto quadrato lo possa, e che rappresenti una particella. L'animazione mostra quindi che tale particella (l'oggetto quadrato) può ritornare nella posizione di partenza dopo la rotazione di 4π (e non dopo 2π). Tale una particella 'cintura' soddisfa quindi la proprietà che definisce una *particella di spin 1/2* : ruotarla di 4π è equivalente a nessuna rotazione. La cintura rappresenta quindi la funzione d'onda spinore; per esempio, una rotazione pi 2π porta ad una torsione; questo significa un cambiamento di segno della funzione d'onda. Una rotazione di 4π non ha alcuna influenza sulla funzione d'onda. Potete ripetere il trucco a casa, con una striscia di carta. L'equivalenza è illustrata qui con due cinture attaccate, ma il trucco funziona con qualsiasi numero positivo di cinture! (QuickTime film © Antonio Martos)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Vol. I, pag. ??

Il matematico Hermann Weyl usò una semplice immagine spiegando la connessione tra spin 1/2 e invarianza in rotazione di 4π. Prendiamo due coni, che si toccano alle loro estremità così come lungo una linea, come mostrato in Figure 61. Tenere un cono e girare l'altro intorno ad esso. Quando il cono che rotola, dopo un giro completo attorno all'altro cono, è tornato alla posizione originale, è ruotato di un certo angolo. Se i coni sono grandi, l'angolo di rotazione è piccolo. Se i coni sono molto sottili, come aghi, il cono in movimento è ruotato di (quasi) 720 gradi. Una rotazione di 720 gradi è pertanto simile a quella di 0 gradi. Se immaginiamo l'angolo di cono variare continuamente, questa visualizzazione mostra anche che una rotazione di 720 gradi può essere continuamente deformata in una rotazione 0 gradi, mentre una rotazione di 360 gradi non può.

Esistono sistemi nella vita quotidiana che si comportano come spin 1/2, ma non sono semplici: tutti questi sistemi sono *legati*. Il sistema più noto è la cintura. la Figure 62 e la Figure 63 mostrano che una rotazione di 4π di una fibbia della cintura è equivalente a nessuna rotazione: ciò è facilmente ottenibile spostando la cinghia intorno. Potete ripetere il processo da soli, utilizzando una vera cintura o una striscia di carta, al fine di ottenere una sensazione di esso. Il processo di districazione è spesso chiamato il *trucco della cintura*, ma anche *trucco della forbice*, *trucco della piastra*, *trucco della stringa*, *danza del vino delle Philippine* o *ballo della candela Balinese*. A volte è erroneamente attribuita a Dirac, perché lo utilizzò ampiamente nelle sue lezioni.

Sfida 96 f

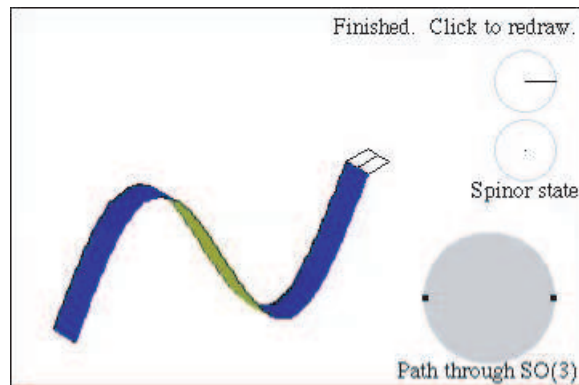



FIGURE 63 Il trucco della cintura con un semplice nastro: una doppia rotazione della fibbia della cintura è equivalente a nessuna rotazione. (QuickTime film © Greg Egan)

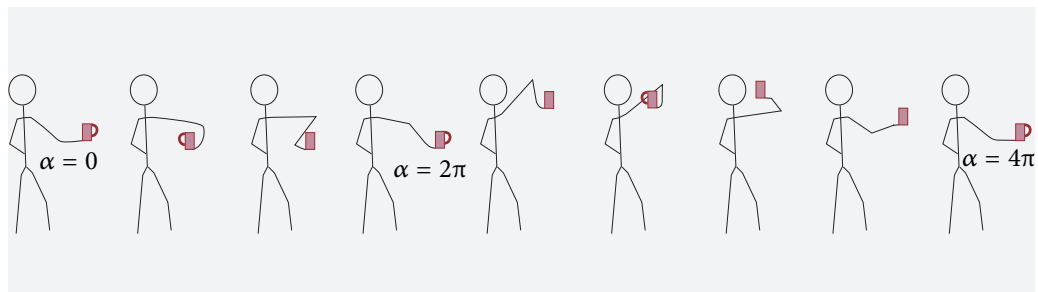



FIGURE 64 Il braccio umano come modello di spin 1/2.

Il corpo umano ha una tale cintura incorporata: il *braccio*. Basta prendere la mano, mettere un oggetto su di essa per chiarezza, come una tazza, e girare la mano e l'oggetto di 2π ruotando il braccio. Dopo una seconda rotazione l'intero sistema sarà districato di nuovo, come mostrato in Figure 64. Il trucco è ancora più impressionante se si utilizzano *molte* braccia. Si possono mettere le due mani (se si è scelto la giusta posizione di partenza) sotto la tazza o si può prendere un amico o due che tengano ciascuno una mano attaccata alla coppa insieme a voi. Il trucco della cintura può essere ancora eseguito, e l'intero sistema si districa dopo due giri completi.

Sfida 97 f
Sfida 98 f

Questo ci porta al modo più generale di mostrare la connessione tra tethering (collegamento) e spin 1/2. Basta incollare un numero qualsiasi di fili, nastri o tubi, diciamo di mezzo metro di lunghezza, ad un oggetto, come mostrato in Figure 65. (Con molte tali code, non è opportuno più chiamarla una fibbia della cintura.) Come il braccio di un essere umano, ogni banda dovrebbe spaziare all'infinito e rimanervi attaccata. Se l'oggetto che rappresenta la particella, viene ruotato di 2π, appaiono torsioni nelle sue code. Se l'oggetto è ruotato di un giro supplementare, per un totale di 4π, tutte le curve e grovigli possono essere fatte scomparire, senza muoversi o girare l'oggetto. Dovete sperimentarlo realmente per crederci. E il processo funziona davvero con *qualsiasi* numero di bande incollate all'oggetto. Il sito www.evl.uic.edu/hypercomplex/html/dirac.html fornisce un'animazione che mostra questo processo con quattro cinghie attaccate.

In genere, tutte queste animazioni mostrano che fibbie per cinture, e in realtà tutti i

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

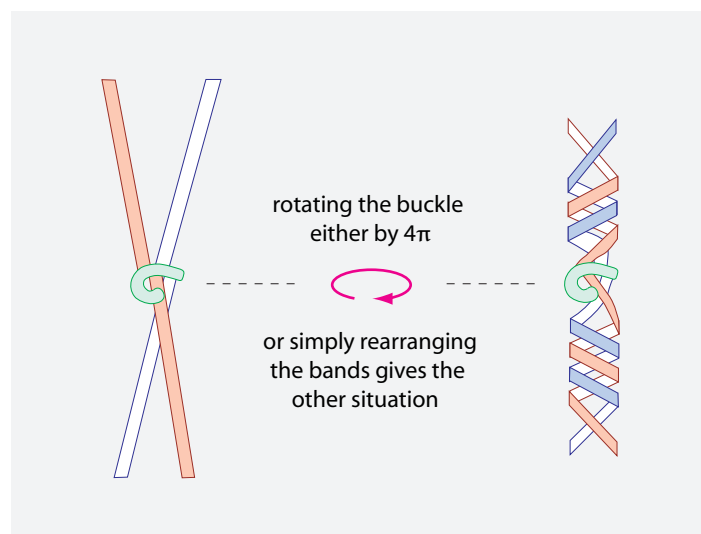



FIGURE 65 Il trucco della cintura generalizzato, modella il comportamento di rotazione di una particella di spin 1/2: indipendentemente dal numero di bande o tubi o stringhe attaccate, le due situazioni possono essere trasformate reciprocamente, ruotando l'oggetto centrale di 4π o mantenendo l'oggetto centrale fisso e spostando le bande intorno ad esso.

sistemi (sufficientemente) legati, tornano al loro stato originale solo dopo rotazioni di 4π, e *non* dopo rotazioni di 2π. *Gli oggetti legati si comportano come particelle di spin 1/2.* In realtà, gli oggetti legati, come ad esempio fibbie per cinture, sono i *solo* sistemi che riproducono proprietà di spin 1/2. Nell'ultima parte della nostra avventura scopriremo la profonda ragione di fondo per l'equivalenza tra particelle con spin 1/2 e sistemi legati.

Sfida 99 f

Esplorando le simmetrie delle funzioni d'onda, la teoria quantistica mostra che le rotazioni *richiedono* l'esistenza di spin per tutte le particelle quantistiche. Un'indagine della funzione d'onda mostra che le funzioni d'onda delle particelle elementari di materia si comportano in rotazione come oggetti legati. Per esempio, una funzione d'onda il cui equivalente legato è correlato acquista un segno negativo.

In sintesi, la teoria quantistica implica l'esistenza del contro-intuitivo valore di spin 1/2. In particolare, ciò appare per le particelle di materia elementari.

L'estensione del trucco della cintura

Ma perché gli esperimenti dimostrano che tutti i fermioni hanno spin semi-intero, e che tutti i bosoni hanno spin intero? In particolare, perchè gli elettroni obbediscono al principio di esclusione di Pauli? A prima vista, non è chiaro quale sia il valore di spin che ha a che fare con le proprietà statistiche di una particella. In realtà, ci sono diversi modi per dimostrare che le rotazioni e le statistiche sono collegate. La prima prova, dovuta a Wolfgang Pauli, usò i dettagli della teoria quantistica dei campi ed era così complicata che i suoi ingredienti essenziali furono nascosti. Ci sono voluti decenni per convincere tutti che un'ulteriore osservazione sulle cinture era la parte centrale della prova.

Page 137
Ref. 85
Ref. 86

Partendo dal modello rigonfiamento delle particelle quantistiche mostrate in Figure 60, possiamo immaginare un tubo che collega due particelle, simile ad un nastro che collega due fibbie, come mostrato in Figure 66. Le fibbie rappresentano le particelle. Il tubo mantiene traccia del loro orientamento relativo. Se una particella/fibbia viene ruotata di 2π lungo un asse, viene inserita una torsione nella cinghia. Come appena illustrato,

Page 121

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

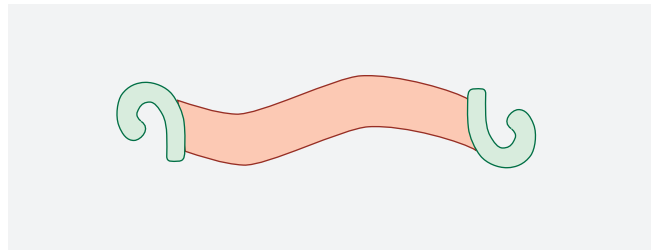



FIGURE 66 Due fibbie per cinture collegate da una cintura, in un modo da visualizzare due particelle con spin 1/2.

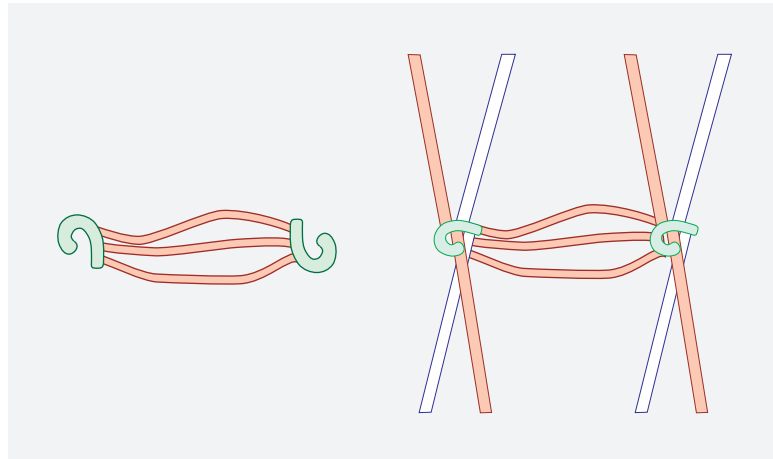



FIGURE 67 Modelli cintura per due particelle spin 1/2.

se la stessa fibbia viene ruotata di altri 2π, portando il totale a 4π, la conseguente doppia torsione può essere facilmente annullata senza spostare o ruotare le fibbie.

Ora guardiamo di nuovo a Figure 66. Se prendiamo le due fibbie e semplicemente *scambiamo* le loro posizioni, una torsione viene introdotto nella cinghia. Se le scambiamo di nuovo, la torsione scomparirà. In breve, due fibbie di cinture collegate ritornano allo stato originale solo dopo un doppio scambio, e non dopo un singolo scambio.

In altre parole, se prendiamo ogni fibbia a rappresentare una particella e una torsione a significare un fattore -1, la cinghia descrive esattamente il comportamento di fase delle funzioni d'onda spin 1/2, sia in *rotazione* e sotto *scambio*. In particolare, si vede che la rotazione e il comportamento di scambio sono correlati.

Analogamente, anche lo stesso trucco della cintura può essere esteso allo scambio. Prendete due fibbie che sono collegate con *molte* bande o fili, come in Figure 67 o in Figure 68. La banda può connettere le particelle, o andare all'infinito spaziale, o entrambi. Uno scambio delle due fibbie produce un bel groviglio disordinato. Ma quasi incredibilmente, in tutti i casi, un secondo scambio riconduce alla situazione originale, se le cinture sono correttamente riordinate. Potreste voler verificare voi stessi che il comportamento è valido anche se sono coinvolte ulteriori particelle, purché scambiate sempre le stesse due particelle due volte.

Sfida 100 f

Concludiamo che gli oggetti collegati si comportano come fermioni sotto scambio. Queste osservazioni insieme formano il teorema di spin-statistica per particelle con spin 1/2: *lo spin e il comportamento di scambio sono collegati*. In effetti, questi argomenti quasi

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

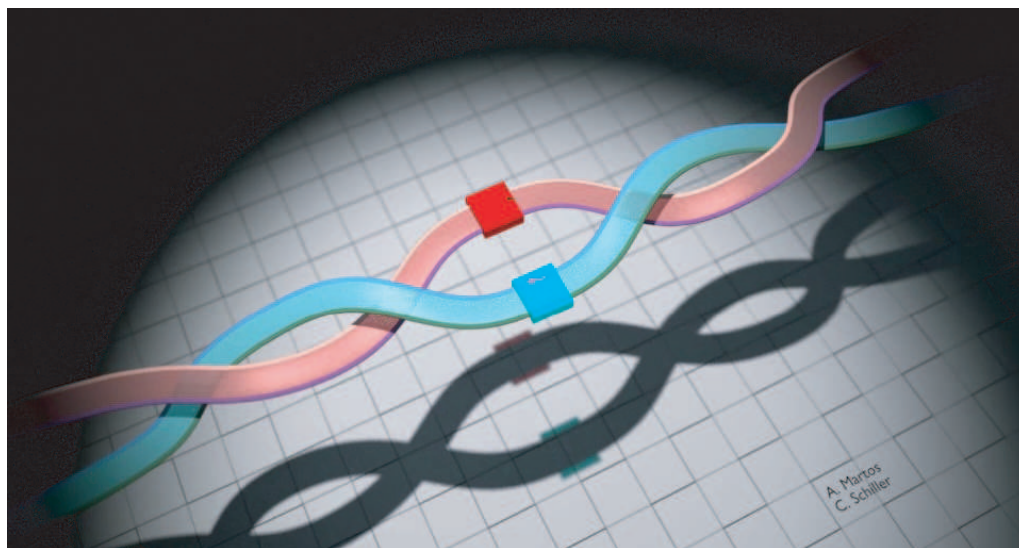



FIGURE 68 Si supponga che le cinghie non possano essere osservate, ma gli oggetti quadrati possano, e che rappresentino particelle. Sappiamo da sopra che le fibbie di cintura si comportano come particelle di spin 1/2. L'animazione mostra che due tali particelle tornano alla situazione originale se vengono commutate in posizione due volte (ma non una volta). Tali particelle così compiono la proprietà che definisce i *fermioni*. (Per il caso opposto, quella dei bosoni, un semplice scambio porterebbe alla identica situazione.) Si può ripetere il trucco a casa utilizzando strisce di carta. L'equivalenza è mostrata qui con due cinture per particella, ma il trucco funziona con qualsiasi numero positivo di cinghie collegate ad ogni fibbia. Questa animazione è la parte essenziale della prova che le particelle di spin 1/2 sono fermioni. Questo è chiamato il *teorema spin–statistica* . (QuickTime film© Antonio Martos)

Ref. 87 'sperimentali' possono essere messi esattamente in linguaggio matematico studiando il comportamento dello spazio delle configurazioni delle particelle. Questi risultati delle indagini comportano le seguenti dichiarazioni:

▷ Oggetti di spin 1/2 sono fermioni.*

▷ Lo scambio e la rotazione di particelle con spin 1/2 sono processi simili.

In breve, gli oggetti che si comportano come particelle con spin 1/2 sotto rotazioni si comportano anche come fermioni sotto scambio. E viceversa. Il comportamento di scambio delle particelle determina le loro proprietà statistiche; il comportamento di rotazione determina il loro spin. Estendendo il trucco delle cinture a diverse fibbie, ognuna con numerose cinghie, abbiamo quindi visualizzato il teorema spin–statistica per i fermioni.

* Un'osservabile matematico che si comporta come una particella con spin 1/2 non è né un vettore, né un tensore, come si consiglia di controllare. Un concetto supplementare è necessario; tale osservabile è chiamato uno *spinore*. Introdurremo in dettaglio più avanti su .

Sfida 101 f
Page 195

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Si noti che tutti questi argomenti richiedono tre]dimensioni di spazio, perché non ci sono grovigli (o nodi) in meno o più dimensioni. * E infatti, la rotazione esiste solo in tre dimensioni spaziali.

Il trucco cintura porta ad enigmi interessanti. Abbiamo visto che un oggetto di spin 1/2 può essere modellato immaginando una cintura che porta all'infinito spaziale collegata ad esso. Se vogliamo modellare il comportamento di spin con annesse *stringhe* unidimensionali invece di *bande*, qual è il minimo numero di stringhe di cui abbiamo bisogno? Più difficile è il seguito del puzzle: Può il trucco della cintura essere eseguito se la fibbia è incollata in un materasso, quindi con il materasso che agisce come 'infinite' cinture?

Sfida 102 s
Sfida 103 d

Angeli, principio di esclusione di Pauli e la durezza della materia

Perché siamo in grado di bussare su una porta? Perché le pietre non possono volare attraverso i tronchi d'albero? In che modo il monte su cui stiamo camminando ci sostiene? Perché non possiamo attraversare le pareti? In fisica classica, abbiamo evitato tale questione, prendendo la solidità come proprietà di definizione della materia. Ma non possiamo farlo più: si è visto che la materia consiste principalmente di nubi a basse densità di elettroni. Il quanto d'azione così ci costringe a *spiegare* il quanto di materia.

La spiegazione della impenetrabilità della materia è così importante che ha portato al premio Nobel per la fisica. La compenetrazione dei corpi è resa impossibile dal *principio di esclusione di Pauli* tra gli elettroni all'interno degli atomi. Il principio di esclusione di Pauli afferma:

▷ Due fermioni non possono occupare lo stesso stato quantico.

Tutti gli esperimenti noti confermano la dichiarazione.

Perché gli elettroni e altri fermioni obbediscono al principio di esclusione di Pauli? La risposta può essere data con un argomento meravigliosamente semplice. Sappiamo che lo scambio di due fermioni produce un segno meno nella funzione d'onda totale. Immaginate questi due fermioni essere, come si direbbe in fisica classica, situati nello stesso punto, o come un fisico quantistico direbbe, nello stesso stato. Se fosse possibile, uno scambio non cambierebbe nulla nel sistema. Ma uno scambio di fermioni deve produrre un segno meno per lo stato totale. Entrambe le possibilità – nessun cambiamento del tutto così come un segno meno – non può essere realizzato contemporaneamente. C'è una sola via d'uscita: i due fermioni devono evitare di essere sempre nello stesso stato. Questo è il principio di esclusione di Pauli.

Ref. 88

Il principio di esclusione è la ragione per cui due pezzi di materia nella vita di tutti i giorni non possono penetrare l'un l'altro, ma devono *respingersi* a vicenda. Per esempio, prendiamo una campana. Una campana non funzionerebbe se i pezzi in collisione che producono il suono si compenetrassero. Ma in ogni esempio di due pezzi che

* Certo, esistono nodi e grovigli in più dimensioni. Invece di considerare linee monodimensionali annodate, si possono considerare piani annodati o iperpiani annodati a più dimensioni. Per esempio, i piani deformabili possono essere annodati in quattro dimensioni e spazi a 3 dimensioni deformabili in cinque dimensioni. Tuttavia, le dimensioni effettive che producono il nodo sono sempre tre.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

compenetrano, gli elettroni di diversi atomi dovrebbero essere allo stesso punto: essi dovrebbero essere negli stessi stati. Questo è impossibile. Il principio di esclusione di Pauli vieta la compenetrazione della materia. Le campane funzionano a causa del principio di esclusione.

Perché non cadiamo attraverso il pavimento, anche se la gravità ci tira verso il basso, ma rimaniamo in piedi sulla sua superficie? Anche in questo caso, il motivo è principio di esclusione di Pauli. Perché lo stesso pavimento non cade? Non cade, perché la materia della Terra non può compenetrare e gli atomi non possono essere fatti avvicinare tra loro oltre una certa minima distanza. In altre parole, il principio di esclusione di Pauli implica che la materia atomica non possa essere compressa indefinitamente. Ad un certo punto un efficace *pressione di Pauli* appare, in modo che ne consegua un limite di compressione. Per questo motivo per esempio, i pianeti fatti di materia atomica – o stelle di neutroni fatte di neutroni, che hanno anche spin 1/2 e quindi obbediscono anche al principio di esclusione – non collassano sotto la propria gravità.

Il principio di esclusione è la ragione per cui gli atomi sono nuvole *estese* di elettroni e che atomi diversi hanno dimensioni diverse. Infatti, il principio di esclusione forza gli elettroni negli atomi a formare un *guscio*. Quando gli elettroni vengono aggiunti attorno ad un nucleo e quando un guscio è riempito, un nuovo guscio è avviato. Questa è l'origine del sistema periodico degli Elementi.

La dimensione di un atomo è la dimensione del suo ultimo guscio. Senza il principio di esclusione, gli atomi sarebbero piccoli come un atomo di idrogeno. Infatti, la maggior degli atomi sono considerevolmente più grandi. Lo stesso discorso vale per i nuclei: la loro dimensione è dato dall'ultimo guscio del nucleone. Senza il principio di esclusione, i nuclei sarebbe piccoli come un singolo protone. In realtà, sono di solito circa 100 000 volte più grande.

Il principio di esclusione risolve anche una vecchia questione: Quanti *angeli* possono danzare sulla punta di uno spillo? (Si noti che gli angeli, se non del tutto, devono essere fatti di fermioni, come potreste dedurre dalle informazioni note su di loro, e che la parte superiore di uno spillo è un singolo punto nello spazio.) Sia teoria ed sperimenti confermano la risposta già data da Tommaso d'Aquino nel Medioevo: solo *un* angelo! Il principio di esclusione dei fermioni potrebbe anche essere chiamato 'Principio di esclusione dell'angelo'. Per rimanere in tema, il principio mostra anche che i *fantasmi* non possono essere oggetti, poiché i fantasmi dovrebbe essere in grado di attraversare le pareti.

Sfida 104 s
Ref. 89

Riassumiamo. Semplificando un po', il principio di esclusione mantiene le cose intorno a noi in forma. Senza il principio di esclusione, non ci sarebbe nessun oggetto tridimensionale. Solo il principio di esclusione fissa il diametro delle nubi atomiche, mantiene queste nubi di fusione, e li tiene in disparte. Questa repulsione è l'origine della dimensione del sapone, pianeti e stelle di neutroni. Tutte le forme di solidi e liquidi sono una diretta conseguenza del principio di esclusione. In altre parole, quando bussiamo su un tavolo o su una porta, dimostriamo sperimentalmente che questi oggetti e le nostre mani sono fatti di fermioni.

Finora, abbiamo considerato solo fermioni di spin 1/2. Noi non parleremo molto su particelle con spin dispari o di maggior valore, come ad esempio 3/2 o 5/2. Tali particelle possono essere viste come composte da entità di spin 1/2. Potete confermarlo?

Sfida 105 f

Non abbiamo parlato di spin inferiori a 1/2. Un famoso teorema afferma che un valore di spin tra 0 e 1/2 è impossibile. spin più piccoli sono impossibili perché il più grande

Ref. 81

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

angolo che può essere misurato in tre dimensioni è di 4π. Non vi è alcun modo per misurare un angolo più grande;*Il quanto di azione rende questo impossibile. Quindi non ci può essere qualsiasi valore di spin tra 0 e 1/2 in natura.

Lo spin è una rotazione attorno ad un asse?

Lo spin di una particella si comporta sperimentalmente come un momento angolare intrinseco, si aggiunge come momento angolare, è conservato come parte di momento angolare, viene descritto come momento angolare ed ha un nome sinonimo di momento angolare. Nonostante tutto questo, per molti decenni uno strano e falso mito è stato diffuso in molti corsi di fisica e libri di testo in tutto il mondo:"Spin 1/2, nonostante il suo nome, *non* è una rotazione attorno ad un asse." E 'tempo di finirla con questo esempio di idea sbagliata.

Gli elettroni hanno spin 1/2 e sono carichi. Gli elettroni e tutte le altre particelle imputate con spin 1/2 hanno un momento magnetico. **Un momento magnetico è previsto per ogni carica rotante. In altre parole, lo spin 1/2 si comporta come la rotazione. Tuttavia, supponendo che una particella costituita da una distribuzione *continua* di cariche in moto di rotazione dà un valore errato per il momento magnetico. Agli inizi del ventesimo secolo, quando i fisici pensavano ancora in termini classici, conclusero che particelle cariche con spin 1/2 non potessero pertanto essere in rotazione. Questo mito è sopravvissuto attraverso molti libri di testo. La deduzione corretta, tuttavia, è che l'assunzione di distribuzione di carica continua è sbagliata. Infatti, la carica è quantizzata; nessuno si aspetta che la carica elementare è continuamente distribuita nello spazio, in quanto ciò contraddice la sua quantizzazione.

L'altro motivo per il falso mito è la rotazione stessa. Il mito si basa sul pensiero classico e sostiene che qualsiasi oggetto rotante deve avere spin *intero*. Poiché mezzo spin intero non è possibile in fisica classica, si sostenne che tale spin non è dovuto alla rotazione. Ma ricordiamo cos'è la rotazione. Sia il trucco della cinghia per spin 1/2 nonché il caso spin intero ci ricorda: una *rotazione* di un corpo attorno ad un altro è una frazione o un multiplo di uno scambio. Ciò che noi chiamiamo un corpo rotante nella vita quotidiana è un corpo che continuamente scambia le posizioni dei suoi componenti. Rotazione e scambio sono uguali.

Ora, abbiamo appena scoperto che lo spin è un comportamento di scambio. Dal momento che la rotazione è scambio e lo spin è scambio, ne consegue che

▷ Spin *is* rotation.

Poiché abbiamo dedotto lo spin, come Wigner, dalla invarianza per rotazione, questa conclusione non è una sorpresa. Inoltre, il modello cinghia di una particella con spin 1/2 ci dice che una tale particella può ruotare continuamente senza ostacolo. Anche il momento magnetico allora acquista il suo corretto valore. In breve, siamo autorizzati

Page 133

* Questa affermazione, come tutte le dichiarazioni circa lo spin 1/2, è legata alla tridimensionalità dello spazio. In due dimensioni, altri angoli più grandi e altri valori di 'spin' sono possibili.

** Questo momento magnetico può essere facilmente misurato in un esperimento; tuttavia, non uno del tipo Stern–Gerlach. Perché no?

Sfida 106 na

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

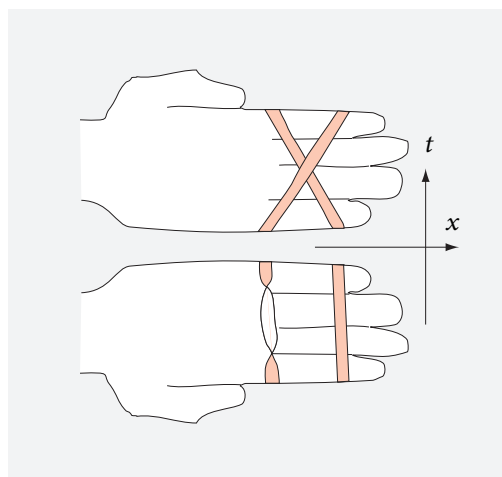



FIGURE 69 Equivalenza di scambio e rotazione nello spazio-tempo.

a mantenere che lo spin è la rotazione attorno ad un asse, senza contraddizione con le osservazioni, anche per spin 1/2.

In sintesi, il modello cintura mostra che anche lo spin 1/2 è rotazione, purché assumiamo che solo la fibbia possa essere osservata, non la cinghia(e), e che la carica elementare non è distribuita continuamente nello spazio.* Ref. 90

Poiché le proprietà di permutazione e le proprietà di spin dei fermioni sono così ben descritte dal modello cintura, potremmo essere portati a concludere che queste proprietà potrebbero davvero essere conseguenza di tali connessioni tipo cinghia tra le particelle ed il mondo esterno. Forse per qualche motivo osserviamo solo la fibbie delle cinture, non le cinghie stesse. Nella parte finale di questo cammino scopriremo se questa idea è corretta.

La rotazione richiede le antiparticelle

Il collegamento tra rotazione e antiparticelle può essere la più sorprendente conclusione degli esperimenti che mostrano l'esistenza dello spin. Finora, abbiamo visto che la rotazione richiede l'esistenza dello spin, che appare quando fu introdotta la relatività nella teoria quantistica, e che la relatività richiede l'antimateria. Prendendo queste tre affermazioni insieme, la conclusione del titolo non sorprende più: la rotazione richiede le antiparticelle. È interessante notare che vi è un semplice ragionamento che rende lo stesso punto del modello cintura, se si estende dal solo spazio all'intero *spazio-tempo*. Vol. II, pag. ??

Per imparare a pensare nello spazio-tempo, prendiamo una particella e riduciamola in due brevi code, in modo che la particella sia un breve segmento di linea. Quando ci si sposta nello spazio–tempo a 2 + 1 dimensioni, la particella è descritta da un nastro. Giocare con i nastri nello spazio-tempo, invece di cinture nello spazio, fornisce molte interessanti conclusioni. Ad esempio, Figure 69 ci mostra che avvolgendo un nastro di Sfida 107 na

* Ovviamente, la struttura esatta dell'elettrone rimane ancora *non chiara*, a questo punto. Qualsiasi momento angolare S è dato classicamente da $S = \Theta\omega$; Tuttavia, né il momento di inerzia Θ, collegato al raggio di rotazione ed alla massa degli elettroni, né la velocità angolare ω sono noti a questo punto. Dobbiamo aspettare un bel po', fino alla parte finale della nostra avventura, per saperne di più.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

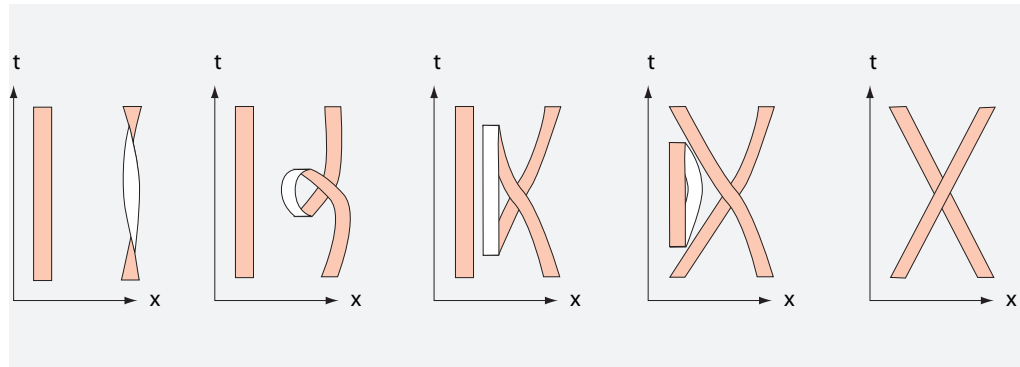



FIGURE 70 Cinture nello spazio–tempo: rotazione e antiparticelle.

gomma attorno alle dita può mostrare, ancora, che la rotazione di un corpo di 2π in presenza di un secondo è la stessa scambiando le posizioni dei due corpi.* Entrambi i lati della mano trasformano la stessa condizione iniziale, da un bordo della mano, alla stessa condizione finale all'altro bordo. Abbiamo così esteso con successo un risultato noto dallo spazio allo spazio–tempo: rotazione e scambio sono equivalenti.

Se pensate che Figure 69 non è una spiegazione soddisfacente, avete ragione. Una spiegazione più soddisfacente deve includere una sequenza regolare di passi realizzando l'equivalenza tra la rotazione e lo scambio. Questo è mostrato nella Figure 70. Partiamo dal presupposto che ogni particella sia descritta da un segmento; in figura, i due segmenti giacciono orizzontalmente. Il diagramma a sinistra mostra due particelle: una a riposo ed una ruotata di 2π. La deformazione dei nastri mostra che questo processo è equivalente allo scambio di posizione di due particelle, che è mostrato nel diagramma a destra.

Ma il punto essenziale è fatto dai diagrammi intermedi. Notiamo che la sequenza che mostra l'equivalenza tra rotazione e lo scambio richiede l'uso di un ciclo. Ma tale ciclo nello spazio–tempo descrive l'aspetto di una coppia particella–antiparticella! In altre parole, senza antiparticelle, l'equivalenza di rotazione e scambio non avrebbe retto. In breve, la rotazione nello spazio-tempo richiede l'esistenza delle antiparticelle.

Perché la scherma coi raggi laser è impossibile?

Quando una spada si avvicina pericolosamente, si può fermare con una secondo spada. Molti vecchi film utilizzano tali scene. Quando un fascio laser si avvicina, è impossibile respingerlo con un secondo fascio, nonostante tutti i film di fantascienza ce lo mostrino così. Sbattere due raggi laser contro ciascun altro è impossibile. La spiegazione di sopra del teorema dello spin–statistica mostra perché.

Gli elettroni nelle spade sono fermioni e obbediscono al principio di esclusione di Pauli. I fermioni rendono la materia impenetrabile. D'altra parte, i fotoni nei raggi laser sono bosoni. Due bosoni *possono* essere nello stesso stato; i bosoni permettono la compenetrazione. La materia è impenetrabile perché a livello fondamentale si compone

* Ovviamente, l'argomento completo avrebbe bisogno di controllare l'intero modello di spin 1/2 di Figure 65 nello spazio-tempo quadridimensionale. Ma fare questo non è un compito facile; non vi è ancora una buona visualizzazione.

Sfida 108 na

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

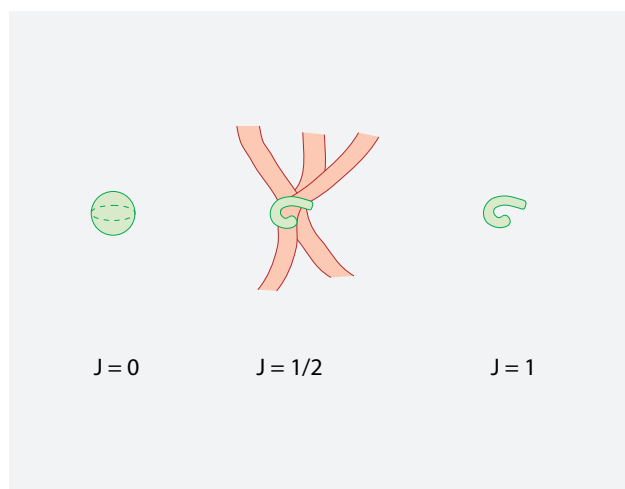



FIGURE 71 Alcune visualizzazioni di rappresentazioni di spin.

di fermioni. La radiazione è composta da bosoni; i fasci di luce possono attraversarsi a vicenda. La distinzione tra fermioni e bosoni spiega così il motivo per cui gli oggetti possono essere toccati mentre le immagini non possono. Nella prima parte della nostra salita al monte abbiamo iniziato col notare questa differenza; ora sappiamo la sua origine.

Vol. I, pag. ??

Spin, statistiche e composizione

Sotto rotazioni, le particelle di spin intero si comportano in modo diverso dalle particelle con spin semi-intero. Particelle con spin intero non mostrano lo strano segno di cambiamenti in rotazioni di 2π. Nell'immaginaria cintura, le particelle con spin intero non hanno bisogno di alcun vincolo. In particolare, una particella con spin 0 corrisponde ovviamente ad una sfera. Modelli per altri importanti valori di spin sono mostrati in Figure 71. Esplorando le loro proprietà allo stesso modo come sopra, si arriva al completo *teorema spin–statistica*:

▷ Scambio e rotazione degli oggetti sono processi simili.

▷ Oggetti con spin semi-intero sono fermioni. Essi obbediscono al principio di esclusione di Pauli.

rhd Oggetti con spin intero sono bosoni.

Sfida 109 f

Potreste provare voi stessi che ciò basta a dimostrare la seguente regola:

▷ Composti di bosoni, così come composti di un numero pari di fermioni (a bassa energia), sono bosoni; compositi di un numero dispari di fermioni sono fermioni.*

Sfida 110 s

* Questa regola implica che spin 1 e superiori possono essere raggiunti *con* le code; potete trovare tale rappresentazione?

Si noti che i fermioni composti possono essere bosoni solo fino all'energia in cui la composizione si spezza. In caso contrario, impacchettando i fermioni nei bosoni, potremmo avere fermioni nello stesso

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Queste connessioni esprimono le caratteristiche di base del mondo tridimensionale in cui viviamo.

Le dimensioni e la densità della materia

Le tre dimensioni spaziali hanno molte conseguenze per i sistemi fisici. Sappiamo che tutta la materia è fatta di fermioni, come elettroni, protoni e neutroni. Il principio di esclusione ha una conseguenza interessante per i sistemi fatti di N fermioni*identici*; tali sistemi obbediscono all'espressione:

$$\Delta p \, \Delta l \lesssim \sqrt[3]{N}\hbar \, . \tag{66}$$

Sfida 111 f Ref. 91 Sfida 112 f

Potete derivarlo? Questa *relazione di indeterminazione estesa* fornisce un modo semplice per stimare la dimensione spaziale dei sistemi di materia. In particolare, la relazione di indeterminazione estesa implica che l'energia media per i quantoni aumenta con la densità dei quantoni. Potete dimostrarlo?

La relazione di indeterminazione estesa implica che i sistemi di materia la cui estensione è dovuta agli elettroni – quindi tutti i sistemi di materia condensata – essenzialmente hanno densità di materia ed energia simili. La relazione di indeterminazione estesa implica anche che i nuclei, che sono composti da protoni e neutroni, hanno tutti essenzialmente la stessa densità di materia.

Per i bosoni, i componenti della radiazione, non c'è relazione di indeterminazione estesa, poiché il numero di componenti N in un particolare stato quantistico non han alcun effetto o limiti. La relazione di indeterminazione quindi non limita la densità di potenza della luce laser; anzi, la densità di potenza dei raggi laser varia molto più della densità di materia dei solidi.

La relazione mette in evidenza un'ulteriore differenza tra materia e radiazione. Un sistema di N bosoni identici, ad esempio un fascio laser, obbedisce ad una indeterminazione tra il numero e la fase che è facilmente deducibile dalla relazione di indeterminazione energia–tempo. La relazione numero–fase può essere scritta, approssimativamente, come

$$\Delta N \, \Delta \varphi \gtrsim 1 \, . \tag{67}$$

Essa è importante nell'uso dei laser in esperimenti di precisione. La relazione limita come un sistema possa arrivare ad una pura onda sinusoidale ; infatti per una pura onda sinusoidale, il prodotto di indeterminazione sarebbe zero.

Per i fermioni, in cui il numero massimo nello stesso stato è 1, la relazione di incertezza numero–fase si riduce ad una totale incertezza sulla fase. In altre parole, non possiamo avere fasci di fermioni che si comportano come onde. Non ci sono onde di fermioni classici in natura.

Una sintesi sullo spin e l'indistinguibilità

Il quanto d'azione comporta che i sistemi fisici sono fatti di due tipi di particelle quantiche indistinguibili: *bosoni* e *fermioni*. I due possibili comportamenti di scambio sono

stato.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

legati al valore di spin della particella, perché lo scambio è legato alla rotazione. Il collegamento tra spin e rotazione implica l'esistenza delle antiparticelle. Ciò implica anche che lo spin è intrinsecamente un fenomeno tridimensionale.

Gli esperimenti dimostrano che la radiazione è fatta di particelle elementari che si comportano come bosoni. I bosoni hanno spin intero. Due o più bosoni, come due fotoni, *possono condividere* lo stesso stato. Questa condivisione rende possibile la luce laser.

Gli esperimenti dimostrano che la materia è fatta di particelle elementari che si comportano come fermioni. I fermioni hanno spin semi-intero. Obbediscono al principio di esclusione di Pauli: due fermioni *non possono essere* nello stesso stato. Il principio di esclusione tra gli elettroni spiega la struttura e (parzialmente) la dimensione degli atomi, come pure il comportamento chimico degli atomi, come troveremo più in avanti. Insieme con la repulsione elettrostatica degli elettroni, il principio di esclusione spiega l'incompressibilità della materia e la sua mancanza di impenetrabilità.

I fermioni rendono la materia 'dura', i bosoni permettono ai fasci di luce di attraversarsi.

Limiti e questioni aperte di statistica quantistica

Il tema delle statistiche di particelle quantistiche resta un campo di ricerca in fisica teorica e sperimentale. In particolare, i ricercatori hanno cercato e ancora sono alla ricerca di generalizzazioni di possibili comportamenti di scambio di particelle.

In due dimensioni spaziali, il risultato di uno scambio della funzione d'onda non è descritto da un segno, ma da una fase continua. Gli oggetti quantistici bidimensionali vengono chiamati *anioni* perché possono avere qualsiasi 'spin'. Gli anioni appaiono come quasi–particelle in vari esperimenti di fisica dello stato solido, perché l'impianto è spesso effettivamente bidimensionale. L'*effetto Hall quantistico frazionario*, forse la più interessante scoperta di fisica sperimentale moderna, ha spinto gli anioni sul palcoscenico della ricerca moderna.

Vol. V, pag. ??

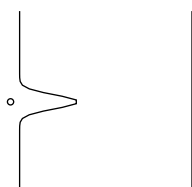
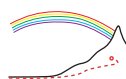
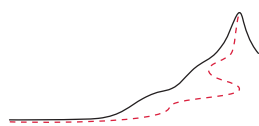
Altri teorici generalizzarono il concetto di fermioni in altri modi, introducendo i parafermioni, parabosoni, plektoni e altri ipotetici concetti. Oscar Greenberg ha trascorso gran parte della sua vita professionale su questo tema. La conclusione è che nello spazio-tempo a $3 + 1$ dimensioni esistono solo fermioni e bosoni. (Si può dimostrare che questo implica che i fantasmi che appaiono nei racconti scozzesi non esistono?)

Ref. 92

Sfida 113 s

Da un diverso punto di vista, il modello della cinghia di spin 1/2 invita a studiare il comportamento delle trecce, collegamenti aperti e nodi. (In matematica, trecce e collegamenti aperti sono fatti di stringhe che si estendono all'infinito.) Questo affascinante parte della fisica matematica è diventata importante nella moderne teorie unificate, che affermano tutte che le particelle, soprattutto ad alte energie, non sono puntiformi, ma entità estese. La ricerca è quella di capire cosa succede alla simmetria di permutazione in una teoria unificata della natura. Uno sguardo alle difficoltà appare già in precedenza: come possono essere conciliate e combinate Figures 60, 65 e 70 ? Noi sistemeremo questo problema nella parte finale della nostra salita al monte.

Vol. VI, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 7

SOVRAPPOSIZIONI E PROBABILITÀ – LA TEORIA DEI QUANTI SENZA IDEOLOGIA

> “Il fatto che una presentazione filosofica adeguata è stata così a lungo ritardata è senza dubbio causata dal fatto che Niels Bohr fece il lavaggio del cervello ad un'intera generazione di teorici nel pensiero che il lavoro fu fatto cinquanta anni fa.”
>
> Murray Gell-Mann

Ref. 93

Perché è questo famoso problema fisico a suscitare tali forti emozioni ? In particolare, chi aveva il lavaggio del cervello, Gell-Mann, lo scopritore dei quark, o la maggior parte dei fisici del mondo che lavoravano sulla teoria quantistica seguendo l'opinione di Niels Bohr? Nel ventesimo secolo, la meccanica quantistica ha gettato molti nello scompiglio. La meccanica quantistica è sconosciuta per due motivi: permette le *sovrapposizioni* e porta alle *probabilità*. Esploriamo e chiariamo queste due questioni.

Sovrapposizioni e probabilità appaiono perché il quanto d'azione ha cambiato radicalmente i due maggior fondamentali concetti della fisica classica: lo stato ed il sistema. Lo *stato* non è descritto più dagli specifici valori presi per posizione e quantità di moto, ma dalla funzione d'onda specifica ‘presa’ dagli operatori di posizione e quantità di moto.* Inoltre, in fisica classica un *sistema* fu descritto come un insieme di aspetti permanenti della natura; la permanenza fu definita come trascurabile interazione con l'ambiente. La meccanica quantistica mostra che anche questa definizione deve essere modificata.

Una precisazione della comparsa delle sovrapposizioni, dell'origine delle probabilità e dei concetti di stato e di sistema, è essenziale. Vogliamo evitare di perderci nel nostro cammino verso la cima del monte del moto, come è successo a un certo numero di persone da quando apparve la teoria quantistica, incluso Gell-Mann.

Perché le persone sono o vive o morte?

La equazione di evoluzione della meccanica quantistica è *lineare* nella funzione d'onda; la linearità riflette l'esistenza di sovrapposizioni. Quindi possiamo immaginare e provare a costruire sistemi in cui lo stato di ψ è una sovrapposizione di due situazioni radicalmente distinte, come quelle di un gatto morto e di uno vivente. Questo famoso animale

* E' equivalente, ma forse concettualmente più chiaro, dire che lo stato è descritto da un insieme completo di operatori di commutazione. Infatti, la discussione è un po 'semplificata nel disegno di Heisenberg. Tuttavia, qui studieremo la questione nel disegno di Schrödinger, usando le funzioni d'onda.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Every such `artistic impression' is wrong.

(Why?)

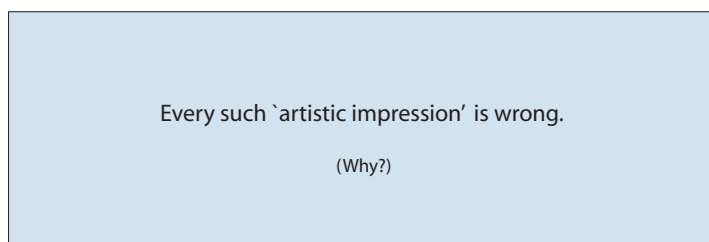



FIGURE 72 L'impressione di un artista di una sovrapposizione macroscopica è impossibile.

Sfida 114 s

immaginario si chiama *gatto di Schrödinger* dopo la creazione dell'esempio. È possibile riprodurlo? E come dovrebbe evolvere nel tempo? Noi possiamo fare le stesse due domande in altre situazioni. Ad esempio, possiamo produrre una sovrapposizione di uno stato in cui una macchina è all'interno di un garage chiuso con uno stato in cui la macchina è al di fuori? Cosa accade allora?

Tali situazioni strane, non si osservano di solito nella vita quotidiana. La ragione di questa eccezionalità è un aspetto importante di ciò che viene spesso chiamata 'Interpretazione' della meccanica quantistica. In realtà, tali situazioni strane *sono* possibili, e la sovrapposizione di stati macroscopicamente distinti è stata effettivamente osservata in alcuni casi, anche se non per gatti, persone o automobili. Per avere un'idea dei vincoli, specifichiamo la situazione in modo più dettagliato.*

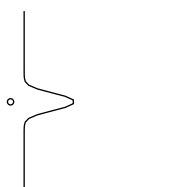
Sovrapposizioni macroscopiche, la coerenza e l'incoerenza

L'oggetto della discussione sono le sovrapposizioni lineari del tipo $\psi = a\psi_a + b\psi_b$, dove ψ_a e ψ_b sono stati macroscopicamente distinti del sistema in discussione, e dove a e b sono alcuni coefficienti complessi. Gli stati sono chiamati *macroscopicamente distinti* quando ogni stato corrisponde ad una situazione macroscopica diversa, cioè, quando i due stati possono essere distinti utilizzando i concetti o metodi di misurazione della fisica classica. In particolare, ciò significa che l'azione fisica necessaria a trasformare uno stato nell'altro deve essere molto più grande di $\hbar$. Per esempio, due diverse posizioni di un corpo costituito da un gran numero di molecole sono macroscopicamente distinte.

Dunque una sovrapposizione di stati macroscopicamente distinti è una 'strana' situazione. Lavoriamo fuori l'essenza di tali sovrapposizioni macroscopiche più chiaramente. Dati due stati distinti macroscopicamente ψ_a and ψ_b, una sovrapposizione del tipo $\psi = a\psi_a + b\psi_b$ è chiamata *stato puro*. Dal momento che ψ_a e ψ_b possono interferire, si parla anche di una *sovrapposizione coerente di (fase)*. Nel caso di una sovrapposizione di stati macroscopicamente distinti, il prodotto scalare $\psi_a^\dagger \psi_b$ è ovviamente azzerato. In caso di una sovrapposizione coerente, il prodotto coefficiente $a^* b$ è diverso da zero. Questo fatto può anche essere espresso con l'aiuto della *matrice densità* ρ del sistema, definita

* la maggior parte di ciò che si può dire su questo argomento è stato detto da due persone: John von Neumann, che negli anni Trenta sottolineò le differenze tra evoluzione e decoerenza, e Hans Dieter Zeh, che negli anni Settanta ha sottolineato l'importanza dei bagni e dell'ambiente nel processo di decoerenza.

Ref. 94
Ref. 95

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

come $\rho = \psi \otimes \psi^\dagger$. Nella fattispecie essa è data da

$$\rho_{\text{pure}} = \psi \otimes \psi^\dagger = |a|^2 \psi_a \otimes \psi_a^\dagger + |b|^2 \psi_b \otimes \psi_b^\dagger + a\, b^* \psi_a \otimes \psi_b^\dagger + a^*\, b\, \psi_b \otimes \psi_a^\dagger$$
$$= (\psi_a, \psi_b) \begin{pmatrix} |a|^2 & a\, b^* \\ a^*\, b & |b|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a^\dagger \\ \psi_b^\dagger \end{pmatrix} . \qquad (68)$$

Possiamo quindi dire che quando il sistema è in uno stato puro, o coerente, allora la sua matrice densità, o *funzionale densità*, contiene termini fuori diagonale dello stesso ordine di grandezza di quelli diagonali.* Tale matrice densità corrisponde alle situazioni strane suddette che non abbiamo mai osserviamo nella vita quotidiana.

Ora diamo uno sguardo alla situazione opposta, una matrice di densità per stati distinti macroscopici con elementi fuori diagonale *azzerati*. Per due stati, l'esempio

$$\rho_{\text{mixed}} = |a|^2 \psi_a \otimes \psi_a^\dagger + |b|^2 \psi_b \otimes \psi_b^\dagger$$
$$= (\psi_a, \psi_b) \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a^\dagger \\ \psi_b^\dagger \end{pmatrix} \qquad (70)$$

descrive un sistema che *non* possiede affatto coerenza di fase. (Qui, $\otimes$ indica il prodotto diadico non commutativo o prodotto tensoriale che produce un tensore o matrice partendo da due vettori). Tale matrice densità diagonale non può essere quella di uno stato puro; la matrice densità descrive un sistema che è nello stato ψ_a con probabilità $|a|^2$ e che è nello stato ψ_b con probabilità $|b|^2$. Tale sistema è detto essere in uno *stato misto*, perché il suo stato è *non noto*, o equivalentemente, di essere in una *sovrapposizione incoerente di (fase)*, perché gli effetti di interferenza non possono essere osservati in una tale situazione. Un sistema descritto da uno stato misto è sempre *sia* nello stato di ψ_a *o* nello stato di ψ_b. In altre parole, una matrice di densità diagonale per stati macroscopicamente distinti non è in contrasto, ma in accordo con l'esperienza quotidiana. Nella foto matrici di densità, gli elementi non diagonali contengono la differenza tra sovrapposizioni normali, cioè, incoerenti, e inusuali, cioè, coerenti.

La situazione sperimentale è chiara: per gli stati macroscopicamente distinti, nella vita quotidiana vengono osservate (quasi) solo matrici di densità diagonali . Quasi tutti i sistemi in una sovrapposizione macroscopica coerente in qualche modo perdono i loro elementi di matrice fuori diagonale. Come ha luogo questo processo di *decoerenza* ** ? La matrice densità stessa indica la strada.

* Utilizzando la matrice densità, possiamo riscrivere l'equazione di evoluzione di un sistema quantistico:

$$\dot{\psi} = -iH\psi \quad \text{becomes} \quad \frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] . \qquad (69)$$

Entrambe sono del tutto equivalenti. (La nuova espressione viene talvolta chiamata anche l' *equatione di von Neumann*.) Non faremo realmente alcun calcolo qui. Le espressioni sono date così che si riconoscano quando le si incontra altrove.

** In alcune impostazioni, la decoerenza è chiamata *disentanglement* (decorrelazione), come vedremo di seguito.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

La decoerenza è dovuta ai bagni

In termodinamica, la matrice densità per un grande sistema viene utilizzata per la definizione della sua entropia e di tutta le sue altre quantità termodinamiche. Questi studi dimostrano che

Ref. 96
Sfida 115 na

$$S = -k \operatorname{tr}(\rho \ln \rho) \qquad (71)$$

dove tr indica la *traccia*, cioè, la somma di tutti gli elementi diagonali. Inoltre ricordiamo che un sistema con una grande e costante entropia è chiamato *bagno*. In termini fisici semplici, un bagno è un sistema al quale possiamo attribuire una temperatura. Più precisamente, un *bagno (fisico)* o *serbatoio (termodinamico)*, è qualsiasi grande sistema per il quale può essere definito il concetto di *equilibrio*. Gli esperimenti dimostrano che in pratica, questo è equivalente alla condizione che un bagno consista di molti sottosistemi interagenti. Per questo motivo, tutte le quantità macroscopiche che descrivono lo stato di un bagno mostra piccole, irregolari *fluttuazioni*, una proprietà che sarà di fondamentale importanza a breve.

Un bagno quotidiano è anche una bagno fisico: infatti, un bagno termodinamico è simile a un bagno estremamente grande d'acqua calda, uno per cui la temperatura non cambia anche se vi si aggiunge acqua fredda o tiepida. Esempi di bagni fisici sono un campo magnetico intenso, una grande quantità di gas, o un grande solido. (Il significato di 'intenso' e 'grande' naturalmente dipende dal sistema studiato.) Il concetto fisico del bagno (o *serbatoio*) è dunque un'astrazione e una generalizzazione del quotidiano concetto di bagno.

È facile vedere dalla definizione (71) dell'entropia che la perdita di elementi fuori diagonale corrisponde ad un aumento di entropia. Ed è noto che qualsiasi aumento di entropia di un sistema reversibile, come il sistema quantistico in questione, è dovuto ad un'interazione con il bagno.

Sfida 116 s

In breve, *la decoerenza è dovuta all'interazione con un bagno.* Mostreremo adesso che i bagni sono ovunque, che la decoerenza avviene dunque in tutto il mondo e per tutto il tempo, e che pertanto, le sovrapposizioni macroscopiche non sono (quasi) mai osservate.

Come i bagni portano a decoerenza – dispersione

Dove interagisce il bagno con un tipico sistema? Il bagno deve essere esterno al sistema di cui si sta parlando, cioè, nel suo *ambiente*. Infatti, sappiamo sperimentalmente che un tipico ambiente è grande e caratterizzato da una temperatura. Alcuni esempi sono elencati in Table **??**. Qualsiasi ambiente pertanto è un bagno. Possiamo anche andare oltre: per ogni situazione sperimentale, vi è un bagno che *interagisce* con il sistema sotto studio. Infatti, ogni sistema che può essere osservato non è isolato, poiché ovviamente interagisce almeno con l'osservatore; e ogni osservatore per definizione contiene un bagno, come mostreremo più in dettaglio tra breve. Generalmente però, i più importanti bagni da prendere in considerazione sono l'atmosfera intorno a un sistema, la radiazione o i campi elettromagnetici che interagiscono col sistema, o, se il sistema stesso è abbastanza grande per avere una temperatura, quei gradi di libertà del sistema che non sono coinvolti nella sovrapposizione sotto osservazione.

Poiché ogni sistema è in contatto con un bagno, ogni matrice densità di una sovrapposizione macroscopica perderà alla fine i suoi elementi diagonali. A prima vista, questa

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

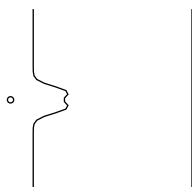



TABLE 6 Bagni comuni e meno comuni con le loro principali proprietà.

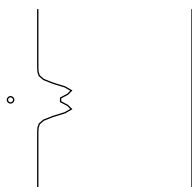
Tipo bagno	Temperatura	Lunghezza onda	Flusso particella	Sezione trasversale (atomo)	Tempo impatto $1/\sigma\varphi$ per	
	T	λ_{eff}	φ	σ	atom[a]	ball[a]
matter baths						
solido, liquido	300 K	10 pm	10^{31} /m^{2}s	10^{-19} m^2	10^{-12} s	10^{-25} s
aria	300 K	10 pm	10^{28} /m^{2}s	10^{-19} m^2	10^{-9} s	10^{-22} s
vuoto di laboratorio	50 mK	10 µm	10^{18} /m^{2}s	10^{-19} m^2	10 s	10^{-12} s
bagni fotoni						
luce solare	5800 K	900 nm	10^{23} /m^{2}s		10^{-4} s	10^{-17} s
‘buoi’	300 K	20 µm	10^{21} /m^{2}s		10^{-2} s	10^{-15} s
microonde cosmiche	2.7 K	2 mm	10^{17} /m^{2}s		10^{2} s	10^{-11} s
onde radio terrestri						
effetto Casimir					very large	
radiazione Unruh della Terra	40 zK				very large	
bagni radiazione nucleare						
radioattività		10 fm	1 /m^{2}s	10^{-25} m^2	10^{25} s	10^{12} s
radiazione cosmica	>1000 K	10 fm	10^{-2} /m^{2}s	10^{-25} m^2	10^{27} s	10^{14} s
neutrinoi solari	≈ 10 MK	10 fm	10^{11} /m^{2}s	10^{-47} m^2	10^{36} s	10^{15} s
neutrini cosmici	2.0 K	3 mm	10^{17} /m^{2}s	10^{-62} m^2	10^{45} s	10^{24} s
gravitational baths						
radiazioni gravitazionali	$5 \cdot 10^{31}$ K	10^{-35} m			very large	

a. I valori sono stime approssimative. La sfera macroscopica si presume avere una dimensione di 1 mm.

direzione del pensiero non è convincente. Le interazioni di un sistema con l’ambiente possono essere resi estremamente piccoli utilizzando configurazioni intelligenti ; che implicherebbe che il tempo per la decoerenza può essere reso estremamente grande. Così abbiamo bisogno di controllare quanto tempo una sovrapposizione di stati necessita per essere decoerente. Si scopre che ci sono due modi standard per stimare il *tempo di decoerenza:* o modellando il bagno, come grande numero di particelle che collidono, o modellandolo come un campo continuo.

Se il bagno è descritto come un insieme di particelle che colpiscono casualmente il sistema microscopico, è meglio caratterizzato dalla lunghezza d’onda effettiva λ_{eff} delle particelle e dalla media nell’intervallo t_{hit} tra due impatti. Un calcolo semplice dimostra che il tempo di decoerenza t_d è in ogni caso inferiore a questo intervallo di tempo, in

Sfida 117 na

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

modo che

$$t_d \leqslant t_{\rm hit} = \frac{1}{\varphi\sigma} , \qquad (72)$$

dove φ è il flusso di particelle e σ la sezione trasversale per l'impatto.*I valori tipici sono dati in Table ??. Notiamo facilmente che per oggetti macroscopici, i tempi di decoerenza sono estremamente brevi. (Notiamo anche che gli effetti nucleari e gravitazionali portano a grandi tempi di decoerenza e quindi può essere trascurata.) *La dispersione porta alla veloce decoerenza dei sistemi macroscopici.* Tuttavia, per gli atomi o sistemi più piccoli, la situazione è differente, come previsto.

Notiamo che il quanto d'azione $\hbar$ appare nell'espressione per il tempo di decoerenza, come appare nell'area σ. La decoerenza è un processo quantistico.

Come i bagni portano alla decoerenza – rilassamento

Un secondo metodo per stimare il tempo di decoerenza è anche comune. Qualsiasi interazione di un sistema con un bagno è descritta da un tempo di rilassamento t_r. Il termine *rilassamento* indica qualsiasi processo che porta al ritorno allo stato di equilibrio. Sono utilizzati anche i termini *smorzamento* e *attrito*. Nella fattispecie, il tempo di rilassamento descrive il ritorno all'equilibrio della combinazione bagno e sistema. Il rilassamento è un esempio di una evoluzione irreversibile. Un processo è chiamato *irreversibile* se il processo inverso, in cui ogni componente si muove in direzione opposta, è probabilisticamente molto basso.** Ad esempio, è usuale che un bicchiere di vino versato in una ciotola di acqua colori tutta l'acqua; è molto raro osservare il vino e l'acqua separarsi di nuovo, poiché la probabilità che tutte le molecole di acqua e vino cambino direzione insieme allo stesso tempo è piuttosto bassa, uno stato di cose che fanno la felicità dei produttori di vino e la disperazione dei consumatori di vino.

Semplifichiamo adesso la descrizione del bagno. Lo approssimiamo con un singolo non specificato, campo scalare che interagisce con il sistema quantistico. A causa della continuità dello spazio, un tale campo ha una infinità di gradi di libertà.Sono presi a modello i molti gradi di libertà del bagno. Il campo viene considerato essere in uno stato iniziale in cui i suoi gradi di libertà sono eccitati in maniera descritta da una temperatura T. L'interazione del sistema con il bagno, che è all'origine del processo di rilassamento,

---

* Il tempo di decoerenza deriva studiando l'evoluzione della matrice densità $\rho(x,x')$ di oggetti localizzati in due punti x e x'. Si ritiene che gli elementi fuori dalla diagonale seguono$\rho(x,x',t) = \rho(x,x',0)\mathrm{e}^{-\Lambda t(x-x')^2}$, dove il tasso di localizzazione Λ è dato da

$$\Lambda = k^2\varphi\sigma_{\rm eff} \qquad (73)$$

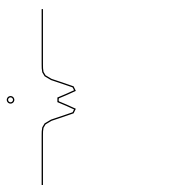
dove k è il numero d'onda, φ il flusso e $\sigma_{\rm eff}$ la sezione trasversale delle collisioni, cioè, di solito la dimensione dell'oggetto macroscopico.

Ref. 97

Si trova anche il risultato sorprendente che un sistema colpito da una particella di energia $E_{\rm hit}$ *collassa* la matrice densità all'incirca fino alla lunghezza d'onda di de Broglie (o lunghezza termica de Broglie) della particella che colpisce. Entrambi i risultati insieme danno la formula di cui sopra.

Ref. 98

** Attenzione alle altre definizioni che cercano di fare qualcosa di più profondo fuori del concetto di irreversibilità, come ad esempio quello che afferma che 'irreversibile' significa che il processo inverso è *niente affatto* possibile. Molte cosiddette 'contraddizioni' tra l'irreversibilità dei processi e la reversibilità delle equazioni di evoluzione è dovuta a questa interpretazione erronea del termine 'irreversibile'.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

può essere descritto dal trasferimento ripetuto di piccole quantità di energia E_{hit} fino a quando il processo di rilassamento è completato.

Gli oggetti di interesse in questa discussione, come il gatto sopra indicato, persona o macchina, sono descritte da una massa m. La caratteristica principale è la massima energia E_r che possono essere trasferiti dal sistema all'ambiente. Questa energia descrive le interazioni tra sistema e ambiente. Le sovrapposizioni di stati macroscopici cui siamo interessati sono soluzioni dell'evoluzione Hamiltoniana di questi sistemi.

La coerenza iniziale della sovrapposizione, in modo preoccupante in contrasto con la nostra esperienza quotidiana, scompare in modo esponenziale entro un *tempo di decoerenza* t_d dato da citecald*

$$t_d = t_r \frac{E_{\text{hit}}}{E_r} \frac{\mathrm{e}^{E_{\text{hit}}/kT} - 1}{\mathrm{e}^{E_{\text{hit}}/kT} + 1} \tag{76}$$

dove k è la *costante* di Boltzmann e come sopra, E_r è l'energia massima che può essere trasferita dal sistema all'ambiente. Si noti che si ha sempre $t_d \leqslant t_r$. Dopo che il tempo di decoerenza t_d è trascorso, il sistema si è evoluto dalla coerente alla incoerente sovrapposizione di stati, o, in altre parole, la matrice densità ha perso i suoi termini fuori diagonale. Si dice anche che la coerenza di fase di questo sistema è stata distrutta. Quindi, dopo un tempo t_d, il sistema si trova sia nel stato ψ_a o nello stato di ψ_b, rispettivamente, con la probabilità $|a|^2$ o $|b|^2$, e non più in sovrapposizione coerente che è tanto in contraddizione con la nostra esperienza quotidiana. Quale stato finale è selezionato dipende dallo stato preciso del bagno, i cui dettagli furono eliminati dal calcolo prendendo una *media* sugli stati dei suoi costituenti microscopici.

Il risultato importante è che per tutti gli oggetti macroscopici, il tempo di decoerenza t_d è estremamente piccolo. Per vedere più chiaramente, possiamo studiare un caso speciale semplificato. Un oggetto macroscopico di massa m, come il citato gatto o auto, si presume essere contemporaneamente in due posizioni separate ad una distanza l, cioè, in una sovrapposizione dei due stati corrispondenti. Noi inoltre supponiamo che la sovrapposizione sia dovuta all'oggetto in movimento come oscillatore meccanico quantistico con frequenza ω tra le due posizioni; questo è il sistema più semplice possibile che mostra sovrapposizioni di un oggetto situato in due posizioni differenti. L'energia dell'oggetto viene poi data da $E_r = m\omega^2 l^2$, e il più piccolo trasferimento di energia $E_{\text{hit}} = \hbar\omega$ è la dif-

* Questo risultato deriva come nel caso precedente. Un sistema interagente con un bagno ha sempre una evoluzione data dalla forma generale

Ref. 100

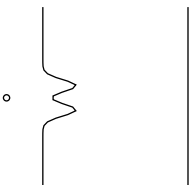
$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho] - \frac{1}{2t_o}\sum_j [V_j\rho, V_j^\dagger] + [V_j, \rho V_j^\dagger] \; , \tag{74}$$

dove ρ è la matrice densità, H l'Hamiltoniano, V l'interazione, e t_o il tempo caratteristico dell'interazione. Siete in grado di vedere perché? Risolvendo questa equazione, si trova per gli elementi lontano dalla diagonale $\rho(t) = \rho_0 \mathrm{e}^{-t/t_0}$. In altre parole, scompaiono con un tempo caratteristico t_o. Nella maggior parte delle situazioni si ha un relazione della forma

Sfida 118 na

$$t_0 = t_r \frac{E_{\text{hit}}}{E_r} = t_{\text{hit}} \tag{75}$$

o alcune variazioni di essa, come nell'esempio di cui sopra.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

ferenza tra i livelli dell'oscillatore. In una situazione macroscopica, quest'ultima energia è molto più piccola di kT, in modo che dalla precedente espressione otteniamo

Ref. 101

$$t_d = t_r \frac{E_{hit}^2}{2E_r kT} = t_r \frac{\hbar^2}{2mkTl^2} = t_r \frac{\lambda_T^2}{l^2} \tag{77}$$

in cui è scomparsa la frequenza ω. La quantità $\lambda_T = \hbar/\sqrt{2mkT}$ si chiama *lunghezza d'onda termica de Broglie* di una particella.

Notiamo ancora che il quanto d'azione $\hbar$ appare nell'espressione per il tempo di decoerenza. La decoerenza è un processo quantistico.

E 'semplice vedere che praticamente tutti gli oggetti macroscopici il tipico tempo di decoerenza t_d è estremamente breve. Ad esempio, ponendo $m = 1$ g, $l = 1$ mm e $T = 300$ K otteniamo $t_d/t_r = 1.3 \cdot 10^{-39}$. Anche se l'interazione tra il sistema e l'ambiente fosse così debole che il sistema avrebbe come tempo di rilassamento l'età dell'universo, che è di circa $4 \cdot 10^{17}$ s, il tempo di t_d sarebbe ancora più breve di $5 \cdot 10^{-22}$ s, che è più di un milione di volte più veloce rispetto al tempo di oscillazione di un fascio di luce (circa 2 fs per la luce verde). Per il gatto di Schrödinger, il tempo di decoerenza sarebbe ancora più breve. Questi tempi sono così brevi che non possiamo nemmeno sperare di *preparare* l'iniziale sovrapposizione coerente, per non parlare di osservare il suo decadimento o misurare la sua vita.

Per i sistemi microscopici Tuttavia, la situazione è diversa. Ad esempio, per un elettrone in un solido raffreddato alla temperatura dell'elio liquido abbiamo $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, e in genere $l = 1$ nm e $T = 4$ K; otteniamo allora $t_d \approx t_r$ e quindi il sistema può t_d stare in una sovrapposizione coerente fino a quando è rilassato, il che conferma che per questo caso si possono infatti osservare effetti coerenti se il sistema è mantenuto isolato. Un tipico esempio è il comportamento degli elettroni nei materiali superconduttori. Ne citeremo alcuni più sotto.

Ref. 102

Nel 1996 la prima misura reale dei tempi di decoerenza è stata pubblicata dalla squadra Paris guidata da Serge Haroche. Ha confermato il rapporto tra il tempo di decoerenza e il tempo di rilassamento, mostrando quindi che i due processi devono essere distinti su scala microscopica. Nel frattempo, altri esperimenti hanno confermato il processo di decoerenza con la sua equazione di evoluzione, sia per piccoli e grandi valori di t_d/t_r. Un esperimento particolarmente bello è stato eseguito nel 2004 dove la scomparsa di interferenza a doppia fenditura per C_{70} molecole è stata osservata quando un bagno interagisce con esse.

Ref. 103

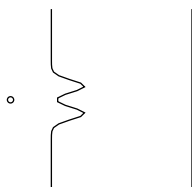
Ref. 104

Ref. 105

Sintesi sulla decoerenza, la vita e la morte

La nostra esplorazione ha mostrato che *la decoerenza risultata dall'accoppiamento con un bagno in un ambiente.* La decoerenza è un effetto termodinamico statistico. La decoerenza segue dalla teoria quantistica ed è stata confermata sperimentalmente.

Le stime dei tempi di decoerenza nella vita di tutti i giorni ci hanno detto che sia la preparazione e la sopravvivenza di sovrapposizioni di stati macroscopicamente diversi è resa impossibile dall'interazione con qualsiasi bagno che si trova nell'ambiente. Questo è il caso anche se la misura usuale di questa interazione, data dall'attrito del moto del sistema, è molto piccola. Anche se un sistema macroscopico è soggetto a bassissimo attrito,

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

portando ad un tempo molto lungo di rilassamento, il suo tempo di decoerenza è ancora infinitamente breve. Solo sistemi di laboratorio costosi ed accuratamente progettati possono raggiungere sostanziali tempi di decoerenza.

Il nostro ambiente quotidiano è pieno di bagni. Pertanto, *sovrapposizioni coerenti di stati macroscopicamente distinti non compaiono mai nella vita di tutti i giorni.* Le auto non possono essere dentro e fuori di un garage contemporaneamente. E non possiamo essere morti e vivi allo stesso tempo. In accordo con la spiegazione, le sovrapposizioni coerenti di stati macroscopici appaiono in alcune speciali situazioni di laboratorio.

Page 159

Cos'è un sistema? Cos'è un oggetto?

In fisica classica, un sistema è una parte della natura che può essere isolata dal suo ambiente. Tuttavia, la meccanica quantistica ci dice che i sistemi isolati non esistono, dal momento che le interazioni non possono essere fatte svanire. La contraddizione può essere risolta con i risultati di cui sopra: essi ci permettono di definire il concetto di sistema con più precisione.

▷ Un *sistema* è una parte della natura che interagisce *incoerentemente* con il suo ambiente.

In altre parole:

▷ Un *oggetto* è una parte della natura che interagisce con il suo ambiente solo attraverso bagni.

In particolare, otteniamo:

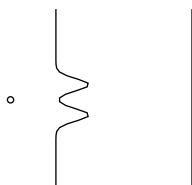
▷ Un sistema si chiama *microscopico* o *meccanico quantistico* e può essere descritto da una funzione d'onda ψ ogni volta
— è quasi isolato, con $t_{\text{evol}} = \hbar/\Delta E < t_{\text{r}}$, ed
— è in interazione *incoerente* con il suo ambiente.

Ref. 106

In breve, un sistema microscopico o meccanico quantistico può essere descritto da una funzione d'onda solo se interagisce incoerentemente e debolmente con il suo ambiente. (Per un tale sistema, l'indeterminazione dell'energia ΔE è più grande dell'energia di rilassamento.) Al contrario, un bagno non è mai isolato nel senso appena dato, perché il tempo di evoluzione di un bagno è sempre molto più grande rispetto al suo tempo di rilassamento. Poiché tutti i corpi macroscopici sono in contatto con i bagni – o addirittura ne contengono uno – non possono essere descritti da una funzione d'onda. In particolare, è impossibile descrivere qualsiasi apparato di misurazione con l'aiuto di una funzione d'onda.

Dunque si conclude:

▷ Un *sistema macroscopico* è un sistema con un tempo di decoerenza molto più breve rispetto a qualsiasi altro tempo di evoluzione dei suoi componenti.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ovviamente, i sistemi macroscopici interagiscono anche incoerentemente con il loro ambiente. Così gatti, automobili telecronisti televisivi sono tutti sistemi macroscopici.

Una possibilità è rimasta dalle due definizioni: cosa accade nella situazione in cui le interazioni con l'ambiente sono *coerenti*? Incontreremo alcuni esempi a breve. Seguendo la definizione, essi non sono né sistemi microscopici né macroscopici.

▷ Un 'sistema'in cui l'interazione con l'ambiente è coerente è chiamato *correlato*.

Tali 'sistemi' non sono descritti da una funzione d'onda, e in senso stretto, essi *non* sono sistemi. In queste situazioni, quando l'interazione è coerente, si parla di *correlazione*. Per esempio, si dice che una particella o un insieme di particelle è detto essere *correlato* con il suo ambiente.

I sistemi correlati, coerentemente interagenti possono essere divisi, ma devono essere decorrelati quando lo si fa. L'atto di divisione porta a entità indipendenti; entità separate interagiscono incoerentemente. La teoria quantistica mostra che la natura non è fatta di entità separate, ma che è fatta di entità *separabili*. In teoria quantistica, il criterio di separazione è l'incoerenza di interazione. Sovrapposizioni coerenti implicano la conseguenza sorprendente che vi sono sistemi che, pur sembrando essere fatti di parti separate, non lo sono. La correlazione pone un limite alla separazione. Tutte le proprietà sorprendenti della meccanica quantistica, come il gatto di Schrödinger, sono conseguenze del pregiudizio classico che un sistema costituito da due o più parti può ovviamente essere separato in due sottosistemi senza disturbo. Ma le sovrapposizioni coerenti, o sistemi correlati, non permettono la separazione senza disturbo. Quando assumiamo di poter separare sistemi correlati, otteniamo conclusioni strane o non corrette, come ad esempio propagazione apparente più veloce della luce, o, come si dice oggi, comportamento non locale. Diamo un'occhiata ad alcuni esempi tipici.

Situazioni correlate si osservano in molti esperimenti. Ad esempio, quando un elettrone e un positrone si annichilano in due fotoni, le polarizzazioni di questi due fotoni sono correlate, come misurato già nel 1949.Anche quando un atomo eccitato decade in passi, emettendo due fotoni, le polarizzazioni del fotone sono correlate, come è stato mostrato per primo nel 1966 con l'aiuto di atomi di calcio. Analogamente, quando una molecola in uno stato singoletto, cioè, in uno stato con spin 0, decade, gli spin dei detriti sono correlati, come osservato nel 1970. Anche la conversione parametrica spontanea dei fotoni produce correlazione. Quando, in un materiale ottico non lineare, un fotone viene convertito in due fotoni le cui energie aggiunte corrispondono all'energia dell'originale fotone, i due fotoni sono correlati sia nella loro polarizzazione e nella loro direzione. Nel 2001, gli spin di due campioni di gas cesio estremamente freddi, con milioni di atomi ciascuno e situati a pochi millimetri di distanza, sono stati correlati. Anche la posizione di correlazione è stata regolarmente osservata, ad esempio per ioni strettamente distanziati all'interno di trappole ioniche.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

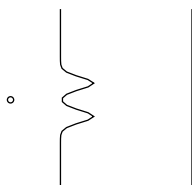
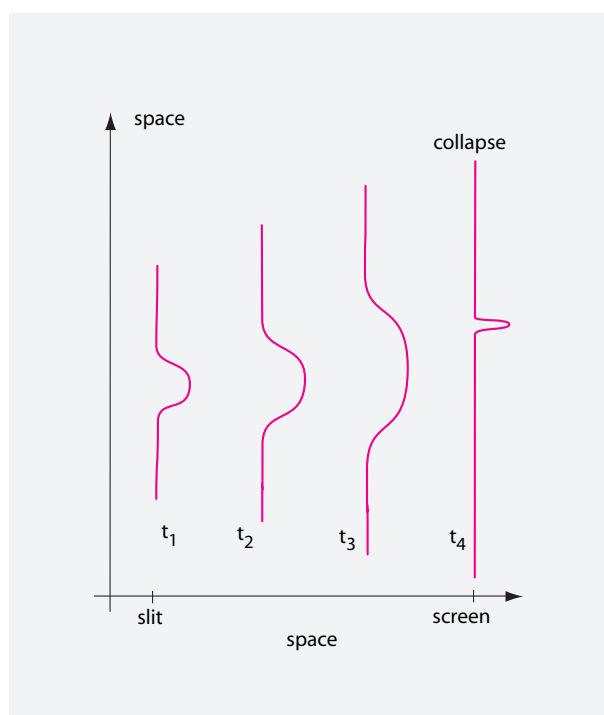



Figure 73 Moto meccanico quantistico: una funzione d'onda di elettroni (in realtà il suo modulo al quadrato) dal momento in cui passa una fessura fino a che colpisce uno schermo.

La teoria quantistica è non-locale? Qualcosa sul paradosso di Einstein- Podolsky–Rosen

> Il [Sig. Duffy] abitava a poca distanza dal suo corpo...
>
> James Joyce, *Un doloroso caso*

Si sostiene spesso, erroneamente, che le funzione d'onda collassano o in teoria quantistica sono non-locali.*La questione necessita di un chiarimento.

Cominciamo immaginando un elettrone che colpisce uno schermo dopo aver superato una fessura. Seguendo la descrizione appena dedotta, il processo di collasso procede come rappresentato schematicamente in Figure 73. Un'animazione che include un altro esempio di un processo di collasso – ispirato all'esperimento ideato da Bohm – può essere visto negli angoli in basso a sinistra su queste pagine, a partire da page 115. Il processo di collasso ha un lato sorprendente: a causa della brevità del tempo di decoerenza, nel corso di questo (ed ogni altro) collasso della funzione d'onda il massimo della funzione d'onda di solito cambia posizione più velocemente della luce. È ragionevole questo?

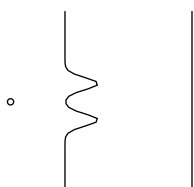
Page 158

Una situazione è detta *acausale* o *non locale* se l'energia è trasportata più velocemente della luce. Utilizzando Figure 73 si può determinare la velocità di energia coinvolta, con i risultati della propagazione del segnale. Il risultato è un valore più piccolo di c. Un massimo di funzione d'onda massima che si muove più velocemente della luce *non* implica energia che si muove più veloce della luce.

Sfida 119 s
Vol. III, pag. ??

* Questo continua un tema che conosciamo già: abbiamo esplorato un diverso tipo di non-località, nella relatività generale, in precedenza.

Vol. II, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

In altre parole, la teoria dei quanti contiene velocità superiori a quella della luce, ma nessuna velocità di *energia* maggiore di quella della luce. In elettrodinamica classica, lo stesso accade con lo scalare e il vettore potenziale se si utilizza il calibro di Coulomb . Abbiamo anche incontrato velocità superiori a quella della luce nel moto di ombre e forbici, e in molte altre osservazioni. Qualsiasi fisico ora ha due scelte: può essere diritta, e dire che non c'è non-località in natura; o può essere meno diritta, e c'è pretesa. In quest'ultimo caso, si deve sostenere che anche la fisica classica è non locale. Tuttavia, nessuno osa affermare questo. Infatti, vi è un pericolo in questo più provocatorio uso del termine 'non locale': una piccola percentuale di coloro che affermano che il mondo è non locale dopo un po 'inizia a credere che in natura esiste davvero trasporto di energia più veloce della luce. Queste persone diventano prigionieri del loro pensiero confuso. D'altra parte, il pensiero confuso aiuta a leggere più facilmente i giornali. In breve, anche se la definizione di non-località non è unanime, qui ci atteniamo a quella rigorosa, e definiamo non-località come trasporto di *energia* più veloce della luce.

Ref. 107

Vol. II, pag. ??

Un esperimento di pensiero spesso citato che mostra le insidie della non-località è stato proposto da Bohm*nella discussione intorno al cosiddetto paradosso Einstein - Podolsky - Rosen. Nel famoso EPR documento i tre autori cercano di trovare una contraddizione tra meccanica quantistica e il senso comune. Bohm tradusse il loro documento piuttosto confuso in un esperimento di pensiero chiaro. E' mostrato schematicamente in Figure 74. Quando due particelle in uno stato di spin 0 si allontanano, la misura dell'orientamento di spin di una particella implica un *immediato* collasso anche dello spin dell'altra particella, cioè nella direzione esattamente opposta. Questo accade istantaneamente sull'intera distanza di separazione; nessun limite di velocità viene obbedito. In altre parole, la correlazione sembra portare alla comunicazione più veloce della luce.

?, Ref. 109

Tuttavia, nell'esperimento di Bohm, nessuna energia viene trasportata più velocemente della luce. Nessuna non-località è presente, nonostante le numerose affermazioni del contrario da parte di alcuni autori. I due elettroni correlati appartengono ad un unico sistema: supponendo che siano separati solo perché la funzione d'onda ha due massimi distanti è un errore concettuale. Infatti, nessun segnale può essere trasmesso con questo metodo; la decoerenza è un caso di previsione che sembra un segnale senza esserlo. L'esperimento di Bohm, come qualsiasi altro esperimento tipo EPR, non consente comunicazione più veloce della luce. Abbiamo già discusso questi casi nella sezione sull'elettrodinamica.

Vol. III, pag. ??

L'esperimento di Bohm è stato eseguito effettivamente. La prima e più famosa realizzazione fu dovuta, nel 1982, ad Alain Aspect; egli usò fotoni invece di elettroni. Come tutti questi ultimi test, ha confermato in pieno la meccanica quantistica.

Ref. 110

Infatti, esperimenti come quello di Aspect confermano che è impossibile trattare una delle due particelle come un sistema stesso; è impossibile attribuire qualsiasi proprietà fisica, come ad esempio un orientamento di spin, ad una sola di esse. (Il disegno di Heisenberg avrebbe espresso tale restrizione anche più chiaramente). Solo i due elettroni insieme formano un sistema fisico, perché solo la coppia interagisce incoerentemente con l'ambiente.

* David Joseph Bohm (1917–1992), fisico, scoprì l'effetto Aharonov–Bohm ed ha trascorso gran parte della la sua vita successiva ad indagare le connessioni tra fisica quantistica e filosofia.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

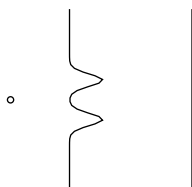
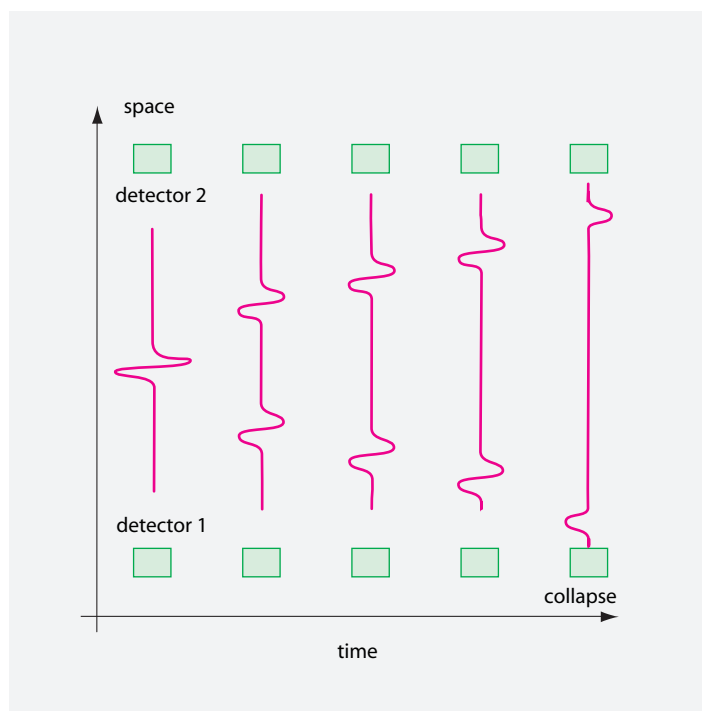



FIGURE 74 Esperimento mentale di Bohm.

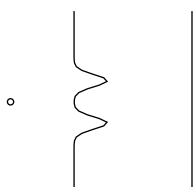
I due citati esempi di apparente non-località possono essere licenziati con la notazione che dal momento che, ovviamente, alcun flusso di energia più veloce della luce è coinvolto, non appaiono problemi di causalità. Pertanto il seguente esempio è più interessante. Prendiamo due atomi identici, uno in uno stato eccitato, uno nello stato fondamentale, e chiamiamo l la distanza che li separa. Il buonsenso ci dice che se il primo atomo ritorna allo stato fondamentale emettendo un fotone, il secondo atomo può essere eccitato solo dopo che sia trascorso un tempo $t = l/c$, cioè, dopo ce il fotone è passato al secondo atomo.

Sorprendentemente, questa conclusione è sbagliata. L'atomo nel suo stato di base ha una probabilità non nulla di essere eccitato nello stesso momento in cui il primo non è eccitato. Ciò è stato dimostrato più semplicemente da Gerhard Hegerfeldt. Maddox Questo risultato è anche stato confermato sperimentalmente.

Ref. 111

Studi più attenti dimostrano che il risultato dipende dal tipo di sovrapposizione dei due atomi all'inizio: coerente o incoerente. Per sovrapposizioni incoerenti, il risultato intuitivo è corretto; il risultato contro–intuitivo appare solo per sovrapposizioni coerenti. Ancora una volta, una attenta discussione mostra che nessuna reale non-località di energia viene coinvolta.

In sintesi, velocità più veloci della luce nel collasso della funzione d'onda non contraddicono il limite di velocità di energia della relatività speciale. Le velocità di collasso sono velocità di fase. In natura, le velocità di fase sono illimitate; illimitate velocità di fase non implicano il trasporto di energia più velocemente della luce. In aggiunta, recuperiamo il risultato che i sistemi fisici sono chiaramente definiti solo se interagiscono incoerentemente con il loro ambiente.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Curiosità e divertenti sfide sulle sovrapposizioni

Sfida 120 s Può una fotografia mostrare un oggetto in due posti diversi allo stesso istante?

* *

In alcuni casi, la sovrapposizione di fifferenti stati macroscopici può effettivamente essere osservata abbassando la temperatura a valori sufficientemente piccoli e scegliendo con cura masse o distanze adeguatamente piccole. Due esempi ben noti di sovrapposizioni coerenti sono quelli osservati nei rivelatori di onde gravitazionali e nelle giunzioni Josephson. Nel primo caso, si osserva una massa pesante come 1000 kg in una sovrapposizione di stati situati in diversi punti nello spazio: la distanza tra loro è dell'ordine di 10^{-17} m. Nel secondo caso in anelli superconduttori, sono state prodotte sovrapposizioni di uno stato in cui una corrente macroscopica dell'ordine di 1 pA scorre in senso orario con una che fluisce in senso antiorario . Ref. 101 Ref. 112

* *

Ref. 113 Sovrapposizioni di magnetizzazione in direzione su e giù allo stesso tempo sono pure state osservate per diversi materiali.

* *

Alcune persone affermano erroneamente che è stato fotografato un atomo in una sovrapposizione di stati centrata in posizioni diverse. (Questa menzogna è anche usata da alcune sette per attirare i credenti.) Perché non è vero? Sfida 121 s

* *

Dal 1990, è decollato in tutto il mondo lo sport di trovare e giocare con i nuovi sistemi di sovrapposizioni macroscopiche coerenti. Le sfide si trovano negli esperimenti puliti necessari. Esperimenti con singolo atomoi in sovrapposizioni di stati sono tra i più popolari. Ref. 114 Ref. 115

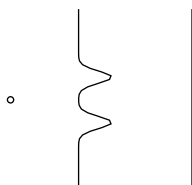
* *

Ref. 116 Nel 1997, sono state estratte onde atomiche coerenti da una nuvola di atomi di sodio .

* *

Gli oggetti macroscopici di solito sono in stati incoerenti. Questa è la stessa situazione per la luce. Il mondo è pieno di luce 'macroscopica',cioè, incoerente: la luce del giorno, e tutta la luce delle lampade, del fuoco e delle lucciole è incoerente. Solo fonti molto speciali e accuratamente costruite, come i laser o le fonti puntuali di piccole dimensioni, emettono luce coerente. Solo queste fonti consentono di studiare gli effetti di interferenza. Infatti, i termini 'coerenti' e 'incoerenti' hanno origine in ottica, dal momento che per chiarire la differenza tra i due, cioè la capacità di interferire, era stata osservata secoli prima che del caso della materia.

La coerenza e l'incoerenza della luce e della materia si manifestano diversamente, perché la materia può rimanere a riposo, ma la luce non può e perché la materia è fatta di fermioni, ma la luce è fatta di bosoni. La coerenza si può osservare facilmente in sistemi composti da bosoni, come la luce, il suono nei solidi, o coppie di elettroni nei Page 141

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

superconduttori. La coerenza viene osservata meno facilmente in sistemi di fermioni, come i sistemi di atomi con le loro nuvole di elettroni. Tuttavia, in entrambi i casi può essere definito un tempo di decoerenza. In entrambi i casi la coerenza in molti sistemi di particelle è osservata meglio se tutte le particelle sono nello stesso stato (superconduttività, luce laser) e in entrambi i casi il passaggio dalla coerenza alla incoerenza è dovuto all'interazione con un bagno. Un fascio è quindi incoerente se le sue particelle arrivano casualmente nel tempo ed in frequenza. Nella vita di tutti i giorni, la rarità dell'osservazione di sovrapposizioni coerenti di materia ha la stessa origine della rarità di osservazione di luce coerente.

* *

Discuteremo la relazione tra l'ambiente ed il *decadimento* dei sistemi instabili in seguito. Il fenomeno è completamente descritto dai concetti qui dati.

Vol. V, pag. ??

* *

Sfida 122 na

Si può trovare un metodo per misurare il *grado* di correlazione? Puoi farlo per un sistema composto di molte particelle?indexentanglement, degree of

* *

Lo studio della correlazione porta ad una semplice conclusione: *il teletrasporto contraddice la correlazione*. Potete confermare la dichiarazione?

Sfida 123 na

* *

Le immagini fantasma nelle TV, spesso dovute a riflessioni spurie, sono esempi di interferenza?

Sfida 124 s

* *

Sfida 125 d

Cosa succede quando due elettroni monocromatici si sovrappongono?

* *

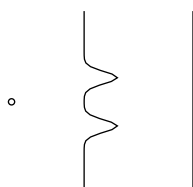
Alcune persone dicono che la teoria quantistica potrebbe essere utilizzata per l'informatica quantistica, utilizzando sovrapposizioni coerenti di funzioni d'onda. Potete dare una ragione generale che rende questo obiettivo molto difficile - se non impossibile - anche senza sapere come tale computer quantistico possa funzionare, o come potrebbero esere i cosiddetti *qubits*?

Ref. 117

Sfida 126 s

Perché nelle misure appaiono probabilità e collasso della funzione d'onda?

Le misure in meccanica quantistica sono sbalorditive anche perché portano a dichiarazioni in cui appaiono le *probabilità*. Ad esempio, parliamo di probabilità di trovare un elettrone ad una certa distanza dal nucleo di un atomo. Dichiarazioni di questo tipo appartengono al tipo generale 'quando l'osservabile A è misurato, la probabilità di trovare il risultato a è P.' Di seguito vi mostreremo che le probabilità in tali dichiarazioni sono inevitabili per qualsiasi misura, perché, come vedremo, (1) qualsiasi misurazione e qualsiasi osservazione è un caso speciale di decoerenza o processo di decorrelazione e

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

(2) tutti i processi decoerenti implicano il quanto d'azione. (Storicamente, il processo di misura è stato studiato *prima* del più generale processo di decoerenza. Questo spiega in parte il motivo per cui l'argomento è così confuso nella mente di molte persone.)

Vol. III, pag. ??

Che cosa è una misura? Come già accennato in precedenza, una misurazione è qualsiasi interazione che produce una registrazione o memoria. (Qualsiasieffetto della vita quotidiana è un record; ma questo non è vero in generale. Potete dare qualche esempio di effetti che sono record e alcuni effetti che non lo sono?) Le misurazioni possono essere eseguite dalle macchine; quando sono eseguite da persone, esse sono chiamate *osservazioni*. In teoria quantistica, il processo di misurazione non è così semplice come nella fisica classica. Ciò si vede più sorprendentemente quando un sistema quantistico, come un singolo elettrone, si fa dapprima passare da una fessura di diffrazione, o meglio – al fine di rendere evidente il suo aspetto ondulatorio – una doppia fenditura e quindi si fa colpire una lastra fotografica, per far apparire anche il suo aspetto di particella. L'esperimento dimostra che il punto annerito, il punto in cui l'elettrone ha colpito lo schermo, non può essere determinato in anticipo. (Lo stesso vale per i fotoni o qualsiasi altra particella.) Tuttavia, un gran numero di elettroni, la distribuzione spaziale dei puntini neri, la cosiddetto *diffrazione*, può essere calcolata in anticipo con alta precisione.

Sfida 127 s

Il risultato di esperimenti su sistemi microscopici ci costringe quindi ad utilizzare le probabilità per la descrizione dei microsistemi. Troviamo che la distribuzione di probabilità $p(\boldsymbol{x})$ delle macchie sulla lastra fotografica può essere calcolata dalla funzione d'onda ψ dell'elettrone alla superficie dello schermo ed è data da $p(\boldsymbol{x}) = |\psi^\dagger(\boldsymbol{x})\psi(\boldsymbol{x})|^2$. Questo è di fatto un caso speciale della generale *prima proprietà delle misurazioni quantistiche*:

▷ La misura di un osservabile A per un sistema in uno stato ψ dà come risultato uno degli autovalori a_n, e la probabilità P_n per ottenere il risultato a_n è data da

$$P_n = |\varphi_n^\dagger \psi|^2 , \tag{78}$$

dove φ_n è l'autofunzione dell'operatore A corrispondente all'autovalore a_n.*

Gli esperimenti mostrano anche una *seconda proprietà delle misurazioni quantistiche:*

▷ Dopo una misurazione, il sistema quantistico osservato è nello stato φ_n corrispondente all'autovalore misurato a_n. Si dice anche che durante la misurazione, la funzione d'onda ha *collassato* da ψ a φ_n.

Ref. 118

Queste due proprietà sperimentali possono essere generalizzate ai casi più generali con autovalori degenerati e continui.
Ovviamente, questi risultati sperimentali richiedono una spiegazione. A prima vista, i tipi di probabilità incontrati nella teoria quantistica sono diversi dalle probabilità che si

* Tutte le trasformazioni lineari trasformano alcuni vettori speciali, chiamati *autovettori* (dalla parola tedesca *eigen* che significa 'auto') in multipli di se stessi. In altre parole, se T è una trasformazione, e un vettore, e

$$T(e) = \lambda e \tag{79}$$

dove λ è uno scalare, allora il vettore e è chiamato *autovettore* di T e λ è l' *autovalore* associato. L'insieme di tutti gli autovalori di una trasformazione T è chiamato *spettro* di T.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

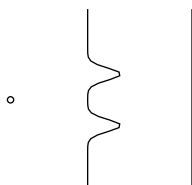
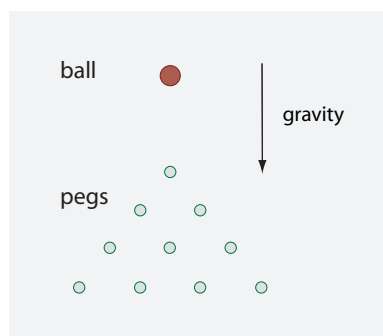



FIGURE 75 Un sistema che mostra un comportamento probabilistico: la palla che cade attraverso una serie di pioli.

incontrano nella vita di tutti i giorni. Prendiamo la roulette, i dadi, il sistema illustrato nella Figure 75, le macchine pachinko o la direzione in cui una matita sulla punta cade: tutti sono stati misurati sperimentalmente essere casuali (supponendo alcun imbroglio dell'autore o operatori) con un elevato grado di precisione. Questi sistemi di tutti i giorni non ci imbarazzano. Assumiamo inconsciamente che il risultato casuale è dovuto alla piccola, ma incontrollabile variazione delle condizioni di partenza o dell'ambiente ogni volta che l'esperimento viene ripetuto.*

Ma i sistemi microscopici sembrano essere diversi. Le due proprietà di misure quantistiche appena citate esprimono ciò che i fisici osservano in ogni esperimento, anche se le condizioni iniziali vengono prese in maniera da essere *esattamente* le stesse ogni volta. Ma perché allora non è prevedibile la posizione per un singolo elettrone, o altri osservabili di sistemi quantistici? In altre parole, ciò accade durante il collasso della funzione d'onda? Quanto dura il collasso? All'inizio della teoria quantistica, c'era la percezione che l'imprevedibilità osservata fosse dovuta alla mancanza di informazioni sullo stato della particella. Questo ha portato molti a cercare le cosiddette 'variabili nascoste'. Tutti questi tentativi però furono destinati a fallire. C'è voluto del tempo per la comunità scientifica per rendersi conto che l'imprevedibilità *non* è a causa della mancanza di informazioni sullo stato della particella, che è effettivamente *completamente* descritta dal vettore di stato ψ.

Al fine di scoprire l'origine delle probabilità, ricordiamo il carattere di una misura, o meglio, di una osservazione generale. *Qualsiasi osservazione è il prodotto di un record.* Il record può essere una memoria visiva o uditiva nel nostro cervello, o una traccia scritta su carta, o un nastro di registrazione, o qualsiasi tipo di oggetto. Come spiegato nel precedente volume, un oggetto è un record se non può essere sorto o scomparso per cambiamento. Per evitare l'influenza del cambiamento, tutti i record devono essere protetti il più possibile dal mondo *esterno*; per esempio tipicamente si mettono gli archivi in edifici antisismici sicuri con protezione antincendio, si tengono i documenti al sicuro, si evitano danni cerebrali quanto possibile, etc.

Vol. III, pag. ??

In cima a questo, i record devono essere protetti dalle loro fluttuazioni *interne*. Queste fluttuazioni interne sono dovute ai numerosi componenti di cui è fatto qualsiasi dispositivo di registrazione. Se le fluttuazioni fossero troppo grandi, renderebbero impossibile

* Per ottenere una sensibilità per le limitazioni di queste inconscie ipotesi, si consiglia di leggere la storia già citata di quei i fisici che hanno costruito una macchina in grado di prevedere l'esito di una palla di roulette dalla velocità iniziale impartita dal croupier.

Vol. I, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

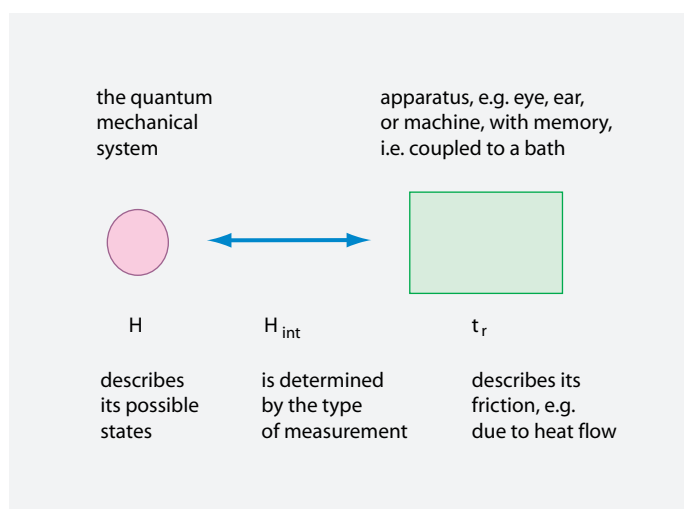



FIGURE 76 I concetti utilizzati nella descrizione delle misure.

distinguere tra i possibili contenuti di una memoria. Ora, le fluttuazioni diminuiscono con l'aumento delle dimensioni di un sistema, tipicamente con la radice quadrata della dimensione. Ad esempio, se una scrittura a mano è troppo piccola, è difficile da leggere se la carta diventa fragile; se le tracce magnetiche sui nastri sono troppo piccoli, si smagnetizzano e perdono le informazioni memorizzate. In altre parole, un record è reso stabile dalle oscillazioni interne rendendolo di dimensioni sufficienti. Ogni record è costituito quindi da molti componenti e mostra piccole fluttuazioni.

L'importanza della dimensione può essere espressa in altro modo: ogni sistema con memoria, cioè, ogni sistema in grado di produrre un record, contiene un *bagno*. In sintesi, l'affermazione che qualsiasi osservazione è il prodotto di un record può essere espressa in modo più preciso: *Qualsiasi osservazione di un sistema è il risultato di una interazione tra tale sistema e un bagno nell'apparecchio di registrazione.* *.

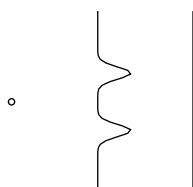
Inoltre, qualsiasi osservazione che misuri una grandezza fisica utilizza un'interazione *dipendente* da quella stessa quantità. Con queste osservazioni apparentemente banali, possiamo descrivere più in dettaglio il processo di osservazione, e, com'è di solito chiamato nella teoria quantistica, il processo di misura.

Qualsiasi *apparecchio* di misura, o *rivelatore*, è caratterizzato da due principali aspetti, illustrati in Figure 76: l'interazione che ha con il sistema microscopico, e il bagno che contiene per produrre il record. Qualsiasi descrizione del processo di misura è quindi la descrizione dell'evoluzione del sistema microscopico *e* del rivelatore; quindi si ha bisogno dell'Hamiltoniano per la particella, l'Hamiltoniano d'interazione, e le proprietà del bagno (come il tempo di rilassamento t_r). L'interazione specifica quale viene misurata e il bagno realizzano la memoria.

Ref. 119

Sappiamo che solo i sistemi termodinamici classici possono essere irreversibili; i sistemi quantistici non lo sono. Quindi concludiamo: un sistema di misurazione *deve* essere descritto classicamente: altrimenti non ha memoria e non sarebbe un sistema di misura: non produrrebbe un record! La memoria è un effetto classico. (Più precisamente, la me-

* Poiché i bagni implicano attrito, possiamo anche dire: la memoria ha bisogno di attrito

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

moria è un effetto che appare solo nel confine classico.) Tuttavia, vediamo cosa succede se si descrive il sistema di misura meccanico-quantistico.

Chiamiamo A l'osservabile misurato nell'esperimento e la sue autofunzioni φ_n. Descriviamo il sistema meccanico quantistico sotto osservazione – spesso una particella – da uno stato ψ. Lo stato completo del sistema può sempre essere scritto come

$$\psi = \psi_p \, \psi_{\text{other}} = \sum_n c_n \varphi_n \, \psi_{\text{other}} \; . \tag{80}$$

Qui, ψ_p è l'aspetto dello (particella o sistema) stato che vogliamo misurare, e ψ_{other} rappresenta tutti gli altri gradi di libertà, cioè, quelli non descritti – *misurati*, in linguaggio matematico – dall'operatore A corrispondente all'osservabile che vogliamo misurare. I numeri $c_n = |\varphi_n^\dagger \psi_p|$ danno l'espansione del lo stato di ψ_p, che è preso per essere normalizzato, in termini delle basi φ_n. Ad esempio, in una tipica misura di posizione, le funzioni φ_n sarebbero autofunzioni di posizione e ψ_{other} dovrebbe contenere informazioni circa la quantità di moto, lo spin e tutte le altre proprietà della particella.

A cosa somiglia l'interazione sistema–rivelatore? Chiamiamo lo stato dell'apparecchio prima della misura χ_{start}. Lo stesso apparecchio di misura, per definizione, è un dispositivo che, quando è colpito da una particella nello stato $\varphi_n \psi_{\text{other}}$, passa dallo stato χ_{start} allo statoχ_n. Si dice poi che l'apparecchio ha *misurato* l'autovalore a_n corrispondente all'autofunzione φ_n dell'operatore A. L'indice n è quindi il record della misura; è chiamato l'indice *puntatore* o variabile. Questo indice ci dice in quale stato il sistema microscopico era prima della interazione. Il punto importante, tratto dalla nostra precedente discussione, è che gli stati χ_n, essendo record, sono macroscopicamente distinti, proprio nel senso della sezione precedente. Altrimenti non sarebbero record, e l'interazione con il rivelatore non sarebbe una misurazione.

Naturalmente, durante la misurazione, l'apparato sensibile a φ_n cambia la parte ψ_{other} dello stato della particella di qualche altra situazione $\psi_{\text{other},n}$, che dipende dalla misura e dall'apparato; non abbiamo bisogno di specificarlo nella discussione che segue.*Ma cerchiamo di avere un controllo intermedio del nostro ragionamento. Esistono gli apparati come descritto? Sì, esistono. Per esempio, qualsiasi lastra fotografica è un rivelatore per la posizione di particelle ionizzanti. Un piatto, e in generale qualsiasi apparecchio che misura la posizione, fa questo cambiando la sua quantità di moto in un modo dipendente dalla posizione misurata: gli elettroni su una lastra fotografica vengono arrestati. In questo caso, χ_{start} è un piatto bianco, φ_n sarebbe una particella localizzata in un punto n,

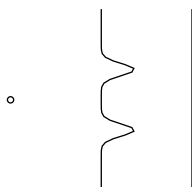
* Come appare l'interazione matematicamente? Dalla descrizione che abbiamo appena dato, abbiamo specificato lo stato finale per ogni stato iniziale. Poiché le due matrici di densità sono legate dalla

$$\rho_{\text{f}} = T \rho_{\text{i}} T^\dagger \tag{81}$$

Sfida 128 na possiamo dedurre l'Hamiltoniano dalla matrice T. Siete in grado di vedere come?

Tra l'altro, si può dire in generale che un apparato che misura un osservabile A ha un Hamiltoniana d'interazione del sistema a seconda della variabile puntatore A, e per cui si ha

$$[H + H_{\text{int}}, A] = 0 \; . \tag{82}$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

χ_n è la funzione che descrive un piatto annerito al punto n e $\psi_{\text{other,n}}$ descrive la quantità di moto e lo spin della particella dopo che ha colpito la lastra fotografica nel punto n.

Ora siamo pronti a guardare al processo di misura in sé. Per il momento, dobbiamo trascurare il bagno nel rivelatore, e dobbiamo solo descriverlo pure con uno stato, che chiamiamo χ_{start}. Nel tempo prima dell'interazione tra la particella ed il rivelatore, il sistema combinato (Compreso il rivelatore) sia nello stato iniziale ψ_i dato semplicemente da

$$\psi_i = \psi_p \chi_{\text{start}} = \sum_n c_n \varphi_n \psi_{\text{other}} \chi_{\text{start}} , \tag{83}$$

Dopo l'interazione, usando le appena citate, sperimentalmente note caratteristiche dell'apparato, lo stato combinato di ψ_a è

$$\psi_a = \sum_n c_n \varphi_n \psi_{\text{other},n} \chi_n . \tag{84}$$

Questa evoluzione da ψ_i a ψ_a deriva dall'equazione di evoluzione applicata alla combinazione particella–rivelatore. Ora, lo stato combinato ψ_a è una sovrapposizione di stati macroscopicamente distinti: è una sovrapposizione di stati macroscopici distinti del rivelatore. Nel nostro esempio ψ_a potrebbe corrispondere ad una sovrapposizione di uno stato in cui un punto sull'angolo superiore a sinistra è annerito su una piastra altrimenti bianca con un altro stato dove un punto nell'angolo inferiore a destra del piatto altrimenti bianco è annerito. Tale situazione non viene mai osservata. Vediamo perché.

La matrice densità ρ_a dello stato combinato di ψ_a dopo la misura, data dalla

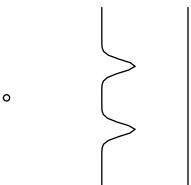
$$\rho_a = \psi_a \otimes \psi_a^\dagger = \sum_{n,m} c_n c_m^* (\varphi_n \psi_{\text{other},n} \chi_n) \otimes (\varphi_m \psi_{\text{other},m} \chi_m)^\dagger , \tag{85}$$

contiene grandi termini non diagonali, cioè termini per $n \neq m$, i cui coefficienti numerici sono diversi da zero. Ora prendiamo di nuovo il bagno. Dalla sezione precedente sappiamo l'effetto di un bagno su tale sovrapposizione macroscopica. Abbiamo scoperto che una matrice densità come ρ_a ha una decoerenza estremamente rapida. Assumiamo qui che il tempo di decoerenza sia trascurabile.* Dopo la decoerenza, i termini fuori dalla diagonale si azzerano, e solo la matrice densità diagonale finale ρ_{f}, data da

$$\rho_{\text{f}} = \sum_n |c_n|^2 (\varphi_n \psi_{\text{other},n} \chi_n) \otimes (\varphi_n \psi_{\text{other},n} \chi_n)^\dagger \tag{86}$$

rimane ed ha rilevanza sperimentale. Come spiegato in precedenza, una tale matrice densità descrive uno stato misto, ed i numeri $P_n = |c_n|^2 = |\varphi_n^\dagger \psi_p|^2$ danno la probabilità di misurare il valore a_n e di trovare la particella nello stato $\varphi_n \psi_{\text{other,n}}$ e il rilevatore nello stato χ_n. Ma questo è proprio ciò che affermano le due proprietà di misura quantistica.

* Nota però, che un tempo di decoerenza *esattamente* nullo, che significherebbe un numero *rigorosamente* infinito di gradi di libertà del bagno o per l'ambiente, è in contraddizione con l'equazione di evoluzione, e in particolare con l'unitarietà, la località e la causalità. E' essenziale in tutto il discorso non confondere le conseguenze logiche di un tempo di decoerenza estremamente piccolo con quello di un tempo di decoerenza esattamente nullo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Troviamo pertanto che descrivendo una misura come evoluzione di un sistema quantistico interagente con un rivelatore macroscopico, contenente un bagno esso stesso, possiamo *dedurre* le due proprietà di misura quantistiche, risultati probabilistici ed il collasso della funzione d'onda, dalla equazione di evoluzione meccanico quantistica. Il tempo di decoerenza t_d della sezione precedente diventa il tempo di collasso per il caso di una misurazione; in aggiunta troviamo

$$t_{collapse} = t_d < t_r \, . \qquad (87)$$

In altre parole, il tempo di collasso è sempre inferiore al tempo di rilassamento del bagno. Abbiamo così una formula per il tempo necessario per il collasso della funzione d'onda. Tutte le misurazioni sperimentali del tempo di collasso hanno confermato questo risultato.

Ref. 103

Perché $\hbar$ è necessaria per le probabilità?

A prima vista, si potrebbe sostenere che le due proprietà di misura quantistiche non contengono $\hbar$, e quindi non sono conseguenze della teoria dei quanti. Tuttavia, questo argomento non è corretto.

La decoerenza è un processo quantistico, perché $\hbar$ compare nell'espressione del tempo di decoerenza. Poiché il collasso della funzione d'onda è basato sulla decoerenza, esso è pure un processo quantistico. Inoltre le probabilità sono dovute al quanto d'azione.

Inoltre, abbiamo visto che il concetto di funzione d'onda appare solo perché il quanto d'azione $\hbar$ non è zero. Le funzioni d'onda, il loro collasso e le probabilità sono dovute al quanto di cambiamento $\hbar$.

Page 87

Page 32

Questi risultati richiamano una dichiarazione fatta in precedenza: le probabilità appaiono ogni volta che un esperimento cerca di rilevare le modifiche, vale a dire, valori di azione, più piccoli di $\hbar$. La maggior parte dei puzzle intorno alle misure sono dovuti a tali tentativi. Tuttavia, la natura non consente tali misurazioni; pertanto, appaiono le probabilità.

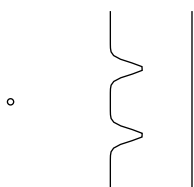
Sfida 129 f

Variabili nascoste

Un gran numero di persone non sono soddisfatte con la spiegazione delle probabilità. Essi desiderano ardentemente più mistero nella teoria quantistica. A loro non piace l'idea che le probabilità sono dovute ai bagni e al quanto d'azione. Il più famoso pregiudizio che coltivano tali persone è l'idea che le probabilità sono dovute a qualche aspetto nascosto della natura che è ancora sconosciuto all'uomo. Tali immaginati, sconosciuti aspetti sono chiamate *variabili nascoste*.

La cosa bella della meccanica quantistica è che permette entrambe prove concettuali e sperimentali sul se tali variabili nascoste esistano senza il bisogno di conoscerle. Naturalmente, le variabili nascoste che controllano l'evoluzione del sistema microscopico contraddirrebbero il risultato che i valori di azione inferiori di $\hbar$ non possono essere rilevati. Questo più piccolo valore di azione osservabile è il motivo per il comportamento casuale dei sistemi microscopici. Una più piccola azione quindi *esclude* variabili nascoste. Ma aggiungiamo argomenti un po' più dettagliati.

Storicamente, il primo argomento contro le variabili nascoste è stato dato da John von

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Neumann.* Un ulterione no-go theorem per le variabili nascoste fu pubblicato da Kochen e Specker in 1967 (e indipendentemente da Bell nel 1969). Il teorema afferma che variabili nascoste non contestuali sono impossibili, se lo spazio di Hilbert ha una dimensione uguale o superiore a tre. Il teorema è sulle variabili non-contestuali, vale a dire, sulle variabili nascoste all'*interno* del sistema meccanico quantistico. Il teorema Kochen–Specker afferma quindi che non c'è un modello di variabili non contestuali nascoste, perché la matematica lo vieta. Questo risultato sostanzialmente elimina tutte le possibilità per le variabili nascoste, perché gli usuali sistemi meccanico quantistici hanno dimensioni spaziali di Hilbert più grandi di tre.

Ref. 120

Naturalmente, non possiamo evitare di notare che non ci sono teoremi che limitano circa le variabili nascoste *contestuali*, cioè, le variabili nell'ambiente ed in particolare, nei bagni in esso contenuti. Infatti, la loro necessità fu mostrata sopra.

Anche il senso comune elimina le variabili nascoste, senza alcun ricorso alla matematica, con un semplice ragionamento. Se un sistema meccanico quantistico avesse variabili nascoste interne, l'apparato di misura ne avrebbe un'infinità.**E questo significherebbe che non poteva funzionare come un sistema di misurazione.

Nonostante tutti gli argomenti, i ricercatori hanno cercato le prove sperimentali sulle variabili nascoste. La maggior parte delle prove sono basate sulla famosa *diseguaglianza di Bell*, una relazione meravigliosamente semplice pubblicata da John Bell*** nel 1960.

L'idea di partenza è quella di distinguere la teoria quantistica e le teorie localmente realistiche che utilizzano variabili nascoste misurando le polarizzazioni di due fotoni correlati. La teoria quantistica dice che la polarizzazione dei fotoni è fissata solo al momento in cui viene misurata, mentre i modelli realistici locali – il tipo più semplice di modelli di variabili nascoste – sostengono che è fissata già in anticipo da una variabile nascosta. È interessante notare che, gli esperimenti possono essere utilizzati per decidere quale approccio è corretto.

Immaginate che la polarizzazione sia misurata in due punti distanti A e B. Ogni osservatore può misurare 1 o −1 in ogni sua direzione preferita. Lasciare ogni osservatore scegliere due direzioni, 1 e 2, e chiamiamo i loro risultati a_1, a_2, b_1 e b_2. Dal momento che i risultati della misurazione sono tutti 1 o −1, il valore della specifica espressione $(a_1 + a_2)b_1 + (a_2 - a_1)b_2$ ha sempre il valore ±2.

Ref. 121

Immaginate di ripetere l'esperimento molte volte, assumendo che le variabili nascoste appaiano statisticamente. È quindi possibile dedurre (un caso speciale di) disuguaglianza di Bell per due variabili nascoste; si prevede che

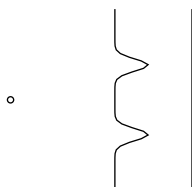
Sfida 130 f

$$|(a_1 b_1) + (a_2 b_1) + (a_2 b_2) - (a_1 b_2)| \leqslant 2 . \tag{88}$$

* János von Neumann (b. 1903 Budapest, d. 1957 Washington DC) influente matematico. Una delle menti più grandi e più chiare del XX secolo, egli stabilì molti problemi, soprattutto in matematica applicata e la teoria quantistica, con cui altri lottano ancora oggi. Lavorò alla bomba atomica e all'idrogeno, sui missili balistici, e sui problemi di difesa generale. In un altro famoso progetto, ha costruito il primo computer americano, costruito sulla sua estensione delle idee di Konrad Zuse.

** Cosa porta alla definizione: una infinità è 10^{23}.

*** John Stewart Bell (1928–1990), fisico teorico che lavorò principalmente sulle fondamenta della teoria quantistica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Qui, le espressioni tra parentesi sono le medie dei prodotti di misura su un gran numero di campioni. Questa previsione di variabili nascoste tiene indipendentemente dalle direzioni dei polarizzatori coinvolti.

D'altra parte, per il caso che i polarizzatori 1 e 2 alla posizione A e quelli corrispondenti alla posizione B siano scelti con angoli di $\pi/4$, la teoria quantistica prevede che

$$|(a_1 b_1) + (a_2 b_1) + (a_2 b_2) - (a_1 b_2)| = 2\sqrt{2} > 2 . \qquad (89)$$

Questa previsione è in completa contraddizione con il risultato delle variabili nascoste.

Tutti i controlli sperimentali dell'equazione di Bell hanno confermato lo standard quanto meccanico. Non vi sono eccezioni.

Un'altra contraddizione misurabile tra la teoria quantistica e le teorie localmente realistiche è stata predetta da Greenberger, Horn e Zeilinger in sistemi con tre particelle correlate. Ref. 122 Ancora una volta, la teoria quantistica è stata confermata in tutti gli esperimenti.

In sintesi, non è mai stata trovata alcuna prova di variabili nascoste. Naturalmente, questo non è realmente sorprendente. La ricerca di variabili nascoste è basata su fraintendimenti della meccanica quantistica o desideri personali su come il mondo dovrebbe essere, invece di prenderlo così com'è: c'è un più piccolo misurabile valore di azione, $\hbar$, in natura.

Sintesi sulle probabilità ed il determinismo

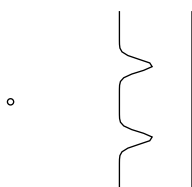
> Geometrico demonstramus quia facimus; si fisica demonstrare possemus, faceremus.
>
> Giambattista Vico *

Dagli argomenti presentati qui disegnamo una serie di conclusioni di cui abbiamo bisogno per il resto della nostra salita al monte. Si noti che queste conclusioni, anche se in accordo con gli esperimenti, non sono ancora condivise da tutti i fisici! L'intero argomento è un problema per persone che preferiscono l'ideologia ai fatti.

— Le probabilità non appaiono nelle misure perché lo stato del sistema quantistico è sconosciuto o aleatorio, ma perché lo stato dettagliato del bagno nell'ambiente è sconosciuto. *le probabilità meccanico quantistiche sono di origine statistica e sono dovute ai bagni nell'ambiente (o negli apparati di misura), in combinazione con il quanto d'azione $\hbar$.* Le probabilità sono dovute al gran numero di gradi di libertà contenuti in qualsiasi bagno. Questi grandi numeri rendono il risultato degli esperimenti imprevedibile. Se lo stato del bagno fosse noto, il risultato di un esperimento potrebbe essere previsto. Le probabilità della teoria quantistica sono di origine 'termodinamica'.

  In altre parole, *non* ci sono probabilità fondamentali in natura. Tutte le probabilità in natura sono dovute alla decoerenza; in particolare, tutte le probabilità sono dovute alle statistiche di molte particelle – alcune delle quali possono essere virtuali – che

* 'Siamo in grado di dimostrare questioni geometriche perché le facciamo; se potessimo dimostrare questioni fisiche saremmo in grado di farle'. Giovanni Battista Vico (b. 1668 Napoli, d. 1744 Napoli) un importantefilosofo e pensatore. In questa famosa dichiarazione, fa notare una fondamentale distinzione tra matematica e fisica.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

fanno parte dei bagni nell'ambiente. Modificando le ben note parole di Albert Einstein, la 'natura davvero non gioca a dadi.' Abbiamo quindi chiamato ψ la *funzione d'onda* invece di 'ampiezza di probabilità', come viene spesso fatto. Un nome ancora migliore sarebbe *funzione di stato*.

— Ogni osservazione nella vita quotidiana è un caso speciale di decoerenza. Ciò che è chiamato di solito il 'collasso della funzione d'onda' è un processo di decoerenza dovuto all'interazione con i bagni presenti nell'ambiente o negli apparecchi di misurazione. Poiché gli esseri umani sono animali a sangue caldo e dispongono di memoria, gli esseri umani sono quindi apparecchi di misura. Il fatto che la temperatura del nostro corpo è 37°C è quindi la ragione per cui noi vediamo solo un singolo mondo, e senza sovrapposizioni. (In realtà, ci sono molte ragioni supplementari; potete citarne alcune?)

Sfida 131 s

— Una misura è completa quando il sistema microscopico ha interagito con il bagno nell'apparato di misurazione. La teoria quantistica come descrizione della natura non richiede rivelatori; l'equazione di evoluzione descrive tutti gli esempi di moto. Tuttavia, le *misurazioni* richiedono l'esistenza di rivelatori. I rivelatori, essendo macchine che registrano le osservazioni, devono comprendere un bagno, cioè, devono essere classici, oggetti macroscopici. In tale contesto si parla anche di un *apparato classico*. Questa necessità dell'apparato di misura di essere classico era già stato accentuato nelle prime fasi della teoria quantistica.

— Tutte le misure, essendo processi di decoerenza che coinvolgono le interazioni con i bagni, sono processi irreversibili ed incrementano l'entropia.

— Una misura è un caso speciale di evoluzione meccanico quantistica, vale a dire l'evoluzione per la combinazione di un sistema quantistico, un rivelatore macroscopico e l'ambiente. Dal momento che l'equazione di evoluzione è relativisticamente invariante, nelle misurazioni non appaiono problemi di causalità; non compaiono nemmeno problemi di località o problemi logici.

— Poiché sia l'equazione di evoluzione e il processo di misurazione non riguardano quantità oltre che spazio-tempo, Hamiltoniano, bagni e funzioni d'onda, nessun altra quantità gioca un ruolo nella misura. In particolare, nessun osservatore umano né alcuna
iin[consciousness!not of importance in quantum theory] coscienza è coinvolta o è necessaria. Ogni misura è completa quando il sistema microscopico ha interagito con il bagno negli apparati. La decoerenza insita in ogni misurazione avviene anche se nessuno sta guardando. Questa conseguenza banale è in accordo con le osservazioni della vita quotidiana, per esempio con il fatto che la Luna è in orbita intorno alla Terra, anche se nessuno la guarda.* Allo stesso modo, un albero che cade nel bel mezzo di una foresta fa rumore anche se nessuno l'ascolta. La decoerenza è indipendente dall'osservazione umana, dalla mente umana e dall'esistenza umana.

— In ogni misurazione il sistema quantistico interagisce con il rivelatore. Poiché vi è un valore minimo per la grandezza di azione, ogni *osservazione influenza l'osservato*. Quindi ogni misura *disturba* il sistema quantistico. Ogni descrizione precisa delle osservazioni deve includere anche la descrizione di questo disturbo. Nella presente

* La tesi opposta è talvolta erroneamente attribuita a Niels Bohr. La Luna è ovviamente in contatto con molti bagni di radiazioni. Potete elencarne alcuni?

Sfida 132 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

sezione la perturbazione era modellata dal cambiamento di stato del sistema da ψ_{other} a $\psi_{\text{other,n}}$. Senza un tale cambiamento di stato, senza una perturbazione del sistema quantistico, una misurazione è impossibile.

— Poiché la misurazione completa è descritta dalla meccanica quantistica, l'unitarietà è e rimane la proprietà di base dell'evoluzione. Non ci sono processi non-unitari in meccanica quantistica.
— La descrizione del collasso della funzione d'onda come un processo di decoerenza è una spiegazione esattamente nel senso in cui il termine 'spiegazione' fu definito in precedenza; esso descrive il rapporto tra un'osservazione e tutti gli altri aspetti della realtà, in questo caso il bagno nel rivelatore o l'ambiente. Il collasso della funzione d'onda è stato misurato, calcolato e *spiegato*. Il collasso non è una questione di 'interpretazione', vale a dire, di parere, come purtroppo spesso è suggerito.*
— Non è utile speculare se l'evoluzione di una *singola* misurazione quantica possa essere determinata se lo stato dell'ambiente intorno al sistema fosse nota. Le misure necessitano di bagni. Ma un bagno è, con eccellente approssimazione, irreversibile e quindi non può essere descritto da una funzione d'onda, che si comporta in modo reversibile.**

Vol. III, pag. ??

In breve:

▷ La meccanica quantistica è deterministica.
▷ I bagni sono probabilistici.

In realtà, i bagni sono probabilistici a causa del quanto d'azione.

In sintesi, *non* vi è irrazionalità nella teoria quantistica. Chi utilizza la teoria quantistica come argomento per superstizioni, comportamento irrazionale, credenzenew age, o ideologie è colpevole di disinformazione. L'affermazione di Gell-Mann all'inizio di questo capitolo è dunque un esempio. un altro è la seguente ben nota, ma erronea affermazione Richard Feynman:

Page 146

Ref. 124

... nessuno capisce la meccanica quantistica.

I premi Nobel, ovviamente, non impediscono viste distorte dall'ideologia. L'affermazione corretta è:

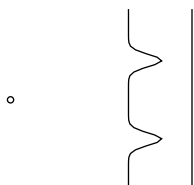
▷ Decoerenza e quanto d'azione sono la chiave per comprendere la teoria quantistica.

Infatti, questi due concetti permettono di chiarire molte altre questioni. Ora esploriamo alcune fra le più interessanti

* Questo implica che la cosiddetta interpretazione a 'molti mondi' è un pio desiderio. La conclusione è confermata quando si studiano i dettagli di questo religioso approccio . Si tratta di un sistema di credenze, non basato sui fatti.

Ref. 123

** Questo tipo molto forte di determinismo sarà molto contestato nell'ultima parte di questo testo, in cui verrà dimostrato che il tempo non è un concetto fondamentale, e quindi che la discussione intorno al determinismo perde gran parte del suo interesse.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Qual è la differenza tra lo spazio e il tempo?

Lo spazio ed il tempo differiscono. Gli oggetti sono localizzati nello spazio, ma non nel tempo. Perché è questo il caso? In natura, la maggior parte delle interazioni bagni–sistema sono mediate da un potenziale. Tutti i potenziali sono per definizione dipendenti dalla posizione. Pertanto, ogni potenziale, essendo una funzione della posizione $\boldsymbol{x}$, commuta con la posizione osservabile (e quindi con l'Hamiltoniana d'interazione). La decoerenza indotta dai bagni – tranne se è messa particolare attenzione – dunque innanzitutto distrugge gli elementi non diagonali per ogni sovrapposizione di stati centrata in luoghi diversi. In breve, *gli oggetti sono localizzati perché interagiscono con i bagni attraverso i potenziali.*

Per lo stesso motivo, gli oggetti hanno anche un solo orientamento spaziale alla volta. Se l'interazione sistema–bagno è spin-dipendente, il bagno porta a 'Localizzazione' nella variabile di spin. Questo si verifica per tutti i sistemi microscopici che interagiscono con i magneti. Come risultato, le sovrapposizioni macroscopiche di magnetizzazione non sono osservate quasi mai. Poiché elettroni, protoni e neutroni hanno un momento magnetico e uno spin, questa conclusione può anche essere estesa: gli oggetti di uso quotidiano non sono mai visti in sovrapposizioni di diversi stati di rotazione perché le loro interazioni con i bagni sono spin-dipendenti.

Come contro-esempio, la maggior parte dei sistemi non sono localizzati nel tempo, ma al contrario esistono per tempi molto lunghi, perché praticamente tutte le interazioni sistemi– bagno *non* commutano con il tempo. In realtà, questo è il modo per iniziare la definizione di un bagno. In breve, *gli oggetti sono permanenti perché interagiscono con i bagni.*

Siete in grado di trovare un'interazione che è dipendente dalla quantità di moto, invece che dalla posizione? Qual è la conseguenza per i sistemi macroscopici? Sfida 133 s

In altre parole, a differenza della relatività generale, la teoria quantistica produce una distinzione tra spazio e tempo. In realtà, siamo in grado di *definire* la posizione come l'osservabile che commuta con l'Hamiltoniana di interazione. Questa distinzione tra spazio e tempo è dovuta alle proprietà della materia e le sue interazioni. Non avremmo potuto dedurre questa distinzione nella relatività generale. .

Siamo buoni osservatori?

Gli esseri umani sono apparati classici? Sì, lo sono. Nonostante molti fisici importanti sostengano che il libero arbitrio e le probabilità sono correlati, un'indagine approfondita dimostra che questo non è il caso. Ref. 125 I nostri sensi sono macchine classiche perché obbediscono alla loro definizione: i sensi umani registrano le osservazioni dall'interazione con un bagno. Anche il nostro cervello è un apparato classico: i neuroni sono incorporati nei bagni. Le probabilità quantistiche *non* svolgono un ruolo determinante nel cervello.

Qualsiasi entità in osservazione, sia essa una macchina o un essere umano, ha bisogno di un bagno ed una memoria per registrare le sue osservazioni. Questo significa che gli osservatori devono essere fatti di materia; un osservatore non può essere fatto di radiazioni. La nostra descrizione della natura è quindi gravemente di parte: la descriviamo dal punto di vista della materia. Che è un po 'come descrivere le stelle mettendo la Terra al centro dell'universo : mettiamo sempre la materia al centro della nostra descrizione. Sfida 134 f Possiamo eliminare questo antropomorfismod di base? Lo scopriremo continuando. Vol. VI, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Cosa collega la teoria dell'informazione, la crittologia e la teoria quantistica?

Fisica significa parlare sulle osservazioni della natura. Come ogni osservazione, anche le misure producono informazioni. È quindi possibile tradurre molto (ma non tutto) della teoria quantistica nel linguaggio della teoria dell'informazione. In particolare, l'esistenza di un valore più piccolo di cambiamento in natura implica che le informazioni relative ad un sistema fisico non possono mai essere complete, che il trasporto di informazioni ha i suoi limiti e che le informazioni non potranno mai essere pienamente fidate. I dettagli di questi studi costituiscono un modo affascinante per guardare al mondo microscopico.

L'analogia tra la teoria quantistica e la teoria dell'informazione diventa ancora più interessante quando le dichiarazioni sono tradotte nella lingua della crittologia. Ref. 126 La crittologia è la scienza della trasmissione nascosta dei messaggi che solo il destinatario previsto può decodificare. Nei nostri tempi moderni di costante sorveglianza, la crittologia è uno strumento importante per la tutela della libertà personale.*

Il quanto d'azione implica che i messaggi possono essere inviati in un modo (quasi) sicuro. L'ascolto di un messaggio è un processo di misurazione. Poiché vi è una più piccola azione, si può rilevare se qualcuno ha cercato di ascoltare un messaggio inviato. Un uomo in pieno attacco – qualcuno che finge di essere il ricevitore e quindi invia una copia del messaggio al reale, inteso ricevente – può evitarlo utilizzando sistemi*correlati* come segnali per trasmettere informazioni. I crittologi quantistici quindi di solito usano sistemi di comunicazione basati su fotoni correlati.

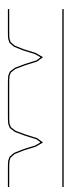
Il principale problema della *crittologia quantistica*, un grande campo di ricerca moderna, è il problema della distribuzione delle chiavi. La comunicazione sicura è basata su una chiave segreta che è utilizzata per decodificare il messaggio. Anche se il canale di comunicazione è di altissima sicurezza – come i fotoni correlati – si deve ancora trovare un modo per inviare al partner della comunicazione la chiave segreta necessaria per la decrittografia dei messaggi. Trovare tali metodi è l'aspetto principale della crittologia quantistica. Tuttavia, indagini più accurate mostrano che tutti i metodi di scambio delle chiavi sono limitati nella loro sicurezza.

In breve, a causa del quanto d'azione, la natura fornisce limiti alla possibilità di inviare messaggi cifrati. La dichiarazione di questi limiti è (quasi) equivalente alla dichiarazione che il cambiamento in natura è limitato dal quanto d'azione.

L'universo è un computer?

Il quanto d'azione prevede un limite per garantire lo scambio di informazioni. Questo collegamento ci permette di spazzare via diverse dichiarazioni errate spesso trovate nei media. Affermando che 'l'universo sia informazione' o che 'l'universo è un computer' è ragionevole come dire che l'universo è un'osservazione o un dispenser di chewing-gum. Vol. VI, pag. ?? Qualsiasi esperto di moto deve guardarsi da queste dichiarazioni ambigue; le persone che le usano o ingannano se stesse o cercano di ingannare gli altri.

* La crittologia consiste del campo della *crittografia*, l'arte di codificare i messaggi, e il campo della *crittoanalisi*, l'arte di decifrare i messaggi cifrati. Per una buona introduzione alla crittologia, consultare il testo Albrecht Beutelspacher, Jörg Schwenk & Klaus-Dieter Wolfenstätter, *Moderne Verfahren der Kryptographie*, Vieweg 1995.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

L'universo ha una funzione d'onda? E le condizioni iniziali?

La funzione d'onda dell'universo è spesso invocata nelle discussioni sulla teoria quantistica. Molti deducono conclusioni da questa idea, ad esempio sulla irreversibilità del tempo, sull'importanza delle condizioni iniziali, sulle modifiche necessarie alla teoria dei quanti e molto altro ancora. Sono corretti questi argomenti?

Vol. II, pag. ??

La prima cosa da chiarire è il significato di 'universo'. Come già spiegato, il termine può avere due significati: o la raccolta di tutta la materia e le radiazioni, o tale collezione *più* tutto lo spazio-tempo. Dobbiamo anche ricordare il significato di 'funzione d'onda': descrive lo *stato* di un sistema. Lo stato distingue due sistemi altrimenti identici; per esempio, la posizione e la velocità distinguono due palle d'avorio altrimenti identiche su un tavolo da biliardo. In alternativa ed equivalentemente, lo stato descrive i cambiamenti nel tempo.

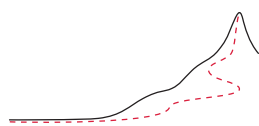
Vol. I, pag. ??

L'universo ha uno stato? Se prendiamo il significato più ampio dell'universo, non è così. Parlare sullo stato dell'universo è una contraddizione: per definizione, il concetto di stato, definito come gli aspetti non-permanenti di un oggetto, è applicabile solo a *parti* dell'universo.

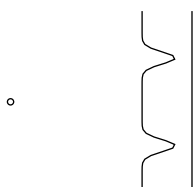
Possiamo poi prendere il senso più stretto di 'universo' – la somma di tutta la materia e radiazioni solamente – e porre di nuovo la questione. Per determinare lo stato di tutta la materia e le radiazioni, abbiamo bisogno di una possibilità di misurare: abbiamo bisogno di un ambiente. Ma l'ambiente di materia e radiazione è solamente lo spazio-tempo; le condizioni iniziali non possono essere determinate poiché abbiamo bisogno di misure per farlo, e quindi di un apparato. Un apparato è un sistema materiale con un bagno ad esso annesso; tuttavia, non esiste alcun sistema fuori dall'universo.

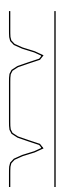
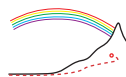
In breve, la teoria quantistica non consente misurazioni dell'universo; quindi l'universo non ha alcuno stato. Attenzione a quelli che sostengono di conoscere qualcosa circa la funzione d'onda dell'universo. Basta chiedergli di Wheeler: se si conosce la funzione d'onda dell'universo, perché non sei ricco?

Ref. 127

Nonostante questa conclusione, molti fisici famosi hanno proposto equazioni di evoluzione per la funzione d'onda dell'universo. (La più nota è, ironia della sorte, l' equazione Wheeler–DeWitt) Sembra una cosa sciocca, ma non una previsione di queste equazioni è stato paragonata ad un esperimento; gli argomenti appena dati lo rendono impossibile in linea di principio. Esplorare tali equazioni, così interessanti come possono sembrare a prima vista, deve essere evitato se si vuole raggiungere la cima del monte del moto ed evitare di perdersi in false credenze.

Ci sono molti colpi di scena supplementari per questa storia. Una distorsione è che lo stesso spazio-tempo, anche senza materia, potrebbe essere un bagno. Questa speculazione verrà mostrata essere corretta nell'ultimo volume di questa avventura. Il risultato sembra permettere di parlare della funzione d'onda dell'universo. Ma poi di nuovo, si scopre che il tempo è *indefinito* alle scale dove lo spazio-tempo è un bagno efficace; questo implica che lì il concetto di stato non è applicabile.

La mancanza di 'stato' per l'universo è una dichiarazione forte. Essa implica anche una mancanza di condizioni iniziali! Gli argomenti sono esattamente gli stessi. Questo è un risultato difficile. Siamo così abituati a pensare che l'universo abbia condizioni iniziali che non abbiamo mai interrogato il termine. (Anche in questo testo l'errore potrebbe apparire di tanto in tanto). Ma non ci sono condizioni iniziali per l'universo.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Siamo in grado in sintesi di ritenere, valido anche alla luce delle più recenti ricerche: l'universo non è un sistema, *non* ha funzione d'onda e *non* ha condizioni iniziali, indipendentemente da cosa si intende per 'universo'.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 8

COLORI E ALTRE INTERAZIONI TRA LUCE E MATERIA

> “Rem tene; verba sequentur.*”
>
> Cato

Le pietre e tutti gli altri oggetti hanno i colori. Perché? In altre parole, qual è il modo pecifico in cui le particelle quantistiche cariche che si trovano all'interno dei toni e dentro tutti gli altri oggetti interagiscono con i campi elettromagnetici? In questo capitolo, per prima cosa daremo una panoramica dei diversi modi in cui i colori in natura derivano dal quanto d'azione, vale a dire, dall'interazione tra quantoni di materia e fotoni. Poi esploriamo il più semplice sistema di questo tipo: si mostra come il quanto d'azione porti ai colori degli atomi di idrogeno. Dopo questo, scopriamo che l'interazione tra materia e radiazione porta ad altri effetti sorprendenti, soprattutto quando la relatività speciale viene presa in considerazione.

Le cause del colore

La teoria quantistica spiega tutti i colori in natura. Infatti, tutti i colori che osserviamo sono dovuti a particelle cariche. Più precisamente, i colori sono dovuti alle interazioni delle particelle cariche con i fotoni. Tutti i colori sono quindi effetti quantistici.

Le particelle cariche alla base della maggior parte dei colori sono elettroni e nuclei, compresi i loro composti, dagli ioni, atomi e molecole ai fluidi e solidi. Molti problemi di colore sono ancora oggetto di ricerca. Ad esempio, fino a poco tempo fa non era chiaro il motivo esatto perché l'asfalto fosse nero. L'esatta struttura dei composti chimici, gli *asfalteni*, che producono il colore marrone molto scuro era sconosciuta. Solo una recente ricerca ha risolto questa questione. Inoltre, lo sviluppo di nuovi coloranti ed effetti di colore è una parte importante dell'industria moderna.

Ref. 129

Una panoramica dei meccanismi specifici che generano il colore è dato nella tabella che segue. La tabella contiene tutti i colori che appaiono nella vita di tutti i giorni. (Riesci a trovarne uno che manca?)

Ref. 128
Sfida 135 s

TABLE 7 Le cause del colore (continuato).

Tipo colore	Esempio	Dettagli
Classe I: Colori dovuti a semplici eccitazioni		

* 'Conoscere il soggetto e le parole seguiranno'. Marco Porcio Catone, (234–149 BCE) o Catone il Vecchio, Romano politico famoso per i suoi discorsi e la sua integrità.

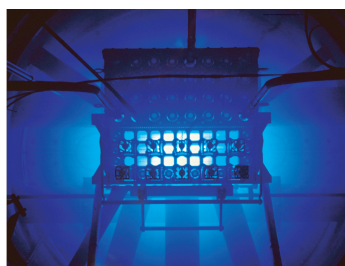
Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

1. Incandescenza e radiazione della carica libera

Carbon lampada ad arco, acciaio caldo, filo lampadina, molte stelle, magma, lava, i colori delle fusioni calde sono a dovute allo spettro continuo emesso da tutta la materia calda; la sequenza dei colori, data dalla regola di Wien, è nero, rosso, arancione, giallo, bianco, blu-bianco (piombo fuso e argento © Graela)

Wood fuoco, candela e legno e fiamme della cera sono di colore giallo a causa dell'incandescenza se ricca di carbonio e povera di ossigeno

Il bianco dei fuoco d'artificio, del flash della lampada, delle scintille

Dovuto a metalli che bruciano in ossido ad alte temperature, come magnesio, zinco, ferro, alluminio o zirconio (sparkler © Sarah Domingos)

Reattori nucleari, fonti di luce di sincrotrone, laser a elettroni liberi

Dovuti a cariche libere veloci: La radiazione Vavilov–Čerenkov è dovuta alla velocità di particelle maggiore della velocità della luce nella materia, Bremsstrahlung è dovuto alla decelerazione di particelle cariche (nocciolo del reattore nucleare sotto l'acqua, cortesia NASA)

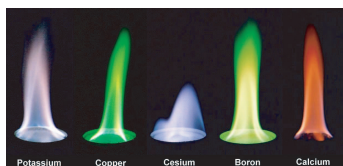
2. Eccitazioni di gas cstabhlineup atomici

Rosso lampada al neon, blu lampada argon, UV lampada al mercurio, giallo lampade al sodio, la maggior parte dei laser a gas, laser a vapore di metallo, qualche fluorescenza

colori dovuti alla transizioni tra livelli di energia atomica (scarichi di gas © Pslawinski)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Aurora, triboluminescenza in nastro adesivo, cristalloluminescenza nello stronzio bromato

In aria, i colori blu e rosso sono dovuti all'energia atomica e molecolare dei livelli di azoto, mentre verde, giallo, arancio sono dovuti all'ossigeno (aurora © Jan Curtis)

Fulmini, archi, scintille, fuochi d'artificio colorati, la maggior parte delle fiamme colorate, alcune elettroluminescenza e colori sono dovute ai livelli energetici degli atomi altamente eccitati (fiamme di K, Cu, Cs, B, Ca © Philip Evans)

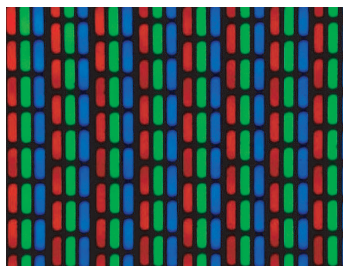
3. Vibrazioni e rotazioni di molecole

Il bluastro acqua, il ghiaccio quando è chiaro, il viola iodio, il rosso-marrone bromo, il giallo-verde cloro, le fiamme rosse dal CN o fiamme blu-verdi del CH, alcuni laser a gas, blu dell'ozono che portano a serate con cielo blu e grigio

Colori dovuti ai livelli quantizzati di rotazione e vibrazione delle molecole (blu iceberg © Marc Shandro)

Classe II: Colori dovuti agli effetti di campo dei leganti

4. Composti dei metalli di transizione

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Verde malachite $Cu_2CO_3(OH)_2$, blu ossido di cobalto, blu azzurrite $Cu_3(CO_3)_2(OH)_2$, rosso per l'ematite marrone Fe_2O_3, verde MnO, bianco $Mn(OH)_2$, manganite marrone, cromo verde Cr_2O_3, verde praesodymium, rosa europium e giallo composti samarium, UV piezocromici e termocromici $Cr_2O_3 - Al_2O_3$ e di fosfori elettronici, scintillazione, qualche fluorescenza, alcuni laser e colori sono dovuti a stati elettronici degli ioni; i fosfori sono utilizzati nei tubi catodici per TV/schermi del computer e nei tubi per lampade fluorescenti (malachite verde kasolite giallo, un minerale di uranio, figura larga 5 mm, che si trova in Kolwezi, Zaire/Congo, © Stephan Wolfsried, foto maschera forata televisione © Planemad)

5. Metallo di transizione impurità

Rubini, smeraldi, alessandrite, perovskiti, corrispondenti laser

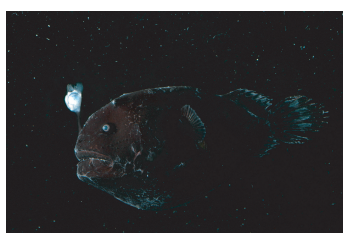
Gli stati elettronici di ioni di metalli di transizione sono eccitati dalla luce e quindi assorbono specifiche lunghezze d'onda (ruby on calcite from Mogok, Myanmar, picture width 3 cm, © Rob Lavinsky)

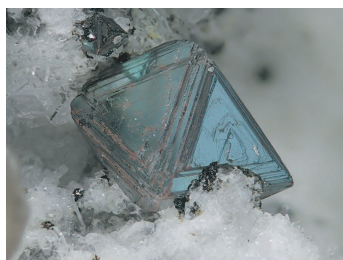
Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Classe III: Colori dovuti agli orbitali molecolari

6. Organic compounds

Emoglobina rossa nel sangue, sangue blu emocianina,verde clorofilla nelle piante, caroteni giallo o arancione nelle carote, fiori e foglie di colore giallo, rosso o viola antociani nelle bacche, fiori e foglie rosse in autunno, blu indaco, rosso licopene nei pomodori, carne rossa da mioglobina contenente ferro, glucosamina marrone in crosta di cibo cotto, tannini marrone, nero eumelanina nella pelle umana, nei capelli e negli occhi, variazione ricca di ferro feomelanina nei capelli rossi, melanina nera anche nelle mele tagliate e banane come nelle sacche mobili dei camaleonti, marrone-nero nell'asfalto, qualche fluorescenza, chemiluminescenza, la fosforescenza, allocromatismo, elettrocromismo e termocromismo, dye laser

Colori dovuti a legami π, cioè che alternano legami singoli e doppi nelle molecole; i pigmenti floreali sono quasi tutti antociani, betalaine o caroteni; utilizzati nei coloranti per alimenti e cosmetici, nei coloranti tessili, nel display elettrocromico, negli inchiostri per stampanti a colori, nei fotosensibilizzanti ((narcissus © Thomas Lüthi, blood on finger © Ian Humes, berries © Nathan Wall, hair courtesy dusdin)

lucciole, alcuni batteri e funghi, la maggior parte delle acque profonde, polpi, meduse e altri animali d'altura

bioluminescenza è dovuta alle molecole eccitate, in generale chiamate *luciferines* (coda di rospo, lunghezza 4,5 cm, © Steve Haddock)

7. Trasferimento inorganico di carica

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Blue zaffiro, lapislazzuli blu, amazonite verde, marrone-nero magnetite Fe_3O_4 e la maggior parte degli altri minerali di ferro (colorazione basalto nero, bottiglie di birra marrone, sabbia di quarzo giallo, e molte altre rocce nei toni del marrone o rosso), nero grafite,viola permanganato, arancione bicromato di potassio, molibdati gialli, rosso ematite Fe_2O_3, qualche fluorescenza

La luce induce cambiamento di posizione di un elettrone da un atomo all'altro; per esempio, nel blu zaffiro la transizione è compresa tra impurità Ti ed Fe ; molti pigmenti di vernice usano colori a trasferimento di carica; reagenti analitici fluorescenti sono utilizzati in medicina e biologia molecolare (magnetite trovata a Laach, Germania, larghezza immagine 10 mm, © Stephan Wolfsried, sand desert Evelien Willemsen)

Classe IV: Colori dovuti agli effeti cstabhlineup delle bande di energia

8. Bande metalliche

Oro (verde in trasmissione), pirite, ferro, ottone, leghe, argento, rame, vetro rubino

I colori nella riflessione e nella trasmissione sono dovuti alle transizioni di elettroni tra bande sovrapposte (saxophone © Selmer)

9. Semiconduttori puri bande

Silicio, GaAs, galena nera PbS, rosso cinabro HgS, cadmio giallo CdS, CdSe nero, rosso CdS_xSe_{1-x}, white ZnO, arancio vermiglio HgS, diamante incolore, nero ad oro SmS piezocromatico

I colori sono dovuti alle transizioni di elettroni tra bande separate; la serie dei colori è nero, rosso, arancio, giallo, bianco/incolore; alcuni utilizzati come pigmenti (zinc oxide courtesy Walkerma)

10. semiconduttore drogato bande

Diamante blu, giallo, verde e nero; LED; laser a semiconduttore; celle solari; ZnS e $Zn_xCd_{1-x}S$ basato e altri fosfori

I colori sono dovuti a transizioni tra bande di droganti e di semiconduttori (ad esempio diamante blu: accettori di boro, diamante nero: donatori di azoto) (Punti quantistici © Andrey Rogach)

11. Centri di colore

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Alcuni occhiali da sole luce-dipendente

	Ametista, quarzo fumé, fluorite, diamanti verdi, blu, giallo e marrone topazio, sale marrone, il colore viola di vetro irradiato contenente Mn^{2+}, + lyoluminescence, alcune fluorescenza, laser F-centro	I colori sono dovuti a centri di colore, cioè di elettroni o fori legati a lacune di cristallo; i centri di colore sono generalmente creati da radiazioni (amethyst © Rob Lavinsky)
Alcuni occhiali da sole luce-dipendente	La colorazione fotocromatica è dovuta ai centri di colore formati dalla luce UV del sole	

Class V: Colori dovuti all'ottica geometrica e fisica

12. Rifrazione dispersiva e polarizzazione

Taglio diamante, taglio zirconia, aloni e cani solari formati da cristalli di ghiaccio in aria	La decomposizione spettrale (scintilla o 'fuoco' di pietre preziose) è dovuta alla dispersione nei cristalli (zirconia photo © Gregory Phillips)
Arcobaleno	I colori di arco primari e secondari prua sono dovuti alla dispersione nelle gocce d'acqua
Flash verde	la dispersione nell'atmosfera sposta i colori del sole

13. Dispersione

Cielo blu, colorazione blu delle montagne lontane, rosso tramonto; intensificazione colore per inquinamento; blu quarzo	La luce blu è sparsa più della luce rossa per la dispersione di Rayleigh, quando i dispersori (molecole, polvere) sono più piccoli della lunghezza d'onda della luce (Tokyo tramonto © Altus Plunkett, blue quartz © David Lynch)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

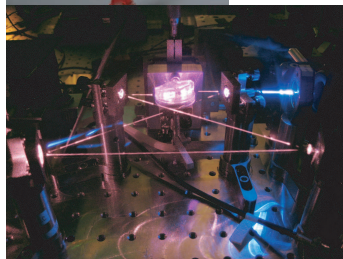
Colore bianco dei capelli, latte, schiuma di birra, nuvole, nebbia, fumo di sigaretta che esce dai polmoni, neve, panna montata, shampoo, stelle nelle pietre preziose

Il colore bianco è dovuto alla dispersione di Mie indipendente dalla lunghezza d'onda, vale a dire dispersione a particelle più grandi della lunghezza d'onda della luce (pupazzo di neve © Andreas Kostner)

Colore blue della pelle umana in tempo di freddo, blu e occhi verdi negli esseri umani, pelle blu della scimmia, collo di tacchino blu, la maggior parte del pesce azzurro, rettili blu, fumo di sigaretta blu

I colori blu Tyndall sono dovuti alla dispersione su piccole particelle di fronte a uno sfondo scuro (rana velenosa blu *Dendrobates azureus* © Lee Hancock)

Vetro rubino

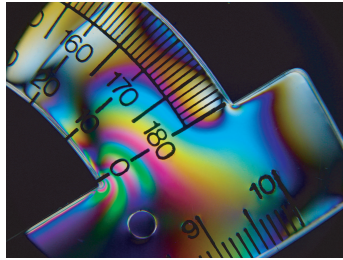
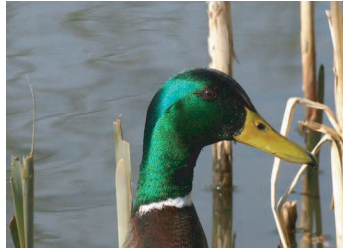
Il colore rosso del vetro di Murano è dovuto alla dispersione di minuscole particelle di oro colloidale incluse nel vetro in combinazione con la struttura a nastro metallico dell'oro (vetro rubino © murano-glass-shop.it)

Non linearità, effetto Raman, potassio fosfato monobasico (KDP)

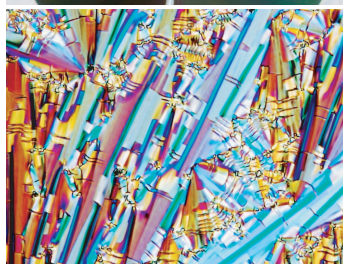
Dispersione della frequenza di scorrimento, generazione seconda armonica e altre non linearità di alcuni materiali cambiano il colore della luce interferendo con laser a doppio anello ad elevata intensità di frequenza (800 nm to 400 nm © Jeff Sherman)

14. Interferenza (eenza diffrazione)

Madreperla, film di olio, bolle di sapone, rivestimenti su lenti della fotocamera, gli occhi dei gatti nel buio, ali di mosche e libellule, scaglie di pesce, alcuni serpenti, perle, colori nella tempera dell'acciaio

L'interferenza in pellicole sottili produce una sequenza di colori standard che permette una precisa determinazione dello spessore (abalone shell © Anne Elliot)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

	La polarizzazione dei colori di sottili strati di cristalli birifrangenti o colori di spessi strati di polimeri tesi	I colori sono dovuti all'interferenza, come mostrato dalla dipendenza dallo spessore (fotoelasticità cortesia Nevit Dilmen)
	Arcobaleni multipli (vedi su page ?? volume III)	Dovuti ad interferenza, come mostrato dalla dipendenza dalla dimensione della goccia
	Coleotteri iridescenti, farfalle e piume di uccelli, colori iridescenti sulle banconote e sulle automobili	Dovuti alla dispersione a strutture o alle nanoparticelle, come mostrato dalla dipendenza angolare del colore (anatra selvatica © Simon Griffith)

15. Diffrazione (con interferenze)

	Opale	I colori sono dovuti alle minuscole sfere incluse nell'acqua all'interno dell'opale; i colori possono cambiare se si asciuga l'opale esternamente (opale lucido Brasiliano© Opalsnopals)
	Aureole, gloria, corona	I colori sono dovuti a diffrazione alle minuscole goccioline di nebbia (nuvola iridescente di condensa di aereo © Franz Kerschbaum)
	Diffrazione grigliati, CD, dischi in vinile, alcuni coleotteri e serpenti	I colori sono dovuti a diffrazione e interferenza a piccoli, pozzi regolari (CD illuminati dalla lampada flash © Alfons Reichert)
	Cristalli fotonici	Un tema di ricerca moderna
	Cristalli liquidi colesterico, alcuni coleotteri	I colori sono dovuti a diffrazione ed interferenza in strati di materiale interni (colori a cristalli liquidi © Ingo Dierking)

Class VI: Colours a causa delle limitazioni degli occhi

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Fechner colori, come in lite.bu.edu/vision/applets/Color/Benham/Benham.html	Benham's wheel o superiore	I colori sono dovuti a differenti velocità nella risposta di fotorecettori differenti
Produzione interna di colori quando gli occhi sono stimolati	Fosfeni	Si verificano attraverso la pressione (sfregamento, starnuto), o con campi elettrici o magnetici
Colori di polarizzazione	spazzola di Haidinger	See page **??** nel volume III
Le illusioni dei colori, come su www.psy.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/color9e.html	Apparizione e sparizione di colori	Gli effetti sono dovuti alle combinazioni di limitazioni dei processi del cervello e degli occhi
Falso risultato di colore dell'occhio, come descritto page **??** volume III	La luce rossa può essere vista come verde	Osservabile con ottica adattiva, se la luce rossa si concentra su un cono verde sensibile
Cieco al colore o persona 'daltonica', vedere page **??** nel volume III, con una ridotta gamma dello spettro di colori	Protan, deutan o Tritan	Ciascun tipo limita la percezione del colore in modo diverso

I colori affascinano. Il fascino significa sempre anche affari; infatti, una grande parte dell'industria chimica è dedicata alla sintesi di coloranti per vernici, inchiostri, vestiti, cibo e cosmetici. Anche l'evoluzione utilizza il fascino dei colori per il proprio business, vale a dire la propagazione della vita. Gli specialisti in questo settore sono le piante floreali. La chimica della produzione di colore nelle piante è estremamente coinvolta e almeno tanto interessante come la produzione di colori nelle fabbriche. Praticamente tutti i coloranti dei fiori, da bianco, giallo, arancio, rosso al blu, sono di tre classi chimiche: i *carotenoidi*, gli *antociani* (flavonoidi) e le *betalaine*. Questi coloranti sono memorizzati nei petali all'interno di contenitori dedicati, i *vacuoli*. Ci sono molti buoni articoli di revisione che forniscono i dettagli. Ref. 130 Anche se i colori sono comuni nelle piante e negli animali, la maggior parte degli animali superiori non producono molti coloranti da loro stessi. Ad esempio, gli esseri umani producono un solo colorante: *melanina* . L'(*emoglobina*, che colora il sangue di rosso, non è un colorante dedicato, ma trasporta l'ossigeno dai polmoni attraverso il corpo. Anche il rosa *mioglobina* nei muscoli non è un colorante dedicato.) Molti animali superiori, come gli uccelli, hanno bisogno di *mangiare* i coloranti che sono così caratteristici per il loro aspetto. Il giallo colore delle zampe dei piccioni è un esempio. E 'stato dimostrato che il collegamento tra il colore e la nutrizione è regolarmente utilizzata dai potenziali compagni a giudicare dai colori del corpo se un partner che si dichiara è sufficientemente sano, e quindi sufficientemente interessante. Ref. 131

Soprattutto, la tabella precedente distingue sei classi tra le cause dei colori. Come accennato, fu lo studio della prima classe, i colori ad incandescenza, che portarono Max Planck a scoprire il quanto d'azione. Nel frattempo, la ricerca ha confermato che in ogni classe, i colori sono dovuti al quanto d'azione $\hbar$. La relazione tra il quanto d'azione e le proprietà dei materiali di atomi, molecole, liquidi e solidi sono così ben noti che i

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

coloranti adesso possono essere progettati nel computer.

In sintesi, una esplorazione delle cause dei colori trovati in natura conferma che tutti i colori sono dovuti a effetti quantistici. Mostriamo questo esplorando il semplice esempio: i colori delle eccitazioni dei gas atomici.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

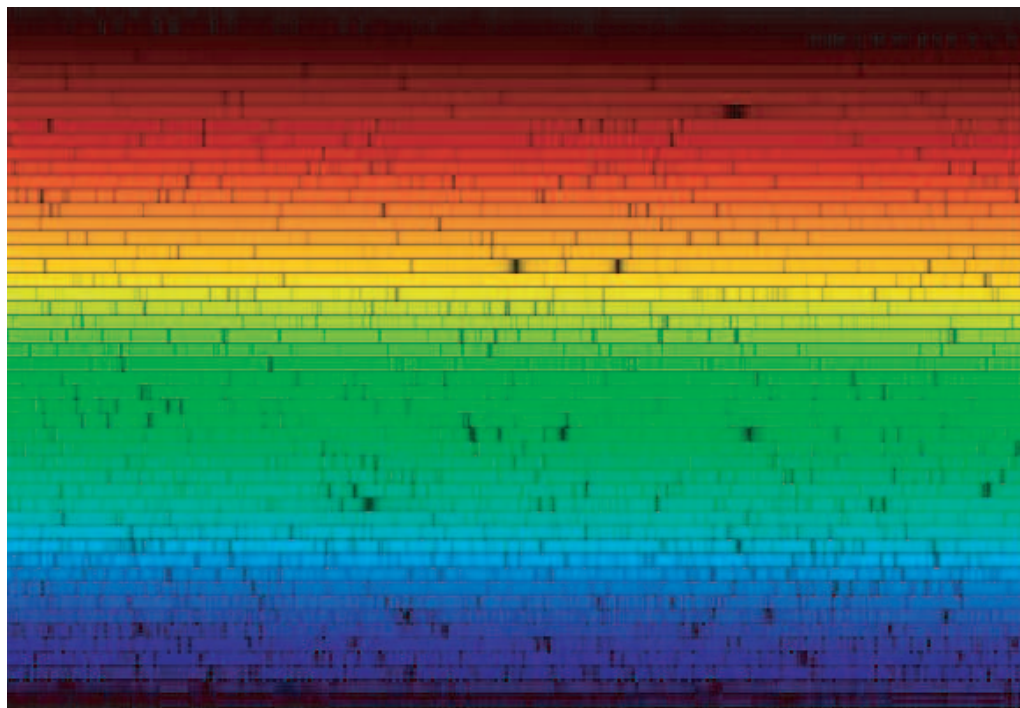



FIGURE 77 Lo spettro della luce diurna: una immagine *impilata* di un arcobaleno esteso, che mostra le sue linee di Fraunhofer (© Nigel Sharp, NOAO, FTS, NSO, KPNO, AURA, NSF).

Usare l'arcobaleno per determinare di cosa sono fatte le stelle

Verso l'inizio del XVIII secolo, il costruttore di strumenti -bavarese Joseph Fraunhofer* e il fisico inglese William Wollastonnotarono che l'arcobaleno *manca* di alcuni colori. in-dexrainbows and the elements in the Sun Questi colori appaiono come linee nere quando l'arcobaleno è sparso sufficiente in ampiezza. Figure 77 mostra le linee in dettaglio; oggi esse sono chiamate *righe di Fraunhofer*. Nel 1860, Gustav Kirchhoff e Robert Bunsen hanno dimostrato che i colori *mancanti* nell'arcobaleno erano esattamente quei colori che alcuni elementi *emettono* quando riscaldati. In questo modo sono riusciti a dimostrare che il sodio, calcio, bario, nichel, magnesio, zinco, rame e ferro sono presenti nel Sole Guardare l'arcobaleno così ci dice di ciò che è fatto il Sole.

* Joseph Fraunhofer (b. 1787 Straubing, d. 1826 Monaco di Baviera), essendo rimasto orfano all'età di 11 anni, imparò la lucidatura delle lenti. Autodidatta di ottica dai libri. Entrò in una società di ottica, all'età di 19 anni, si assicurò il successo nel business producendo le migliori lenti disponibili, telescopi, micrometri, grigliati ottici e sistemi ottici del suo tempo. Inventò lo spettroscopio e l'eliometro. Scoprì e contò 476 linee nello spettro del Sole; queste linee portano ora il suo nome. (Oggi, le righe di Fraunhofer sono ancora utilizzate come misura standard: il secondo e il metro sono definiti in termini di esse) I fisici provenienti da tutto il mondo avrebbero voluto acquistare le loro attrezzature da lui, fargli visita, e chiedergli copie delle sue pubblicazioni. Anche dopo la sua morte, i suoi strumenti rimasero insuperati per generazioni. Con i suoi telescopi, nel 1837 Bessel fu in grado di fare la prima misura di parallasse di una stella, e nel 1846 Johann Gottfried Galle scoprì Nettuno. Fraunhofer divenne professore nel 1819. Morì giovane, per le conseguenze degli anni impiegnati a lavorare con il piombo e la polvere di vetro.

Vol. II, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

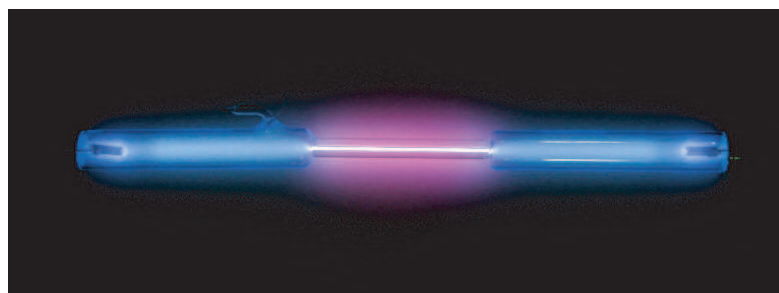



FIGURE 78 Una scarica di idrogeno a bassa pressione in un tubo di vetro lungo 20 cm (© Jürgen Bauer at www.smart-elements.com).

Delle 476 linee di Fraunhofer che Kirchhoff e Bunsen osservarono, 13 non corrispondono a qualsiasi elemento noto. Nel 1868, Jules Janssen e Joseph Lockyer predissero in modo indipendente che queste linee sconosciute erano di un elemento sconosciuto. L'elemento fu finalmente trovato sulla Terra, in un minerale di uranio chiamato cleveite, nel 1895. Il nuovo elemento è stato chiamato *elio*, dalla parola Greca ἥλιος 'Helios '- Sole indexhelium, discovery of

Nel 1925, con una equazione sviluppata da Saha e Langmuir, il giovane fisico Cecilia Payne (b. 1900 Wendover, Inghilterra, d. 1979 Cambridge, Massachusetts) insegnò al mondo come dedurre la percentuale di massa di ogni elemento dallo spettro di luce di una stella. Lei lo fece nella brillante tesi di dottorato. Soprattutto, trovò che l'idrogeno e l'elio erano i due più abbondanti elementi nel sole, nelle stelle, e quindi in tutto l'universo. Ciò andò completamente contro le idee del tempo, ma è ormai conoscenza comune. Payne aveva completato lo studio della fisica a Cambridge, Regno Unito, ma non aveva ricevuto una laurea lì perché era una donna. Così partì per gli Stati Uniti, dove la situazione era un po' migliore, e dove lavorò sulla sua tesi di dottorato; infine, divenne professore alla Harvard University, e più tardi capo del suo dipartimento di astronomia. Soprattutto, Payne diventò un importante modello di ruolo per molti scienziati di sesso femminile.

Pur essendo il secondo elemento più comune nell'universo, l'elio è raro sulla Terra perché è un gas nobile che non forma composti chimici. Gli atomi di elio sulla Terra pertanto salgono nell'atmosfera e infine fuggono nello spazio.

Comprendere le linee di colore prodotte da ogni elemento aveva iniziato a diventare interessante già prima della scoperta dell'elio; ma in seguito l'interesse aumentò ulteriormente, grazie al numero crescente di applicazioni di conoscenza del colore in chimica, fisica, tecnologia, cristallografia, biologia e laser. I colori sono un grande business, come l'industria della moda, dei media e lo show business della pubblicità.

Vol. III, pag. ??

In sintesi, i colori sono miscele specifiche di frequenze di luce. La luce è un'onda elettromagnetica ed è emessa da cariche in movimento. Per un fisico, i colori risultano quindi dall'interazione di materia carica con il campo elettromagnetico. Ora, le *nitide* linee di colore non possono essere spiegate con l'elettrodinamica classica. Infatti, solo la teoria quantistica può spiegarle.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Che cosa determina i colori degli atomi?

I più semplici colori da studiare sono le linee di colore nitide emesse o assorbite da singoli atomi. Singoli atomi si trovano principalmente nei gas. L'atomo più semplice da studiare è quello dell'idrogeno. Il gas idrogeno caldo, mostrato in Figure 78, emette luce costituita da una manciata di linee spettrali nette, come mostrato a sinistra Figure 79. Già nel 1885, il maestro Svizzero Johann Balmer (1828–1898) aveva scoperto che le lunghezze d'onda delle righe dell'idrogeno visibili obbediscono alla formula:

$$\frac{1}{\lambda_m} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right) \quad \text{for} \quad m = 3, 4, 5, \ldots \,. \tag{90}$$

Misurazioni accurate, che comprendevano le linee spettrali dell'idrogeno negli infrarossi e nell'ultravioletto, permisero Johannes Rydberg (1854–1919) di generalizzare questa formula a:

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \,, \tag{91}$$

dove n e $m > n$ sono numeri interi positivi, e la cosiddetta *costante di Rydberg* R ha il valore $10{,}97\,\mu\text{m}^{-1}$; più facile da ricordare, il valore inverso è di $1/R = 91{,}16\,\text{nm}$. Tutte le linee di colore emesse dall'idrogeno soddisfano questa semplice formula. La fisica classica non può spiegare questo risultato a tutti. Quindi, la teoria quantistica ha una sfida ben definita qui: spiegare la formula e il valore di R.

Per inciso, la transizione λ_{21} per l'idrogeno si chiama *linea Lyman-alpha*. La sua lunghezza d'onda, 121,6 nm, si trova nell'ultravioletto. È facilmente osservata con i telescopi, poiché la maggior parte della stelle visibili consistono di idrogeno eccitato. La linea Lyman-alpha è di routine utilizzata per determinare la velocità delle stelle o galassie lontane, poiché l'*effetto Doppler* cambia la lunghezza d'onda quando la velocità è grande. Ref. 132 Il record nel 2004 è stato una galassia con una linea Lyman-alpha spostata a 1337 nm. Sfida 136 s Potete calcolare la velocità con cui si muove da lontano da la Terra?

Fin dall'inizio, era chiaro che i colori di idrogeno sono dovuti al moto del suo elettrone. (Perché?) Sfida 137 f Il primo modo per dedurre la formula di Balmer dal quanto d'azione è stato trovato da Niels Bohr in 1903. Bohr capì che in contrasto con i pianeti che circondano il Sole, l'elettrone che si muove attorno al protone ha solo un numero discreto di possibili stati di moto: il momento angolare dell'elettrone è quantizzato. Page 81 Supporre che il momento angolare dell'elettrone sia un multiplo intero di $\hbar$ produce la formula di Balmer e spiega il valore numerico della costante di Rydberg R. Sfida 138 f questo calcolo è così famoso che si trova in molti libri di scuola secondaria. Il risultato rafforzò anche la decisione di Bohr di dedicare la sua vita alla esplorazione della struttura dell'atomo.

Venti anni più tardi, nel 1926, Erwin Schrödinger risolse la sua equazione del moto per un elettrone in moto nel potenziale elettrostatico $V(r) = e^2/4\pi\varepsilon_0 r$ di un protone puntiforme. In questo modo, Schrödinger riprodusse il risultato di Bohr, dedusse la formula di Balmer e divenne famoso nel mondo della fisica. Tuttavia, questo importante calcolo è lungo e complesso.

Per comprendere i colori dell'idrogeno, non è necessario risolvere un'equazione del moto per l'elettrone; è sufficiente confrontare le energie degli stati iniziale e finale

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

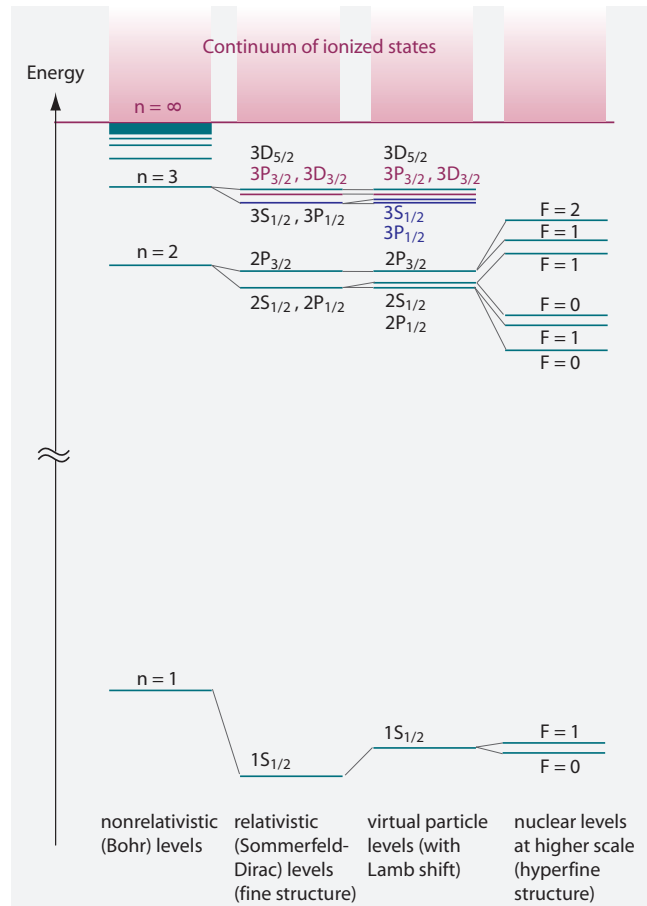
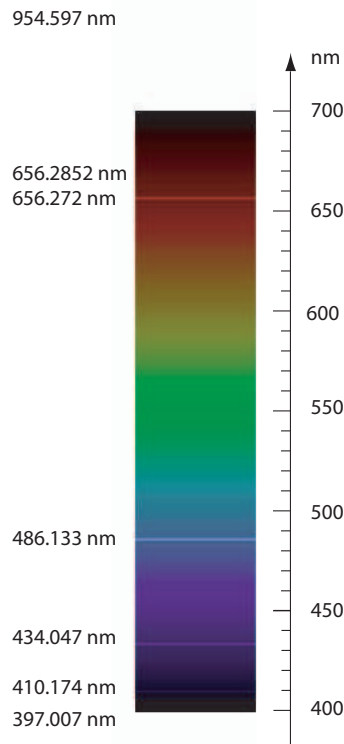



FIGURE 79 Idrogeno atomico: lo spettro visibile dell'idrogeno (NASA) e suoi livelli di energia calcolati, in quattro approssimazioni di precisione crescente. Potete associare le linee visibili alle corrette transizioni di livello?

dell'elettrone. Questo può essere fatto più facilmente notando che una forma specifica di azione deve essere un multiplo di $\hbar/2$. Questo approccio, una generalizzazione della spiegazione di Bohr, è stato sviluppato da Einstein, Brillouin e Keller, e è ora chiamato dopo di loro. Essa si basa sul fatto che l'azione di S di un sistema quantistico obbedisce

Ref. 133

$$S = \frac{1}{2\pi} \oint \mathrm{d}q_i p_i = \left(n_i + \frac{\mu_i}{4}\right)\hbar \qquad (92)$$

per ogni coordinata q_i e il suo coniugato quantità di moto p_i. L'espressione riflette la somiglianza tra momento angolare ed azione. Qui, n_i può essere zero o un numero intero positivo, e mu_i è il cosiddetto *indice di Maslov*, un numero intero pari, che nel caso di atomi ha il valore 2 per le coordinate radiale e azimutale r e θ, e 0 per l'angolo di rotazione φ. L'integrale deve essere preso lungo un'orbita completa. In parole semplici, *l'azione S è un multiplo semi-intero del quanto d'azione.* Questo risultato può essere utilizzato per calcolare i livelli di energia dei sistemi quantistici periodici, come gli atomi di idrogeno.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ogni moto di rotazione in un potenziale sferico $V(r)$ è caratterizzato da una costante di energia E e momenti angolari costanti L e L_z. Pertanto la quantità di moto coniugata per le coordinate r, θ e φ sono

Sfida 139 na

$$p_r = \sqrt{2m(E - V(r)) - \frac{L^2}{r^2}}$$
$$p_\theta = \sqrt{L^2 - \frac{L_z^2}{\sin^2\theta}}$$
$$p_\varphi = L_z\,. \tag{93}$$

Usando queste espressioni nell'equazione (92) e impostando $n = n_r + n_\theta + n_\varphi + 1$, otteniamo*il risultato

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2} = -\frac{Rhc}{n^2} = -\frac{c^2 m\alpha^2}{2n^2} \approx -\frac{2{,}19\,\mathrm{aJ}}{n^2} \approx -\frac{13{,}6\,\mathrm{eV}}{n^2}\,. \tag{96}$$

Questi *livelli di energia* E_n, i livelli di Bohr non relativistici, vengono mostrati in Figure 79. Utilizzando l'idea che un atomo di idrogeno emette un singolo fotone quando il suo elettrone cambia di stato E_n to E_m, otteniamo esattamente la formula dedotta da Balmer e Rydberg dalle osservazioni! La corrispondenza tra l'osservazione e il calcolo è di circa quattro cifre. Per (quasi) la prima volta in assoluto, una proprietà del materiale, il colore degli atomi di idrogeno, è stato spiegato da un principio fondamentale della natura. Chiave di questa spiegazione è stato il quanto d'azione $\hbar$. (Questa intera discussione presume che gli elettroni negli atomi di idrogeno che emettono luce siano in autostati. Potete discutere perché questo è il caso?)

Sfida 141 f

Sfida 142 s

In breve, il quanto d'azione implica che all'interno di un atomo siano consentiti solo certi specifici valori di energia per un elettrone . Il livello di energia più basso, per $n = 1$, si chiama *stato fondamentale*. Il suo valore energetico 2,19 aJ è l'*energia di ionizzazione* dell'idrogeno; se tale energia viene aggiunta allo stato fondamentale, l'elettrone non è più legato al nucleo. L'energia di ionizzazione svolge quindi lo stesso ruolo per gli elettroni intorno agli atomi come la *velocità di fuga*, o meglio, l'*energia* di fuga, per i satelliti o i razzi sparati dai pianeti.

Nello stesso modo in cui il quanto d'azione determina i colori dell'atomo di idrogeno, determina i colori di tutti gli altri atomi. Tutte le linee Fraunhofer, se osservate negli infrarossi, visibile e ultravioletto sono dovuti al quanto d'azione. Infatti, ogni colore in

* Il calcolo è semplice. Dopo l'inserimento di $V(r) = e/4\pi\varepsilon_0 r$ nell'equazione (93) uno deve eseguire la (difficile) integrazione. Utilizzando il risultato generale

Sfida 140 na

$$\frac{1}{2\pi}\oint \frac{\mathrm{d}z}{z}\sqrt{Az^2 + 2Bz - C} = -\sqrt{C} + \frac{B}{\sqrt{-A}} \tag{94}$$

si ha

$$\left(n_r + \frac{1}{2}\right)\hbar + L = n\hbar = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{-2E}}\,. \tag{95}$$

Questo porta alla formula dell'energia (96).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

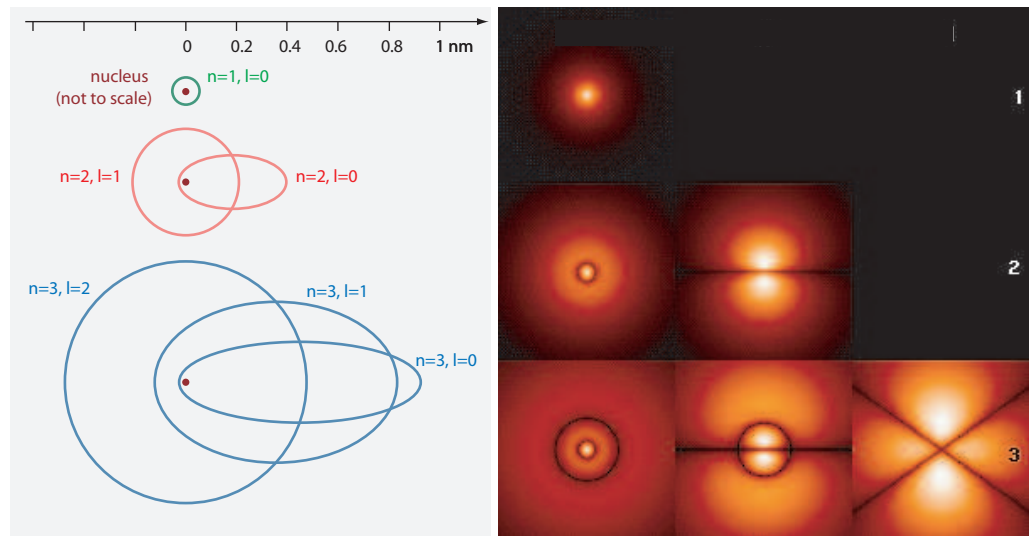



FIGURE 80 L'immaginata, ma non esistente e perciò falsa orbita degli elettroni del modello Bohr–Sommerfeld dell'atomo di idrogeno (a sinistra) e la descrizione corretta, utilizzando la densità di probabilità degli elettroni nei diversi stati (destra) (© Wikimedia).

natura è dovuto ad una sovrapposizione delle linee di colore, in modo che tutti i colori, quelli dei solidi e liquidi, sono determinati dal quanto d'azione.

Le dimensioni degli atomi

Il calcolo appena eseguito produce anche l'effettivo raggio dell'orbita dell'elettrone nell'idrogeno. È dato da

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} = \frac{\hbar}{m_e c\alpha} = n^2 a_0 \approx n^2\, 52{,}918\,937\,\text{pm}\ , \text{with } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (97)$$

Ancora una volta vediamo che, al contrario della fisica classica, la teoria quantistica permette solo alcune orbite particolari intorno al nucleo. (Per maggiori dettagli sul fine-structure constant α, vedi sotto.) Il più piccolo valore, 53 pm per $n = 1$, si chiama *raggio di Bohr*, ed è indicato da a_0. Per essere più precisi, questi raggi sono le dimensioni medie delle nuvole di elettroni che circondano il nucleo.

Page 193, page 202

In un gas di atomi di idrogeno, la maggior parte degli atomi sono nello stato fondamentale descritto da $r_1 = a_0$ and E_1. D'altronde, La teoria quantistica implica che un atomo di idrogeno eccitato al livello $n = 500$ è circa 12 μm in dimensione: più grande di molti batteri! Tali atomi soffiati, di solito chiamati *atomi di Rydberg*, sono infatti stati osservati in laboratorio, anche se sono estremamente sensibili alle perturbazioni.

Ref. 134

In breve, il quanto d'azione determina la dimensione degli atomi. Il risultato così conferma la previsione di Arthur Erich Haas dal 1910.

Page 21

Nel 1915, Arnold Sommerfeld capì che l'analogia di moto degli elettroni col moto orbitale può essere proseguita in due modi. Prima di tutto, gli elettroni possono muoversi, in media, su ellissi invece di cerchi. La quantizzazione del momento angolare implica

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

quindi che solo selezionate eccentricità siano possibili. Più alto è il momento angolare, maggiore è il numero di possibilità: le prime sono mostrate in Figure 80. L'eccentricità massima corrisponde al valore minimo $l = 0$ del cosiddetto numero quantico azimutale, considerando che il caso $l = n - 1$ corrisponde a orbite circolari. Inoltre, le ellissi possono avere diversi orientamenti nello spazio.

Ref. 136

Il secondo punto che Sommerfeld notò era che le velocità dell'elettrone nell'idrogeno sono leggermente relativistiche: i valori di velocità non sono trascurabili rispetto alla velocità della luce. Infatti, la frequenza orbitale degli elettroni nell'idrogeno è

$$f_n = \frac{1}{n^3}\frac{e^4 m_e}{4\varepsilon_0^2 h^3} = \frac{1}{n^3}\frac{m_e c^2 \alpha^2}{h} \approx \frac{6{,}7\ \text{PHz}}{n^3} \qquad (98)$$

e la velocità dell'elettrone è

$$v_n = \frac{1}{n}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar} = \frac{\alpha c}{n} \approx \frac{2{,}2\ \text{Mm/s}}{n} \approx \frac{0{,}007\ c}{n}\ . \qquad (99)$$

Come previsto, più lontana è l'orbita dell'elettrone dal nucleo, più lentamente si muove. Questo risultato può anche essere controllato dagli esperimenti: scambiando l'elettrone per un muone permette di misurare il tempo di dilatazione della sua vita. Le misure sono in ottimo accordo con i calcoli.

Ref. 135

In breve, Sommerfeld osservò che il calcolo di Bohr non ha preso in considerazione gli effetti relativistici. E infatti, misure di alta precisione mostrano lievi differenze tra i livelli di energia non relativistici di Bohr e quelli misurati. Il calcolo deve essere migliorato.

La forma degli atomi

Gli atomi liberi sono sferici. Gli atomi in campi esterni sono deformati. Qualunque sia la situazione, la forma degli atomi è dovuta alla forma della funzione d'onda. Il caso più semplice è l'atomo di idrogeno. Le sue funzioni d'onda - più precisamente, le autofunzioni per i primi pochi livelli di energia - sono illustrate sul lato destro della Figure 80. Queste funzioni sono state calcolate da Erwin Schrödinger già nel 1926 e si trovano in tutti i libri di testo. Noi non eseguiremo il calcolo qui, e mostriamo solo i risultati.

Il quadrato della funzione d'onda è la densità di probabilità dell'elettrone. Questa densità decresce rapidamente con l'aumentare della distanza dal nucleo. Come per una vera nuvola, la densità non è mai zero, anche a grandi distanze. Si potrebbe quindi sostenere che tutti gli atomi hanno dimensioni infinite; in pratica, tuttavia, i legami chimici o la disposizione degli atomi nei solidi mostrano che è molto più opportuno immaginare gli atomi come nuvole di dimensioni finite.

Sorprendentemente, la prima misurazione della funzione d'onda di un atomo risale solo all'anno 2013; è stato eseguita con una tecnica di fotoionizzazione intelligente da Aneta Stodolna e il suo team. Il magnifico risultato sperimentale è mostrato in Figure 81. I dati confermano che le funzioni d'onda, a differenza della densità di probabilità, hanno nodi, vale a dire linee – o meglio, superfici – in cui il loro valore è zero.

?

In sintesi, tutti gli esperimenti confermano che l'elettrone nell'atomo di idrogeno forma funzioni d'onda esattamente nel modo che è previsto dalla teoria quantistica. In par-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

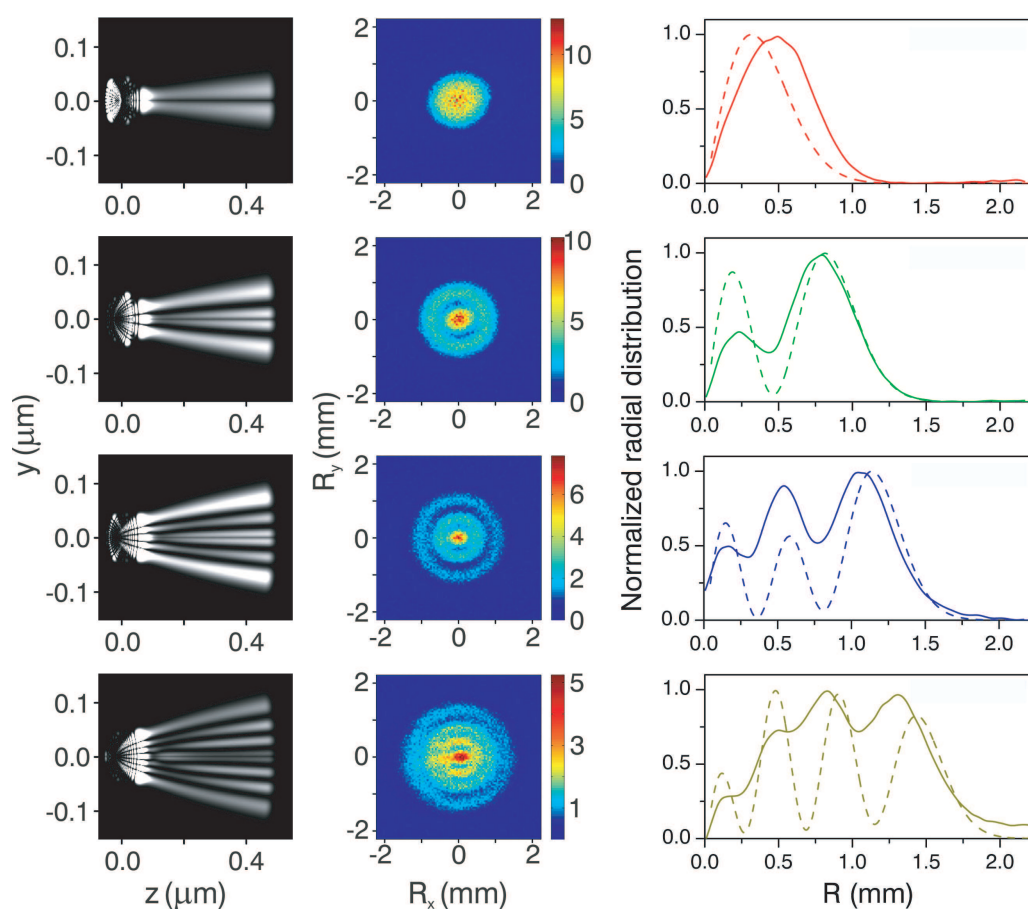



FIGURE 81 La figura mostra il calcolo e la struttura nodale misurata dell'atomo di idrogeno in un campo elettrico esterno debole, amplificato da una lente elettrostatica. I modelli sono ombre di interferenza bidimensionali delle funzioni d'onda. Colonna sinistra: come la funzione d'onda viene proiettata dagli atomi sullo schermo macroscopico; colonna centrale: la struttura nodale misurata; colonna di destra: confronto della densità di elettroni misurata (solido) e calcolati (tratteggiate). (© Aneta Stodolna/APS, da Ref. 137).

ticolare, anche la forma degli atomi si è trovata in accordo con il calcolo dalla meccanica quantistica.

Idrogeno relativistico

E' possibile misurare i livelli di energia atomica con una precisione molto maggiore della misura delle funzioni d'onda. In particolare, solo misure del livello di energia permettono di osservare gli effetti relativistici.

Anche nel caso relativistico, the EBK l'azione deve essere un multiplo di $\hbar/2$. Dall'espressione relativistica per l'energia cinetica dell'elettrone in un atomo di idrogeno

Ref. 133

$$E + c^2 m = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{100}$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Sfida 143 f we get the expression

$$p_r^2 = 2mE\left(1+\frac{E}{2c^2m}\right)+\frac{2me^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1+\frac{E}{c^2m}\right) . \qquad (101)$$

Introduciamo ora, per convenienza, la cosiddetta *costante di struttura fine*, come $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c) = \sqrt{4\pi\hbar R/mc} \approx 1/137{,}036$. ($\alpha$ è una costante adimensionale; $R = 10{,}97\,\mu m^{-1}$ è la costante di Rydberg). L'azione radiale EBK allora implica che Sfida 144 f

$$E_{nl} + c^2m = \frac{c^2m}{\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{\left(n-l-\frac{1}{2}+\sqrt{(l+\frac{1}{2})^2-\alpha^2}\right)^2}}} . \qquad (102)$$

Questo risultato, trovato per primo da Arnold Sommerfeld nel 1915, è corretto per elettroni puntiformi, cioè non rotanti. In realtà, l'elettrone ha spin 1/2; i livelli corretti di energia relativistica appaiono così quando abbiamo impostato $l = j \pm 1/2$ nella formula di cui sopra. Il risultato può essere approssimato da

$$E_{nj} = -\frac{R}{n^2}\left(1+\frac{\alpha^2}{n^2}\left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)+...\right) . \qquad (103)$$

Si riproduce lo spettro dell'idrogeno con una precisione estremamente elevata. Se si confronta il risultato con quello non relativistico, si nota che ciascun livello non relativistico n è suddiviso in n diversi livelli. Questa scissione è illustrata in Figure 79. Page 189 Negli esperimenti di precisione, la suddivisione delle righe dello spettro dell'idrogeno è visibile come la cosiddetta *struttura fine*. L'entità della struttura fine dipende da α, una costante fondamentale della natura. Da quando Arnold Sommerfeld scoprì l'importanza di questa fondamentale costante in questo contesto, il nome che scelse, la *costante di struttura fine*, è stato preso in consegna in tutto il mondo. La costante di struttura fine descrive la *forza* della interazione elettromagnetica; Page 202 la costante di struttura fine è la costante di accoppiamento elettromagnetica.

Moderni esperimenti di alta precisione mostrano effetti aggiuntivi che modificano i colori dell'idrogeno atomico. Essi sono anche illustrati in Figure 79. Page 189 Gli effetti delle particelle virtuali e l'accoppiamento dello spin del protone danno ulteriori correzioni. Ma non è ancora tutto: anche gli effetti degli isotopi, lo scorrimento Doppler ed i salti di livello dovuti ai campi elettrici o magnetici ambientali influenzano lo spettro dell'idrogeno. Discuteremo lo spostamento di Lamb successivamente . Vol. V, pag. ??

Equazioni d'onda relativisticche – nuovamente

> "L'equazione era più intelligente di me."
> Paul Dirac sulla sua equazione, ripetendo una dichiarazione fatta da Heinrich Hertz.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

FIGURE 82 Paul Dirac (1902–1984)

Qual è l'equazione di evoluzione per la funzione d'onda nel caso in cui la relatività, lo spin e le interazioni con il campo elettromagnetico vengono prese in conto? Potremmo cercare di generalizzare la rappresentazione del moto relativistico dato da Foldy e Wouthuysen al caso di particelle con interazioni elettromagnetiche. Purtroppo, ciò non è una questione semplice. La semplice identità tra la descrizione classica e quella meccanico quantistica si perde se viene incluso l'elettromagnetismo.

Page 107

Le particelle quantistiche *cariche* sono meglio descritte da un'altra rappresentazione equivalente dell'Hamiltoniana, che è stata scoperta molto prima, nel 1926, dal fisico britannico Paul Dirac.* Dirac trovò un trucco per prendere la radice quadrata che appare nell'operatore energetico relativistico. Nella rappresentazione di Dirac, l'operatore di Hamilton è dato da

$$H_{\text{Dirac}} = \beta m + \boldsymbol{\alpha} \cdot p \ . \tag{104}$$

La quantità β e le tre componenti $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) = \boldsymbol{\alpha}$ si rivelano matrici complesse 4×4 . Nella rappresentazione di Dirac, l'operatore posizione x non è la posizione di una particella, ma ha termini aggiuntivi; il suo operatore velocità ha solo gli autovalori più o meno la velocità della luce; l'operatore velocità non è correlato semplicemente all'operatore quantità di moto; l'equazione del moto contiene il famoso termine 'Zitterbewegung'; momento angolare orbitale e di spin non sono costanti separate di moto.

Allora perché usare questo orribile Hamiltoniano? Perché solo l'Hamiltoniano di Dirac può essere facilmente utilizzato per particelle cariche. Infatti, viene trasformato nell'Hamiltoniano accoppiato al campo elettromagnetico dal cosiddetto *accoppiamento minimo*, cioè, dalla sostituzione

Vol. III, pag. ??

$$\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{p} - q\boldsymbol{A} \ , \tag{105}$$

* Paul Adrien Maurice Dirac (b. 1902 Bristol, d. 1984 Tallahassee),fisico bilingue, studiò elettrotecnica a Bristol, poi andò a Cambridge, dove poi divenne professore, titolare della cattedra che Newton aveva una volta tenuto. Negli anni 1925-1933 pubblicò un flusso di documenti, molti dei quali valevano un Premio Nobel; lo ha ricevutonel 1933. Dirac unificò la relatività speciale e la teoria quantistica, previde l'antimateria, lavorò su spin e statistica, previde i monopoli magnetici, speculò sulla legge dei grandi numeri, e altro ancora. La sua introversione, cordialità e timidezza, e le sue profonde intuizioni sulla natura, combinate con una dedizione alla bellezza in fisica teorica, ha fatto di lui una leggenda in tutto il mondo durante la sua vita. Per la seconda metà della sua vita provò, senza successo, a trovare un'alternativa alla elettrodinamica quantistica, di cui è stato il fondatore, poiché gli era stato impedito da infiniti problemi. Morì in Florida, dove visse e lavorò dopo il suo ritiro da Cambridge.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

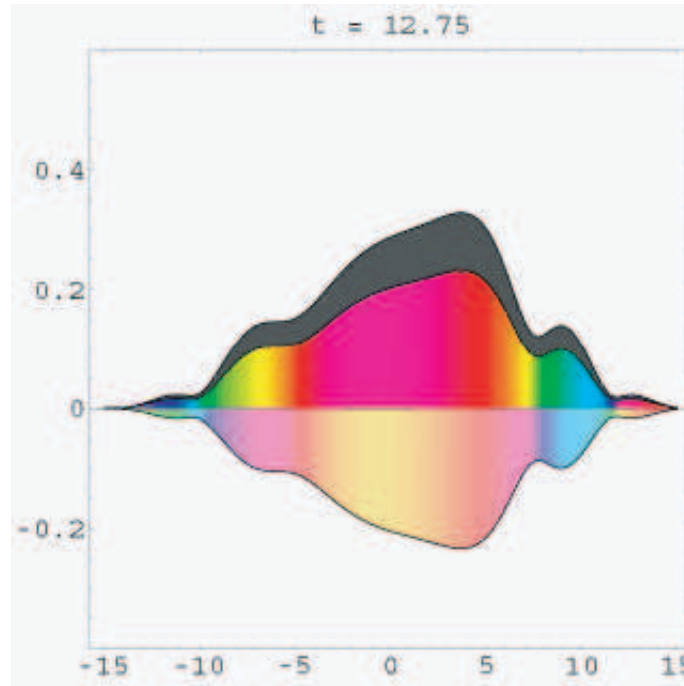



FIGURE 83 Il famoso Zitterbewegung: la sovrapposizione di stati di energia positiva e negativa comporta una oscillazione intorno un valore medio. Il colore indica la fase; sono mostrate due curve colorate, poiché l'equazione di Dirac in una dimensione ha solo due componenti (non quattro); la curva grigia è la densità di probabilità. (QuickTime film © Bernd Thaller)

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

che tratta la quantità di moto elettromagnetica come quantità di moto della particella. Con questa prescrizione, l'Hamiltoniano di Dirac descrive il moto delle particelle cariche che interagiscono con un campo elettromagnetico $\boldsymbol{A}$. La sostituzione dell'accoppiamento minimo non è possibile nell'Hamiltoniano Foldy - Wouthuysen. Nella rappresentazione di Dirac, le particelle sono cariche elettriche pure, puntiformi, senza struttura; nella rappresentazione di Foldy–Wouthuysen acquistano un raggio di carica e una interazione momento-magnetico.(Arriveremo alle ragioni sotto, nella sezione su QED.) Ref. 138

In più in dettaglio, la descrizione più semplice di un elettrone (o qualsiasi altra particella elementare, stabile, elettricamente carica di spin 1/2) è data dall'azione S e Lagrangiano

$$S = \int \mathcal{L}_{\text{QED}} d^4x \quad \text{where} \tag{106}$$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \overline{\psi}\,(i\hbar c \not{D} - c^2 m)\,\psi - \frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad \text{and}$$

$$\not{D}_\mu = \gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu)$$

Il primo, termine in questione nel Lagrangiano porta all'equazione di Dirac: essa descrive come le particelle elementari, cariche, di spin 1/2 sono mosse dai campi elettromagnetici. Il secondo, termine radiazione porta alle equazioni di Maxwell, e descrive come i campi elettromagnetici sono mossi dalla funzione d'onda della particella carica. Insieme con alcuni trucchi di calcolo, queste equazioni descrivono quello che viene chiamata

di solito *elettrodinamica quantistica*, o QED in breve.

Per quanto è noto oggi, la descrizione relativistica del moto della materia carica e dei campi elettromagnetici data dal Lagrangiano QED (106) è *perfetta* : nessuna differenza tra teoria ed esperimenti è mai stata trovata, nonostante le ricerche intense e nonostante un' elevata ricompensa per chi ne avesse trovato una. Tutte le previsioni note corrispondono completamente con le misurazioni. Nei casi più spettacolari, la corrispondenza tra teoria e misura si estende per più di tredici cifre. Ma ancor più interessante rispetto alla precisione di QED sono alcune delle sue caratteristiche che mancano nell'elettrodinamica classica. Facciamo un rapido tour.

Ottenere una prima sensazione per l'equazione di Dirac

Il Lagrangiano QED implica che la funzione d'onda di una particella carica in un potenziale segue l'equazione di Dirac:

$$i\hbar\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} - ieA_{\mu})\psi = mc\psi \ . \tag{107}$$

I molti indici non devono far dimenticare che questa equazione stabilisce semplicemente che l'autovalore dell'operatore energia–quantità di moto è la massa a riposo (volte la velocità della luce c). In altre parole, l'equazione stabilisce che l'onda ψ si muove con una velocità di fase c.

La funzione d'onda ψ ha quattro componenti complessi. Due descrivono il moto delle particelle, e due il moto delle antiparticelle. Ciascun tipo di particella ha bisogno di due componenti complessi, perché l'equazione descrive lo spin e la densità delle particelle. Lo spin è una rotazione, ed una rotazione richiede tre parametri reali. Lo spin e la densità richiedono quindi quattro parametri reali; essi possono essere combinati in due numeri complessi, sia per le particelle che per le antiparticelle.

Ciascuno dei quattro componenti della funzione d'onda di una particella relativistica rotante segue l'equazione relativistica di Schrödinger–Klein–Gordon. Ciò significa che la relazione relativistica energia–quantità di moto è seguita da ciascun componente separatamente.

Sfida 145 f

La funzione d'onda relativistica ψ ha l'importante proprietà che una rotazione di 2π la cambia di segno. Solo una rotazione di 4π lascia la funzione d'onda invariata. Questo è il tipico comportamento di particelle con spin 1/2. Per questo motivo, i quattro componenti della funzione d'onda di una particella con spin 1/2 si chiama *spinore*.

Sfida 146 f

Antimateria

'Antimateria' è ora un termine di famiglia. È interessante notare che nel concetto apparso *prima* non vi era alcuna evidenza sperimentale per essa. L'espressione relativistica per l'energia E di un elettrone con carica di e nel campo di una carica Q è

$$E + \frac{Qe}{4\pi\varepsilon_0 r} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \ . \tag{108}$$

Questa espressione consente anche soluzioni con *energia* negativa e cariche opposte $-e$, se si utilizza la radice negativa. La teoria quantistica mostra che questa è una proprietà

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

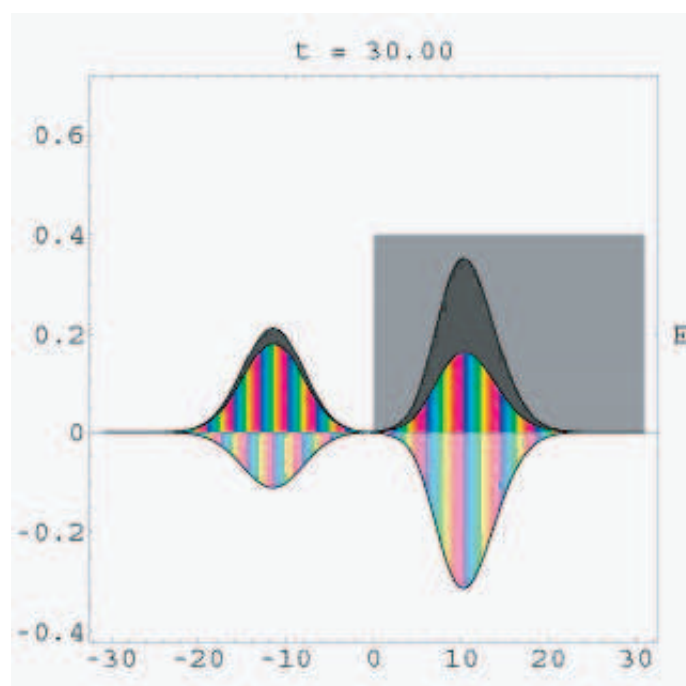



FIGURE 84 Paradosso di Klein: il moto di una funzione d'onda relativistica che incontra un potenziale molto ripido. Parte della funzione d'onda è trasmessa; questa parte è l'antimateria, come mostra il componente più grande in basso. (QuickTime film © Bernd Thaller)

generale, e queste soluzioni corrispondono alla cosiddetta *antimateria*.

Infatti, il compagno di antimateria dell'elettrone fu previsto nel 1920 da Paul Dirac dalla sua equazione (107), che si basa sulla soprastante relazione di energia relativistica (108). Ignaro di questa previsione, Carl Anderson scoprì l'antielettrone nel 1932, e lo chiamò *positrone*. (Il nome corretto sarebbe stato 'positone', senza la 'r'. Questa forma corretta viene utilizzata nella lingua francese.) Anderson stava studiando i raggi cosmici, e notò che alcuni 'elettroni giravano nel modo sbagliato nel campo magnetico che egli aveva applicato al suo apparato. Guardò l'apparato accuratamente, e infine dedusse di aver trovato una particella con la stessa massa dell'elettrone ma con carica elettrica positiva.

L'esistenza dei positroni ha molte implicazioni strane. Già nel 1928, prima della loro scoperta, il teorico svedese Oskar Klein aveva indicato che l'equazione di Dirac per gli elettroni fa una strana previsione: quando un elettrone colpisce un muro potenziale sufficientemente ripido, il coefficiente di riflessione è maggiore dell'unità. Tale muro rifletterà *più* di quanto è lanciato ad esso. Inoltre, una grande parte della funzione d'onda viene trasmessa attraverso il muro. Nel 1935, dopo la scoperta del positrone, Werner Heisenberg e Hans Euler spiegarono il paradosso. Essi scoprirono che l'equazione di Dirac prevede che ogni volta che un campo elettrico supera il valore critico

Ref. 139

$$E_{\mathrm{c}} = \frac{m_{\mathrm{e}}c^2}{e\lambda_{\mathrm{e}}} = \frac{m_{\mathrm{e}}^2c^3}{e\hbar} = 1.3\ \mathrm{EV/m}\ , \qquad (109)$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

il vuoto spontaneamente genererà coppie di elettroni–positroni, che vengono poi separati dal campo. Come risultato, il campo originale viene ridotto. Questa cosiddetta *polarizzazione del vuoto* è la ragione per il coefficiente di riflessione superiore all'unità trovato da Klein. Infatti, potenziali ripidi sono conformi a campi elettrici elevati.

La polarizzazione del vuoto dimostra che, contrariamente alla vita quotidiana, il *numero* di particelle non è una costante nel dominio microscopico. Solo la *differenza* tra il numero di particelle e numero di antiparticelle risulta essere conservata. La polarizzazione del vuoto limita così la nostra possibilità di contare le particelle in natura!

La polarizzazione del vuoto è un effetto debole. È stata osservata solo in collisioni di particelle ad alta energia. In questi casi, l'effetto incrementa anche la costante di struttura fine! Più tardi descriveremo veramente esempi giganteschi di polarizzazione del vuoto che sono postulati intorno a buchi neri carichi.

Vol. V, pag. ??

Naturalmente, la generazione di coppie elettrone–positrone non è una *creazione* dal nulla, ma una *trasformazione* di energia in materia. Tali processi sono parte di ogni descrizione relativistica della natura. Purtroppo, i fisici hanno l'abitudine di chiamare questa trasformazione 'creazione di coppia', confondendo così in qualche modo il problema. La trasformazione viene descritta dalla teoria quantistica dei campi, che esploreremo nel prossimo volume.

Particelle virtuali

Nonostante ciò che è stato detto finora, valori di azione più piccoli del più piccolo valore di azione hanno un ruolo da svolgere. Ne abbiamo già incontrato un esempio: in una collisione tra due elettroni, vi è uno scambio di fotoni virtuali. Abbiamo imparato che il fotone virtuale scambiato non può essere osservato. In effetti, l'azione di S per questo scambio obbedisce

Page 66

$$S \leqslant \hbar \,. \tag{110}$$

In breve, le particelle *virtuali* appaiono solo come mediatori nelle interazioni. Esse non possono essere osservate. Le particelle virtuali, in contrasto alle ordinarie, particelle reali, non obbediscono alla relazione $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$. Ad esempio, l'energia cinetica può essere negativa. Infatti, le particelle virtuali sono l'opposto delle particelle 'libere'o reali. Esse si possono osservare nel vuoto se il tempo di misurazione è molto breve. Sono intrinsecamente di breve durata.

I fotoni virtuali sono la causa dei potenziali elettrostatici, per i campi magnetici, per l'effetto Casimir, per l'emissione spontanea, per la forza van der Waals, e per lo spostamento di Lamb negli atomi. Un trattamento più dettagliato mostra che in ogni situazione con fotoni virtuali ci sono anche, con ancora più basse probabilità, elettroni virtuali e positroni virtuali.

Particelle virtuali massicce sono essenziali per la polarizzazione del vuoto, per il limite nel numero degli elementi, per le radiazioni dei buchi neri e per le radiazioni Unruh. Le particelle virtuali massive svolgono un ruolo anche nella interazione forte, dove tengono i nucleoni insieme nei nuclei, e nelle interazione nucleari deboli, dove spiegano perché il decadimento beta accade e perché il Sole brilla.

In particolare, le coppie particella–antiparticella virtuali della materia e particelle virtuali di radiazione insieme formano ciò che chiamiamo *vuoto*. Inoltre, le particelle di

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

radiazione virtuali formano quelli che di solito sono chiamati campi statici. Le particelle virtuali sono necessarie per una descrizione completa di tutte le interazioni. In particolare, le particelle virtuali sono responsabili per ogni processo di decadimento.

Curiosità e divertenti sfide sul colore

Dove si trova il mare più blu? L'acqua di mare, come l'acqua dolce, è blu perché assorbe la luce rossa e verde. L'assorbimento è dovuto ad una banda vibrazionale della molecola d'acqua che è dovuta ad una combinazione di tratti molecolari simmetrici e asimmetrici. Ref. 140 L'assorbimento è debole, ma evidente. A 700 nm (red), la $1/e$ lunghezza di assorbimento dell'acqua è 1 m.

L'acqua di mare può anche essere di colore brillante se la superficie del mare riflette la luce. Inoltre, l'acqua di mare può essere verde, quando contiene piccole particelle che disperdono o assorbono la luce blu. Molto spesso, queste particelle sono suolo o plancton. (I satelliti possono determinare il contenuto di plancton dal 'Verde' del mare). Così il mare è particolarmente blu se è profondo, silenzioso e freddo; in tal caso, il terreno è lontano, il suolo non viene mescolato nell'acqua, e il contenuto di plancton è basso. Il Mare dei Sargassi è profondo 5 km, silenzioso e freddo per la maggior parte dell'anno. È spesso chiamato il *più blu* delle acque della Terra. indexsea, bluest

I laghi possono essere anche blu se contengono piccole particelle minerali. Le particelle disperdono la luce e portano ad un colore blu per motivi simili al colore blu del cielo. Tali laghi blu si trovano in molti luoghi sulla Terra.

* *

Nelle moderne misure ad alta precisione degli spettri di idrogeno, ascoltate il maestro indiscusso del campo: godetevi il discorso del 2012 Theodor Hänsch, che ha dedicato gran parte della sua vita al tema, a www.mediatheque.lindau-nobel.org.

* *

Se gli atomi contengono elettroni orbitanti, la rotazione della Terra, attraverso la accelerazione di Coriolis, dovrebbe avere un effetto sul loro movimento, e quindi sul colore Ref. 135 degli atomi. Questa bella previsione è dovuta a Mark Silverman; l'effetto è così piccolo, tuttavia, che non è stato ancora misurato.

* *

La luce viene diffratta dai reticoli materiali. La materia può essere diffratta da reticoli di luce? Sorprendentemente, in realtà può, come previsto da Dirac e Kapitza nel 1937. Questo è stato compiuto per la prima volta nel 1986, utilizzando gli atomi. Per elettroni Ref. 141 liberi, l'impresa è più difficile; la più chiara conferma è arrivata nel 2001, quando fu utilizzata una nuova tecnologia laser per effettuare una bella misura della tipica diffrazione massima per elettroni diffratti da un reticolo di luce.

* *

La luce viene totalmente riflessa quando è diretta ad un materiale denso ad un angolo abbastanza grande così che non possa entrare nel materiale. Un gruppo di fisici russi ha dimostrato che se il materiale denso è eccitato, l'intensità del fascio riflesso totalmente

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ref. 135 può essere *amplificata*. Non è chiaro se questo porterà mai ad applicazioni.

* *

I modi in cui le persone gestiscono *singoli* atomi con campi elettromagnetici fornisce molti begli esempi di moderna Tecnologia Applicata. Oggigiorno è possibile levitare, intercettare, eccitare, fotografare, deeccitare e muovere singoli atomi solo con la luce. Nel 1997, il Premio Nobel per la Fisica è stato assegnato agli ideatori del campo, Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji e William Philips.

Vol. I, pag. ?? Ref. 142

* *

Ref. 143 Dati due specchi e alcuni fotoni, è possibile catturare un atomo e tenerlo sospeso tra i due specchi. Questa impresa, uno dei diversi modi per isolare singoli atomi, è ormai prassi standard nei laboratori. Potete immaginare come si fa? Sfida 147 s

* *

Un esempio di moderna ricerca è lo studio degli atomi *vuoti*, cioè, atomi che mancano di un numero di elettroni interni. Essi sono stati scoperti nel 1990 da J.P. Briand e il suo gruppo. Essi appaiono quando un atomo completamente ionizzato, cioè, uno senza elettroni, è portato a contatto con un metallo. Gli elettroni acquisiti poi orbitano all'esterno, lasciando i gusci interni vuoti, in netto contrasto con gli atomi usuali. Tali atomi vuoti possono essere costituiti anche per irradiazione laser intensa. Ref. 144

* *

Gli effetti quantistici relativistici possono essere visti. I due più più importanti concernenti l' oro ed il mercurio. Il colore giallo dell'oro – che ha numero atomico 79 – è dovuto all'energia di transizione tra elettroni 5d e 6S, che assorbono la luce blu. Senza effetti relativistici, questa transizione giacerebbe nell'ultravioletto, simile alla transizione tra elettroni 4d e 5s per l'argento, e l'oro sarebbe incolore. Il colore giallo oro è così un effetto relativistico.

Il mercurio – che ha numero atomico 80 – ha un guscio 6s riempito. A causa degli stessi effetti relativistici che appaiono nell'oro, questi gusci sono contratti e non gradiscono di formare legami. Per questo motivo, il mercurio è ancora liquido a temperatura ambiente, a differenza di tutti gli altri metalli. La relatività è dunque la ragione per cui il mercurio è liquido, e che i termometri funzionano.

* *

Sfida 148 s Il fosforo è fosforescente?

* *

E' possibile rilevare il passaggio di un singolo fotone attraverso un apparecchio senza assorbirlo. Come fareste questo? Sfida 149 na

Proprietà del materiale

Come la dimensione degli atomi di idrogeno, anche le dimensioni di tutti gli altri atomi viene fissata mediante il quanto d'azione. Infatti, il quanto d'azione determina in larga

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

misura le interazioni tra gli elettroni. In questo modo, il quanto del cambiamento determina tutte le interazioni tra gli atomi nella materia di tutti i giorni e, quindi, determina tutte le altre proprietà della materia. L'elasticità, plasticità, fragilità, proprietà magnetiche ed elettriche dei materiali sono ugualmente fissati dal quanto d'azione. Solo $\hbar$ rende possibile l'elettronica. Studieremo alcuni esempi di proprietà della materia nel prossimo volume. Diversi dettagli della connessione generale tra $\hbar$ e proprietà dei materiali sono ancora oggetto di ricerca, anche se nessuno è in contraddizione col quanto d'azione. La ricerca sui materiali è tra i più importanti campi della scienza moderna, e la maggior parte dei progressi nello standard di vita risulta da esso. Esploreremo alcuni aspetti nel prossimo volume.

In sintesi, la scienza dei materiali ha confermato che la fisica quantistica è anche la corretta descrizione di tutti i materiali; la fisica quantistica ha confermato che tutte le proprietà dei materiali della vita quotidiana sono di origine elettromagnetica; e la fisica quantistica ha confermato che tutte le proprietà dei materiali della vita quotidiana sono dovute alle interazioni che coinvolgono gli elettroni.

La forza dell'elettromagnetismo

Il grande fisico Wolfgang Pauli usava dire che dopo la sua morte, la prima cosa che avrebbe chiesto a Dio sarebbe stata di spiegare la costante di struttura fine di Sommerfeld. (Altri usarono commentare che dopo che Dio glielo avresse spiegato, ci avrebbe pensato un po', e quindi sarebbe scattato in uno: 'Sbagliato!')

La *costante di struttura fine*, introdotta da Arnold Sommerfeld, è la costante adimensionale della natura il cui valore è misurato essere

Ref. 145

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137{,}035\,999\,679(94)} \approx 0{,}007\,297\,352\,5376(50) \,. \tag{111}$$

Questo numero è apparso nelle spiegazioni della struttura fine degli spettri di colore atomici ; da qui il suo nome strano. Sommerfeld è stato il primo a capire la sua importanza generale. E' fondamentale per l'elettrodinamica quantistica per diversi motivi.

Prima di tutto, la costante di struttura fine descrive la *forza* dell'elettromagnetismo. Il numero α risulta dall'interazione di due cariche elettriche e. Scrivendo la relazione di Coulomb per la forza F tra due elettroni come

$$F = \alpha \frac{\hbar c}{r^2} \tag{112}$$

diventa chiaro che la costante di struttura fine descrive la forza dell'elettromagnetismo. Un valore più elevato per la costante di struttura fine α significherebbe una forte attrazione o repulsione tra corpi carichi. Così il valore di α determina le dimensioni degli atomi, anzi di tutte le cose, così come tutti i colori in natura.

In secondo luogo, è solo perché la costante di struttura fine α è così piccola che siamo in grado di parlare di particelle. Infatti, solo perché la costante di struttura fine è molto più piccola di 1 è possibile distinguere le particelle l'una dall'altra. Se il numero di α fosse vicina o superiore ad 1, le particelle interaggirebbero così fortemente che non sarebbe

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

possibile osservarle separatamente o parlare del tutto di particelle.

Ciò conduce alla terza ragione per l'importanza della costante di struttura fine. Poiché è un numero adimensionale, implica alcuni meccanismi ancora sconosciuti che ne fissano il valore. Scoprire questo meccanismo è una delle sfide che rimangono nella nostra avventura. Finché il meccanismo rimane sconosciuto - come è avvenuto nel 2007– non capiamo il colore e la dimensione di una singola cosa intorno a noi!

Piccole variazioni della forza di attrazione elettromagnetica tra elettroni e protoni avrebbero numerose importanti conseguenze. Potete descrivere cosa succederebbe alla dimensione delle persone, al colore degli oggetti, al colore del sole, o al funzionamento dei computer, se la forza fosse doppia? E se dovesse cadere gradualmente a metà del suo consueto valore? Sfida 150 s

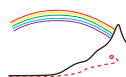
Dal 1920, la spiegazione del valore di α è stata vista come una delle sfide più difficili di fronte alla fisica moderna. Questa è la ragione per la fantasia di Pauli. Nel 1946, durante la conferenza del suo Premio Nobel, ripetè l'affermazione che una teoria che non determina questo numero non può essere completa. Ref. 146 Da quel momento, i fisici sembrano essere caduti in due classi: quelli che non hanno il coraggio di accettare la sfida, e coloro che non hanno alcuna idea. Questa storia affascinante ci aspetta ancora.

Il problema della costante di struttura fine è così profondo che porta molti fuori strada. Ad esempio, si sostiene talvolta che è impossibile cambiare le unità fisiche in modo tale che $\hbar$ c, ed e siano tutte uguali a 1 allo stesso istante, perché per farlo si dovrebbe cambiere il numero $\alpha = 1/137,036...$. Si può dimostrare che l'argomento è sbagliato? Sfida 151 s

Una sintesi su colori e materiali

In sintesi, il quanto d'azione $\hbar$ – insieme con l'interazione tra i campi elettromagnetici e gli elettroni all'interno di atomi, molecole, liquidi e solidi – determina la dimensione, la forma, il colore e le proprietà del materiale di tutte le cose intorno a noi.

La forza dell'interazione elettromagnetica è descritta dalla costante di struttura fine $\alpha \approx 1/137,036$. Il suo valore è ancora inspiegabile.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Capitolo 9

FISICA QUANTISTICA IN POCHE PAROLE

Comparata alla fisica classica, la teoria quantistica è sicuramente più complessa. L'idea di base tuttavia, è semplice: in natura c'è un più piccolo cambiamento, o una più piccola azione, con il valore di $\hbar = 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Js. Il valore della più piccola azione porta a tutte le strane osservazioni fatte nel dominio microscopico, come il comportamento onda della materia, le relazioni di indeterminazione, la decoerenza, la casualità nelle misurazioni, l'indistinguibilità, la quantizzazione del momento angolare, il tunneling, le creazioni di coppia, il decadimento e le reazioni delle particelle.

L'essenza della teoria quantistica è quindi la mancanza del cambiamento infinitamente piccolo. La matematica della teoria quantistica è astratta e coinvolgente, però. Questa parte della nostra passeggiata valeva lo sforzo? Lo valeva: i risultati sono profondi, e l'accuratezza della descrizione è *completa*. Per prima cosa diamo una panoramica di questi risultati e poi giriamo alle domande che sono state lasciate ancora aperte.

I risultati fisici della teoria quantistica

> Deorum injuriae diis curae.*
>
> Tiberio, come riportato da Tacito.

Tutta la teoria quantistica può essere riassunta in una frase:

> ▷ In natura, le azioni o i cambiamenti più piccoli di $\hbar = 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Js non sono osservate.

L'esistenza di una più piccola azione in natura porta direttamente alla principale lezione che abbiamo imparato circa il moto nella parte quantistica della nostra avventura:

> ▷ Se si muove, è fatto di quantoni, o particelle quantistiche.

Questa affermazione vale per ogni sistema fisico, quindi per tutti gli oggetti e tutte le immagini, ad esempio, a tutta la materia e la radiazione. La roba che si muove è fatta di *quantoni*. Le pietre, le onde d'acqua, la luce, le onde sonore, i terremoti, la gelatina e tutto il resto con cui possiamo interagire è fatto di particelle quantistiche.

Vol. II, pag. ??

Una volta chiedemmo: che cosa è la materia e cosa sono le interazioni? Ora sappiamo: entrambi sono composte di particelle quantistiche elementari. Una *particella quantisti-*

* 'Le offese di dèi sono cura di dèi.'

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

ca elementare è una entità numerabile che è più piccola della propria lunghezza d'onda Compton. Tutte le particelle elementari sono descritte da energia– quantità di moto, massa, rotazione, C, P e la parità T. Tuttavia, come vedremo nel prossimo volume, questo non è ancora l'elenco completo delle proprietà delle particelle. Circa le proprietà *intrinseche* delle particelle quantistiche, cioè quelle che non dipendono dall'osservatore, la teoria dei quanti fa una semplice affermazione:

Page 129

▷ In natura, tutte le proprietà intrinseche dei quantoni - con la eccezione della massa – come rotazione, carica elettrica, carica forte, parità ecc., appaiono come multipli interi di una unità di base. Poiché tutti i sistemi fisici sono fatti di quantoni, nei sistemi composti tutte le proprietà intrinseche – con l'eccezione della massa* – o si aggiungono o si moltiplicano.

In sintesi, tutte le entità in movimento sono fatte di particelle quantistiche descritte da proprietà intrinseche *discrete*. Per vedere come questo risultato sia profondo, è possibile applicarlo a tutte le entità in movimento che di solito si dimenticano, come ad i fantasmi, spiriti, angeli, ninfe, demoni, diavoli, dei, divinità ed anime. Potete controllare da voi cosa succede quando la loro natura particellare viene presa in considerazione.

Sfida 152 f

Risultati sul moto delle particelle quantistiche

I quantoni, o particelle quantistiche, differiscono dalle particelle di tutti i giorni: le particelle quantistiche *interferiscono*: si comportano come una miscela di particelle e onde. Questa struttura segue direttamente dalla esistenza di $\hbar$, la più piccola azione possibile in natura. Dal esistenza di $\hbar$, la teoria quantistica deduce tutte le sue affermazioni circa il moto delle particelle quantistiche. Riassumiamo le principali.

Non c'è *quiete* in natura. Tutti gli oggetti obbediscono alla relazione di indeterminazione, in cui si afferma che l'indeterminazione della posizione x e quantità di moto p seguono

$$\Delta x \Delta p \geqslant \hbar/2 \quad \text{with} \quad \hbar = 1{,}1 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \tag{113}$$

e rendono la quiete impossibile. Lo stato delle particelle quantistiche è definito dagli stessi osservabili come in fisica classica, con la differenza che gli osservabili non commutano. La fisica classica appare nel limite che la costante di Planck $\hbar$ può effettivamente essere impostata a zero.

La teoria quantistica introduce un *elemento probabilistico* nel moto. Le probabilità derivano dal valore minimo di azione attraverso le interazioni con i bagni che fanno parte dell'ambiente di ogni sistema fisico. Equivalentemente, le probabilità risultano in ogni esperimento che cerca di indurre un cambiamento che sia più piccolo del quanto d'azione.

* Più precisamente, assieme alla massa, anche gli angoli di mixing non sono quantizzati. Queste proprietà sono definite nel prossimo volume.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Le particelle quantiche *si comportano come onde*. La lunghezza d'onda di de Broglie associata λ è data dalla quantità di moto p attraverso

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} \qquad (114)$$

sia nel caso di materia che di radiazione. Questa relazione è l'origine del comportamento ondulatorio della luce e della materia. Le particelle di luce sono chiamate fotoni ; la loro osservazione è ormai una pratica standard. La teoria quantistica afferma che le onde di particelle, come tutte le onde, interferiscono, rifrangono, disperdono, smorzano, possono essere smorzate e possono essere polarizzate. Questo vale per fotoni, elettroni, atomi e molecole. Tutte le onde essendo costituite da particelle quantistiche, possono essere viste, toccate e spostate. La luce per esempio, può essere 'vista' nella diffusione fotone-fotone nel vuoto ad alte energie, può essere 'toccata' usando l'effetto Compton, e può essere 'spostata' dalla curvatura gravitazionale. Le particelle di materia come molecole o atomi, possono essere viste nei microscopi elettronici e possono essere toccate e spostate con microscopi a forza atomica. L'interferenza e la diffrazione di particelle d'onda si osservano giornalmente al microscopio elettronico.

Le onde di materia possono essere immaginate come nuvole che *ruotano localmente*. Nel limite della trascurabile dimensione della nuvola, le particelle quantistiche possono essere immaginate come piccole frecce rotanti. Equivalentemente, i quantoni hanno una *fase*.

Le particelle *non possono essere racchiuse in eterno.* Anche se la materia è impenetrabile, la teoria quantistica mostra che le scatole stagne o gli ostacoli insormontabili non esistono. La recinzione non è mai per sempre. Attendendo abbastanza a lungo ci permette sempre di superare ogni confine, poiché vi è una probabilità finita di superare ogni ostacolo. Questo processo è chiamato *tunneling* quando visto dal punto di vista spaziale e si chiama *decadimento* se visto dal punto di vista temporale. Il tunnelling spiega la lavorazione dei tubi televisivi nonché il decadimento radioattivo.

Tutte le particelle e tutti i fasci di particelle *possono essere ruotate.* Le particelle possiedono un momento angolare intrinseco chiamato *spin*, che specifica il loro comportamento sotto rotazioni. I bosoni hanno spin intero, i fermioni hanno spin semi intero. Un numero pari di fermioni legati o un qualsiasi numero di bosoni legati producono un bosone composito; un numero dispari di fermioni legatiproducono un fermione a bassa energia. I solidi sono impenetrabili a causa del carattere di fermione dei suoi elettroni negli atomi.

Particelle identiche sono *indistinguibili*. La radiazione è fatta da particelle indistinguibili chiamate bosoni, fermioni di materia. Sotto scambio di due fermioni a separazioni tipo spazio, la funzione d'onda cambia segno, considerando che per due bosoni la funzione d'onda rimane invariata. Tutte le altre proprietà delle particelle quantistiche sono le stesse delle particelle classiche, cioè numerabilità, interazione, massa, carica, momento angolare, energia, quantità di moto, posizione, così come l'impenetrabilità per la materia e la penetrabilità per le radiazioni. Non esistono macchine copiatrici perfette.

Nelle collisioni, le particelle *interagiscono localmente*, attraverso lo scambio di altre particelle. Quando le particelle di materia si scontrano, interagiscono attraverso lo scambio di bosoni virtuali, cioè bosoni fuori guscio. Il cambiamento di moto è quindi do-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

vuto a scambio di particelle. Scambio di bosoni di spin pari mediano solo interazioni attrattive. Scambio di bosoni di spin dipari mediano interazioni repulsive.

Le proprietà delle collisioni implicano la non conservazione del numero di particelle. Nelle collisioni, le particelle possono apparire – cioè, possono essere 'create'– o scomparire – vale a dire, possono essere 'annichilite'. Questo vale sia per i bosoni che per i fermioni.

Le proprietà delle collisioni implicano l'esistenza di *antiparticelle* che sono regolarmente osservate negli esperimenti. I fermioni elementari, in contrasto con molti bosoni elementari, differiscono dalle loro antiparticelle; possono essere create e annichilite solo a coppie. Fermioni elementari hanno massa non nulla e si spostano più lentamente della luce.

Le particelle possono *decadere* ed essere *trasformate*. Indagini dettagliate dimostrano che le collisioni implicano la non conservazione del tipo di particella. Nelle collisioni, le particelle selezionate possono cambiare le loro proprietà intrinseche. Queste osservazione saranno dettagliate nel prossimo volume. Equivalentemente, il quanto d'azione implica che le cose *si spezzino* e gli esseri viventi *muoiano*.

Immagini, fatte di radiazioni, sono descritte dagli stessi osservabili come la materia: posizione, fase, velocità, massa, quantità di moto, ecc – anche se i loro valori e le relazioni differiscono. Le immagini possono essere localizzate solo con una precisione della lunghezza d'onda λ della radiazione che le produce.

La comparsa della costante $\hbar$ di Planck implica che in natura esistano le *scale di lunghezza* e le *scale di tempo* . La teoria quantistica introduce un fondamentale jitter in ogni esempio di moto. Così l'infinitamente piccolo viene eliminato. In questo modo, appaiono limiti inferiori alle dimensioni strutturali e per molte altre quantità misurabili. In particolare, la teoria quantistica dimostra che è impossibile che sugli elettroni di un atomo vivano piccole creature allo stesso modo in cui gli esseri umani vivono sulla Terra che gira attorno al Sole. La teoria quantistica mostra l'impossibilità di Lilliput.

Gli orologi ed i metri a barre hanno una *precisione finita*, dovuta all'esistenza di una più piccola azione e dovuta alle loro interazioni con i bagni. D'altronde, tutti gli apparati di misura devono contenere i bagni, perché altrimenti non sarebbero in grado di registrare i risultati.

Ref. 147 Effetti quantistici non lasciano spazio alla fusione fredda, astrologia, teletrasporto, telecinesi, fenomeni soprannaturali, universi multipli, o fenomeni più veloci della luce - nonostante il paradossoEPR . Page 156

Accuratezza e precisione dei risultati

A parte i cambiamenti concettuali , la teoria quantistica ha migliorato l'accuratezza delle previsioni di poche – se il caso – cifre comuni in meccanica classica al numero completo di cifre – a volte tredici – che possono essere misurate oggi. La limitata precisione di solito *non* è data dall'inesattezza della teoria, è data dalla precisione della misura. In altre parole, l'accordo è limitato solo dalla quantità di denaro che lo sperimentatore è disposto a spendere. Table 8 lo mostra più in dettaglio.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 8 Confronti selezionati tra fisica classica, teoria quantistica ed esperimento.

Osservabile	Previsioni classiche	Previsioni della teoria quantistica[a]	Misurazioni	Costo stimato
Moto semplice di corpi				
Indeterminazione	0	$\Delta x \Delta p \geqslant \hbar/2$	$(1 \pm 10^{-2})\,\hbar/2$	10 k€
Lunghezza d'onda materia	nessuna	$\lambda p = 2\pi\hbar$	$(1 \pm 10^{-2})\,\hbar$	10 k€
Lunghezza d'onda Compton	nessuna	$\lambda_c = h/m_e c$	$(1 \pm 10^{-3})\,\lambda$	20 k€
creazione di coppie tasso	0	σE	accordo	100 k€
Decadimento radioattivo tempo nell'idrogeno	nessuna	$\tau \sim 1/n^3$	(1 ± 10^{-2})	5 k€
Più piccolo momento angolare	0	$\hbar/2$	$(1 \pm 10^{-6})\,\hbar/2$	10 k€
Effetto Casimir/pressione	0	$p = (\pi^2 \hbar c)/(240 r^4)$	(1 ± 10^{-3})	30 k€
Colori di oggetti				
Spettro di oggetti caldi	diverge	$\lambda_{max} = hc/(4.956\,kT)$	$(1 \pm 10^{-4})\ \Delta\lambda$	10 k€
Lamb shift	nessuna	$\Delta\lambda = 1057.86(1)$ MHz	$(1 \pm 10^{-6})\,\Delta\lambda$	50 k€
costante di Rydberg	nessuna	$R_\infty = m_e c \alpha^2/2h$	$(1 \pm 10^{-9})\,R_\infty$	50 k€
costante di Stefan–Boltzmann	nessuna	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	$(1 \pm 3 \cdot 10^{-8})\,\sigma$	20 k€
Costante di spostamento di Wien	nessuna	$b = \lambda_{max} T$	$(1 \pm 10^{-5})\,b$	20 k€
Indice rifrattivo dell'acqua	nessuna	1.34	a few %	1 k€
Dispersione fotone-fotone	0	da QED: finito	accordo	50 M€
rapporto giromagnetico elettrone	1 or 2	2.002 319 304 365(7)	2.002 319 304 361 53(53)	30 M€
Momento magnetico anomalo del muone	0	$11\,659\,1827(63) \cdot 10^{-11}$	$11\,659\,2080(60) \cdot 10^{-11}$	100 M€
Proprietà materia composta				
Durata vita atomi	≈ 1 µs	∞	$> 10^{20}$ a	1 €
Divisione iperfine Muonio	nessuna	4 463 302 542(620) Hz	4 463 302 765(53) Hz	1 €
Dimensione molecolare e forme	nessuna	da QED	entro 10^{-3}	20 k€

Page 220 *a*. Tutte queste predizioni sono calcolate dalla costanti fisiche di base date in Appendix A.

Notiamo che i valori non si discostano da quelli misurati. Se ricordiamo che la fisica clas-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

sica non ci permette di calcolare alcun valore misurato, otteniamo un'idea dei progressi che la fisica quantistica ha raggiunto. Questo progresso nella comprensione è dovuto all'introduzione del quanto d'azione $\hbar$. Equivalentemente, possiamo affermare: nessuna descrizione è completa in natura senza il quanto d'azione.

In sintesi, la teoria quantistica è precisa ed accurata. Nel dominio microscopico la teoria quantistica è in corrispondenza *perfetta* con la natura; nonostante le prospettive di fama e ricchezza, nonostante il maggior numero di ricercatori di sempre, nessuna contraddizione è stata trovata ancora tra osservazione e teoria. D'altra parte, la spiegazione del valore misurato della costante di struttura fine, $\alpha = 1/137{,}035\,999\,074(44)$, resta un problema aperto dell'interazione elettromagnetica.

La teoria quantistica è magia?

Studiare la natura è come vivere la magia. La natura appare spesso diversa da quella che è. Durante una magia siamo ingannati – ma solo se ci dimentichiamo dei nostri limiti. Una volta che cominciamo a vedere noi stessi come parte del gioco, cominciamo a capire i trucchi. Questo è il divertimento della magia. Lo stesso accade in fisica.

* *

La natura sembra irreversibile, anche se non lo è. Non ricordiamo mai il futuro. Siamo ingannati perché siamo macroscopici.

* *

La natura sembra decoerente, anche se non lo è. Siamo ingannati di nuovo perché siamo macroscopici.

* *

Non ci sono orologi in natura. Siamo ingannati da quelli della vita quotidiana, perché siamo circondati da un enorme numero di particelle.

* *

Il moto spesso sembra scomparire, anche se è eterno. Noi siamo ingannati ancora una volta, perché i nostri sensi non possono sperimentare il dominio microscopico.

* *

Gli oggetti sembrano distinguibili, anche se le proprietà statistiche dei loro componenti mostrano che non lo sono. Siamo ingannati perché viviamo a basse energie.

* *

La materia sembra continua, anche se non lo è. Siamo ingannati a causa dei limiti dei nostri sensi.

* *

Il moto sembra deterministico nel senso classico, anche se è casuale. Siamo ingannati ancora una volta perché siamo macroscopici.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

* *

In breve, la nostra condizione umana ci inganna in modo permanente. La risposta alla domanda del titolo è: la fisica classica è come la magia, ed i trucchi sono scoperti dalla teoria quantistica. Questa è la sua attrazione principale.

La teoria quantistica è esatta, ma può fare di più

Possiamo riassumere questa parte della nostra avventura con una semplice dichiarazione: *La fisica quantistica è la descrizione della materia e della radiazione* senza *il concetto di infinitamente piccolo*. Tutto il cambiamento in natura è descritto da quantità *finite*, soprattutto, dal più piccolo cambiamento possibile in natura, il quanto d'azione $\hbar = 1{,}054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}$ Js.

Tutti gli esperimenti, senza eccezioni, mostrano che il quanto d'azione $\hbar$ è il più piccolo cambiamento osservabile. La descrizione della natura con il quanto d'azione è quindi *esatta* e *definitiva*. La più piccola azione misurabile $\hbar$, come la velocità massima dell'energia c, è una proprietà fondamentale della natura. Si potrebbero anche chiamare entrambe *verità fondamentale*.

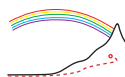
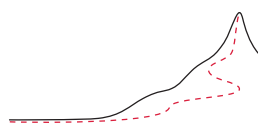
Poiché la teoria quantistica segue logicamente e completamente dalla più piccola azione misurabile $\hbar$, il modo più semplice – e l'unico modo – per smentire la teoria quantistica è quello di trovare una osservazione che contraddice il più piccolo cambiamento di valore $\hbar$. Provatelo!

Sfida 153 f

Anche se abbiamo dedotto una proprietà fondamentale della natura, se torniamo indietro all'inizio della nostra esplorazione della teoria quantistica, non possiamo nascondere una certa delusione. Sappiamo che la fisica classica non può spiegare la vita. Ricercando i dettagli del moto microscopico, abbiamo incontrato tanti aspetti interessanti che *non* hanno ancora raggiunto la spiegazione della vita. Per esempio, sappiamo che cosa determina la velocità degli elettroni negli atomi, ma non sappiamo ciò che determina la velocità di funzionamento di un atleta. In realtà, non abbiamo ancora discusso le proprietà di qualsiasi solido o liquido, per non parlare di quelle di strutture più complesse come gli esseri viventi.

Page 15

In altri termini, dopo questa introduzione alla teoria quantistica, dobbiamo ancora collegarla al nostro mondo di tutti i giorni. Pertanto, il tema del prossimo volume sarà l'esplorazione del moto degli esseri viventi e del moto all'interno di tutta la materia, compresi i solidi e le stelle, utilizzando il quanto d'azione come base.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Appendix A

UNITÀ, MISURE E COSTANTI

Le misure sono confronti con standard. Gli standard sono basati sulle *unità*. Molti differenti sistemi di unità di misura sono stati utilizzati nel mondo. La maggioranza di tali standard conferiscono potere alle organizzazioni che li hanno in carica.

Tale potere può essere utilizzato impropriamente; questo è il caso di oggi, per esempio nell'industria dei computer, ed è stato così nel lontano passato. La soluzione è la stessa in entrambi i casi: organizzare uno standard indipendente e globale. Per le unità di misura, questo è accaduto nel XVIII secolo: al fine di evitare abusi da parte di istituzioni autoritarie, per eliminare i problemi con standard differenti, variabili ed irriproducibili, e – questo non è uno scherzo – per semplificare la riscossione delle imposte e per renderla più giusta, un gruppo di scienziati, politici e gli economisti hanno concordato un insieme di unità. Si chiama *Système International d'Unités (SI)*, abbreviato *SI* ed è definito da un trattato internazionale, la 'Convention du Mètre'. Le unità sono gestite da un'organizzazione internazionale, la 'Conférence Générale des Poids et Mesures', e le sue organizzazioni figlie, la 'Commission Internationale des Poids et Mesures' ae la 'Bureau International des Poids et Mesures' (BIPM). Tutte provenivano in tempi anteriori la rivoluzione francese.

Ref. 148

Le unità del SI

Tutte le unità del SI sono costruite da sette *unità base*, le cui definizioni ufficiali, tradotte dal francese in inglese, sono riportate di seguito, insieme alle date della loro formulazione:

- 'Il *secondo* è la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133 '. (1967)*
- 'Il *metro* è la lunghezza del cammino percorso dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo di 1/299 792 458 di un secondo '. (1983)*
- 'Il *kilogrammmo* è l'unità di massa; è uguale alla massa del prototipo internazionale del chilogrammo '. (1901)*
- 'L' *ampere* è quella corrente costante che, se mantenuta in due conduttori paralleli rettilinei di lunghezza infinita, di trascurabile sezione circolare, e posti ad 1 metro distanti nel vuoto, produrrebbe fra questi conduttori una forza uguale a $2\cdot10^{-7}$ newton per metro di lunghezza '. (1948)*
- 'Il *kelvin*, unità di temperatura termodinamica, è la frazione 1 /273,16 della temper-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

atura termodinamica del punto triplo dell'acqua '. (1967)*

- 'La *mole* è la quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0,012 chilogrammi di carbonio 12. ' (1971)*
- 'La *candela* è l'intensità luminosa, in una determinata direzione di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza $540 \cdot 10^{12}$ hertz ed ha una intensità energetica in tale direzione di (1/683) watt per steradiante '. (1979)*

Notiamo che entrambi le unità di tempo e lunghezza sono definite come certe proprietà di un esempio standard di moto, vale a dire la luce. In altre parole, anche il iin Conférence Générale des Poids et Mesures fa il punto che l'osservazione del moto è un *prerequisito* per la definizione e costruzione del tempo e dello spazio. *Il moto è il fondamento di ogni osservazione e di tutte le misurazioni.* A proposito, l'uso della luce nelle definizioni è stata proposte già nel 1827 byJacques Babinet.**

Da queste unità di base, tutte le altre unità sono definite per moltiplicazione e divisione. Così, tutte le unità del SI hanno le seguenti proprietà:

- Le unità del SI formano un sistema con *precisione allo stato dell'arte*: tutte le unità vengono definite con una precisione che è superiore alla precisione comunemente usata nelle misurazioni. Inoltre, la precisione delle definizioni è regolarmente in via di miglioramento. Quella attuale relativa all'incertezza della definizione del secondo è di circa 10^{-14}, per il metro di circa 10^{-10}, per il chilogrammo circa 10^{-9}, per l'ampere 10^{-7}, per la mole di meno di 10^{-6}, per il kelvin 10^{-6} e per la candela 10^{-3}.
- Le unità del SI formano un sistema *assoluto* : tutte le unità sono definite in modo tale che possano essere riprodotte in ogni laboratorio opportunamente attrezzato, indipendentemente, e con elevata precisione. Questo evita il più possibile qualsiasi uso improprio da parte dell'organizzazione di normazione. (Il chilogrammo, ancora definito con l'aiuto di un manufatto, è l'ultima eccezione a questo requisito; una vasta ricerca è in corso per eliminare questo manufatto dalla definizione – una gara internazionale che impiegherà un paio di anni Ci sono due approcci:. particelle di conteggio, o di fissaggio $\hbar$. Il primo può essere raggiunto nei cristalli, ad esempio, i cristalli fatti di silicio puro, l'ultimo utilizza qualsiasi formula in cui appare $\hbar$, come la formula per la lunghezza d'onda di de Broglie o quella dell'*effetto Josephson*.)
- Le unità del SI formano un sistema *pratico* : le basi sono quantità di grandezza di tutti i giorni. Frequentemente le unità usate hanno nomi standard e abbreviazioni. La lista completa comprende sette unità di base già date, le unità supplementari, le unità derivate e le unità ammesse.

Le *unità supplementari del SI* sono due: l'unità per l'angolo (piano), definito come il rapporto tra la lunghezza dell'arco ed il raggio, è il *radiante* (rad). Per l'angolo solido,

Vol. I, pag. ??
Ref. 149

* I rispettivi simboli sono s, m, kg, A, K, mol e cd. Il prototipo internazionale del chilogrammo è un cilindro di platino–iridio tenuto a BIPM in Sèvres, in Francia. Per maggiori dettagli sui livelli di cesio, consultare un libro sulla fifica atomica. La scala Celsius di temperatura θ è definita come: $\theta/°C = T/K - 273{,}15$; notare la piccola differenza con il numero indicato nella definizione del kelvin. Il SI afferma anche: 'Quando si usa la mole, le entità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle, o gruppi specificati di tali particelle. Nella definizione di mole, è inteso che gli atomi di carbonio 12 sono non legati, a riposo e nel loro stato fondamentale. Nella definizione della candela, la frequenza della luce corrisponde a 555,5 nm, cioè, colore verde, attorno alla lunghezza d'onda a cui l'occhio è più sensibile.

** Jacques Babinet (1794–1874), fisico Francese che pubblicò importanti lavori in ottica..

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

definito come il rapporto tra la zona sottesa al quadrato del raggio, l'unità è lo *steradiante* (sr).

Le *unità derivate* con nomi particolari, nella loro ortografia inglese ufficiale , cioè, senza maiuscole ed accenti, sono:

Nome	Abbreviazione	Nome	Abbreviazione
hertz	$\mathrm{Hz} = 1/\mathrm{s}$	newton	$\mathrm{N} = \mathrm{kg\,m/s^2}$
pascal	$\mathrm{Pa} = \mathrm{N/m^2} = \mathrm{kg/m\,s^2}$	joule	$\mathrm{J} = \mathrm{Nm} = \mathrm{kg\,m^2/s^2}$
watt	$\mathrm{W} = \mathrm{kg\,m^2/s^3}$	coulomb	$\mathrm{C} = \mathrm{As}$
volt	$\mathrm{V} = \mathrm{kg\,m^2/As^3}$	farad	$\mathrm{F} = \mathrm{As/V} = \mathrm{A^2s^4/kg\,m^2}$
ohm	$\Omega = \mathrm{V/A} = \mathrm{kg\,m^2/A^2s^3}$	siemens	$\mathrm{S} = 1/\Omega$
weber	$\mathrm{Wb} = \mathrm{Vs} = \mathrm{kg\,m^2/As^2}$	tesla	$\mathrm{T} = \mathrm{Wb/m^2} = \mathrm{kg/As^2} = \mathrm{kg/Cs}$
henry	$\mathrm{H} = \mathrm{Vs/A} = \mathrm{kg\,m^2/A^2s^2}$	degree Celsius	°C (see definition of kelvin)
lumen	$\mathrm{lm} = \mathrm{cd\,sr}$	lux	$\mathrm{lx} = \mathrm{lm/m^2} = \mathrm{cd\,sr/m^2}$
becquerel	$\mathrm{Bq} = 1/\mathrm{s}$	gray	$\mathrm{Gy} = \mathrm{J/kg} = \mathrm{m^2/s^2}$
sievert	$\mathrm{Sv} = \mathrm{J/kg} = \mathrm{m^2/s^2}$	katal	$\mathrm{kat} = \mathrm{mol/s}$

Notiamo che in tutte le definizioni di unità, il kilogrammo appare alla potenza di 1, 0 and −1. Potete cercare di formulare la ragione?

Sfida 154 s

Le unità non-SI *ammesse* sono *minuto*, *ora*, *giorno* (per il tempo), *grado* $1° = \pi/180\,\mathrm{rad}$, *minuto* $1' = \pi/10\,800\,\mathrm{rad}$, *secondo* $1'' = \pi/648\,000\,\mathrm{rad}$ (per gli angoli), *litro*, e *tonnellata*. Tutte le altre unità sono da evitare.

Tutte le unità del SI sono rese più pratiche dalll'introduzione di nomi standard e abbreviazioni per le potenze di dieci, i cosiddetti *prefissi*:*

Power	Name		Power	Name		Power	Name		Power	Name	
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d	10^{18}	Exa	E	10^{-18}	atto	a
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c	10^{21}	Zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m	10^{24}	Yotta	Y	10^{-24}	yocto	y
10^6	Mega	M	10^{-6}	micro	μ	unofficial:			Ref. 150		
10^9	Giga	G	10^{-9}	nano	n	10^{27}	Xenta	X	10^{-27}	xenno	x
10^{12}	Tera	T	10^{-12}	pico	p	10^{30}	Wekta	W	10^{-30}	weko	w
10^{15}	Peta	P	10^{-15}	femto	f	10^{33}	Vendekta	V	10^{-33}	vendeko	v
						10^{36}	Udekta	U	10^{-36}	udeko	u

* Alcuni di questi nomi sono di fantasia (yocto dal suono simile al latino *octo*'otto', zepto dal suono simile al latino *septem*, yotta e zetta per assomigliare a loro, exa e peta che suonano come le parole greche ἑξάκις e πεντάκις per 'sei volte' e 'cinque volte', quelli non ufficiali di suono simile alle parole greche per nove, dieci, undici e dodici); alcuni vengono dal Danese/Norvegese (atto da *atten* 'diciotto', femto da *femten* 'quindici'); alcuni vengono dal Latino (da *mille* 'mille', da *centum* 'cento', da *decem* 'dieci', da *nanus* 'nano'); alcuni vengono dall'Italiano (da *piccolo* 'piccolo'); alcuni sono Greci (micro viene da μικρός 'piccolo', deca/deka da δέκα 'dieci', hecto da ἑκατόν 'cento', kilo da χίλιοι 'mille', mega da μέγας 'grande', giga da γίγας 'gigante', tera da τέρας 'mostro').

Traduci: sono stato intrappolato in un tale ingorgo che avevo bisogno di un microsecolo per un picoparsec e che il consumo di carburante della mia macchina era di due decimi di millimetro quadrato.

Sfida 155 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

▪ Le unità del SI formano un sistema *completo*: coprono in modo sistematico il set completo di osservabili della fisica. Inoltre, fissano le unità di misura per tutte le altre scienze pure.

▪ Le unità del SI formano un sistema *universale* : possono essere utilizzate nelle attività, nell'industria, nel commercio, a casa, nell'istruzione e nella ricerca. Potrebbero essere utilizzate anche dalle civiltà extraterrestri, se esistessero.

▪ Le unità del SI formano un sistema *autoconsistente*: il prodotto o il quoziente di due unità del SI è anche una unità SI. Ciò significa che in linea di principio, la stessa sigla, ad esempio 'SI', potrebbe essere utilizzata per ogni unità.

Le unità del SI non sono l'unico possibile set che potrebbe soddisfare tutti questi requisiti, ma sono l'unico sistema esistente che lo fa.* Nel prossimo futuro, il BIPM prevede di ridefinire le unità del SI utilizzando il diagramma cubico della fisica illustrato nella Page 8 Figure 1. Questo sarà realizzato fissando, oltre ai valori di c e K_{cd}, anche i valori di $\hbar$, e, k e N_A. La definizione del secondo sarà mantenuto, per evitare la bassa precisione di tutte le misure conosciute di G. I dettagli di questo futuro, nuovo SI sono presentati su www.bipm.org/en/measurement-units/new-si/ e www.bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_draft_ch123.pdf.

Il significato di misura

Ogni misura è un confronto con uno standard. Pertanto, qualsiasi misura richiede la *materia* per realizzare lo standard (anche per uno standard di velocità), e la *radiazione* per conseguire il confronto. Il concetto di misura presuppone pertanto che la materia e la radiazione esistano e siano chiaramente separati l'una dall'altra. Sfida 156 f

Ogni misura è un confronto. Misurare implica quindi che spazio e tempo esistano, e che differiscano l'uno dall'altro.

Ogni misurazione produce un risultato di misurazione. Pertanto, ogni misurazione implica la *memorizzazione* del risultato. Il processo di misurazione così implica che la situazione prima e dopo la misura possa essere distinta. In altri termini, ogni misurazione è un processo *irreversibile*.

Ogni misura è un processo. Così ogni misurazione richiede una certa quantità di tempo e una certa quantità di spazio.

Tutte queste proprietà delle misure sono semplici ma importanti. Attenzione a chi le nega.

* Oltre unità internazionali, ci sono anche unità *provinciali*. La maggior parte unità provinciali ancora in usosono di origine Romana. Il miglio viene da *milia passum*, che è usato per essere mille (doppie) passi di circa 1480 mm ciascuna; oggi il miglio nautico, una volta definito minuto d'arco sulla superficie Terrestre, è definito esattamente come 1852 m. Il pollice viene da *uncia*/ *Onzia* (un dodicesimo – ora di un piede). La sterlina (da *pondere* 'pesare') è usato come una traduzione di *libra*– equilibrio – che è l'origine della sua abbreviazione lb. Anche l'abitudine di conteggiare in dozzine invece di decine è di origine Romana. Queste e tutte le altre simili sono unità divertenti – come il sistema in cui tutte le unità iniziano con 'f', e che usa quattordicina/quindicina come unità di velocità – sono ora ufficialmente definiti come multipli di unità del SI.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Le unità naturali di Planck

Poiché la forma esatta di molte equazioni dipende dal sistema di unità utilizzato, i fisici teorici spesso utilizzano sistemi di unità ottimizzate per produrre semplici equazioni. Le unità scelte ed i valori delle costanti della natura sono correlati. In fisica microscopica, il sistema di *unità naturali di Planck* viene utilizzato spesso. Esse sono definite impostando $c = 1, \hbar = 1, G = 1, k = 1, \varepsilon_0 = 1/4\pi$ e $\mu_0 = 4\pi$. Le unità di Planck sono quindi definite da combinazioni di costanti fondamentali; quelle corrispondenti alle unità fondamentali del SI sono riportate nella Table 10.*La tabella è utile anche nella conversione delle equazioni scritte con le unità anteriori al SI: basta sostituire ogni quantità X con X/X_{Pl}.

Sfida 157 f

TABLE 10 Unitá naturali di Planck (non corrette).

Nome	Definizione	Valore
unità base		
la lunghezza di Planck	$l_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$= 1{,}616\,0(12) \cdot 10^{-35}$ m
il tempo di Planck	$t_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$= 5{,}390\,6(40) \cdot 10^{-44}$ s
la massa di Planck	$m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$	$= 21{,}767(16)$ µg
la corrente di Planck	$I_{\text{Pl}} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 c^6/G}$	$= 3{,}479\,3(22) \cdot 10^{25}$ A
la temperatura di Planck	$T_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c^5/Gk^2}$	$= 1{,}417\,1(91) \cdot 10^{32}$ K
unità semplici		
tla velocità di Planck	$v_{\text{Pl}} = c$	$= 0{,}3$ Gm/s
il momento angolare di Planck	$L_{\text{Pl}} = \hbar$	$= 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Js
l'azione di Planck	$S_{\text{aPl}} = \hbar$	$= 1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Js
l'entropia di Planck	$S_{\text{ePl}} = k$	$= 13{,}8$ yJ/K
unità composte		
la densità di massa di Planck	$\rho_{\text{Pl}} = c^5/G^2\hbar$	$= 5.2 \cdot 10^{96}$ kg/m^3
l'energia di Planck	$E_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c^5/G}$	$= 2.0$ GJ $= 1{,}2 \cdot 10^{28}$ eV
la quantità di moto di Planck	$p_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c^3/G}$	$= 6{,}5$ Ns
la potenza di Planck	$P_{\text{Pl}} = c^5/G$	$= 3{,}6 \cdot 10^{52}$ W
la forza di Planck	$F_{\text{Pl}} = c^4/G$	$= 1{,}2 \cdot 10^{44}$ N
la pressione di Planck	$p_{\text{Pl}} = c^7/G\hbar$	$= 4{,}6 \cdot 10^{113}$ Pa
l'accelerazione di Planck	$a_{\text{Pl}} = \sqrt{c^7/\hbar G}$	$= 5{,}6 \cdot 10^{51}$ m/s^2
la frequenza di Planck	$f_{\text{Pl}} = \sqrt{c^5/\hbar G}$	$= 1{,}9 \cdot 10^{43}$ Hz
la carica elettrica di Planck	$q_{\text{Pl}} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 c\hbar}$	$= 1{,}9$ aC $= 11{,}7$ e

* Le unità naturali x_{Pl} qui riportate sono quelle comunemente utilizzate oggi, cioè, quelle definite utilizzando la costante $\hbar$, e non, come Planck originariamente fece, utilizzando la costante $h = 2\pi\hbar$. Le unità elettromagnetiche possono anche essere definite nelle espressioni con altri fattori di $4\pi\varepsilon_0$: per esempio, utilizzando $4\pi\varepsilon_0\alpha$, con la *costante di struttura fine* α, dà $q_{\text{Pl}} = e$. Per la spiegazione dei numeri tra le parentesi, vedi sotto.

Page 202

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 10 (Continued) unità naturali di Planck (non corrette).

Nome	Definizione			Valore
il potenziale di Planck	U_{Pl}	=	$\sqrt{c^4/4\pi\varepsilon_0 G}$	$= 1{,}0 \cdot 10^{27}$ V
la resistenza di Planck	R_{Pl}	=	$1/4\pi\varepsilon_0 c$	$= 30{,}0\,\Omega$
la capacitanza di Planck	C_{Pl}	=	$4\pi\varepsilon_0\sqrt{\hbar G/c^3}$	$= 1{,}8 \cdot 10^{-45}$ F
l'induttanza di Planck	L_{Pl}	=	$(1/4\pi\varepsilon_0)\sqrt{\hbar G/c^7}$	$= 1{,}6 \cdot 10^{-42}$ H
il campo elettrico di Planck	E_{Pl}	=	$\sqrt{c^7/4\pi\varepsilon_0\hbar G^2}$	$= 6{,}5 \cdot 10^{61}$ V/m
la densità di flusso magnetico di Planck	B_{Pl}	=	$\sqrt{c^5/4\pi\varepsilon_0\hbar G^2}$	$= 2{,}2 \cdot 10^{53}$ T

Le unità naturali sono importanti per un altro motivo: ogni volta che un quantitativo è superficialmente chiamato 'infinitamente piccolo (o grande)', l'espressione corretta è 'tanto piccola (o grande) quanto la corrispondente unità di Planck corretta'. Come spiegato nel testo, e in particolare nella parte finale, questa sostituzione è possibile in quanto la quasi totalità delle unità di Planck forniscono, entro un fattore di correzione di ordine 1, il valore estremante per l'osservabile corrispondente – alcuni un limite superiore e alcuni un limite inferiore. Purtroppo, questi fattori di correzione non sono ancora ampiamente conosciuti. L'esatto valore estremante per ogni osservabile in natura si ottiene quando G è sostituito da $4G$ e $4\pi\varepsilon_0$ per $4\pi\varepsilon_0\alpha$ in tutto le quantità di Planck. Questi valori estremanti, o *unità corrette di Planck*, sono *unità vere naturali*. E' possibile superare i valori estremanti solo per alcune quantità estensive. (Potete scoprire quali?)

Vol. VI, pag. ??

Sfida 158 s

Altri sistemi di unità

Un obiettivo centrale della ricerca nella fisica delle alte energie è il calcolo delle forze di tutte le interazioni; pertanto non è pratico impostare la costante gravitazionale G come unità, come nel sistema delle unità di Planck. Per questa ragione, i fisici delle alte energie spesso impostano solo $c = \hbar = k = 1$ e $\mu_0 = 1/\varepsilon_0 = 4\pi$,* lasciando solamente la costante gravitazionale G nelle equazioni.

In questo sistema, esiste una sola unità fondamentale, ma la sua scelta è libera. Spesso viene scelta una lunghezza standard come unità fondamentale, essendo la lunghezza un archetipo di una quantità misurata. Le più importanti osservabili fisiche sono allora riferite a

$$\begin{aligned} 1/[l^2] &= [E]^2 = [F] = [B] = [E_{\text{electric}}] \,, \\ 1/[l] &= [E] = [m] = [p] = [a] = [f] = [I] = [U] = [T] \,, \\ 1 &= [v] = [q] = [e] = [R] = [S_{\text{action}}] = [S_{\text{entropy}}] = \hbar = c = k = [\alpha] \,, \\ [l] &= 1/[E] = [t] = [C] = [L] \quad \text{and} \\ [l]^2 &= 1/[E]^2 = [G] = [P] \end{aligned} \qquad (115)$$

dove scriviamo $[x]$ per l'unità di quantità x. Utilizzare la stessa unità per il tempo, la

* Altre definizioni per le costanti di proporzionalità in elettrodinamica portano al sistema di unità Gaussiano spesso usato nei calcoli teorici, il sistema di unità di Heaviside–Lorentz, il sistema di unità elettrostatico, ed il sistema di unità elettromagnetico, tra gli altri.

Ref. 151

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

capacità e l'induttanza non è gradito a tutti, però, e quindi gli elettricisti non utilizzano questo sistema.*

Spesso, per avere un'idea delle energie necessarie per osservare un effetto in fase di studio, un'energia standard viene scelta come unità fondamentale. Nella fisica delle particelle l'unità di energia più comune è l'*elettron volt* eV, definito come l'energia cinetica acquisita da un elettrone quando accelerato da una differenza di potenziale elettrico di 1 volt ('proton volt' sarebbe un nome migliore). Quindi si ha $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$, o approssimativamente

$$1\,\mathrm{eV} \approx \tfrac{1}{6}\,\mathrm{aJ} \qquad (116)$$

che è più facile da ricordare. La semplificazione $c = \hbar = 1$ porta $G = 6{,}9 \cdot 10^{-57}\,\mathrm{eV}^{-2}$ e permette di utilizzare l'unità eV anche per massa, quantità di moto, temperatura, frequenza, tempo e lunghezza, con le rispettive corrispondenze $1\,\mathrm{eV} \equiv 1{,}8 \cdot 10^{-36}\,\mathrm{kg} \equiv 5{,}4 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{Ns} \equiv 242\,\mathrm{THz} \equiv 11{,}6\,\mathrm{kK}$ e $1\,\mathrm{eV}^{-1} \equiv 4{,}1\,\mathrm{fs} \equiv 1{,}2\,\mathrm{\mu m}$.

Sfida 159 f

Per avere qualche stima per l'unità di eV, le seguenti relazioni sono utili. La temperatura ambiente, di solito presa come 20°C or 293 K, corrisponde ad una energia cinetica per particella di 0.025 eV o 4,0 zJ. L'energia massima delle particelle misurate finora appartengono ad un raggio cosmicio con una energia di $3 \cdot 10^{20}$ eV o 48 J. Giù qui sulla Terra, saranno presto ultimati un acceleratore in grado di produrre una energia di circa 105 GeV o 17 nJ per gli elettroni e gli antielettroni, ed uno in grado di produrre una energia di 14 TeV o 2,2 μJ per i protoni.Entrambi sono di proprietà del CERN a Ginevra e hanno una circonferenza di 27 km.

Ref. 152

La temperatura più bassa misurata finora è 280 pK, in un sistema di nuclei di rodio tenuti all'interno di un sistema di raffreddamento speciale. L'interno di tale criostato può anche essere il punto più freddo in tutto l'universo. L'energia cinetica per particella corrispondente a quella temperatura è anche la più piccola mai misurata: corrisponde a 24 feV o 3,8 vJ = $3{,}8 \cdot 10^{-33}$ J. Per le particelle isolate, il record sembra essere per i neutroni: sono state raggiunte energie cinetiche basse fino a 10^{-7} eV, corrispondenti alle lunghezze d'onda di De Broglie di 60 nm.

Ref. 153

Curiosità e divertenti sfide sulle unità

La lunghezza di Planck è di circa la lunghezza d'onda di de Broglie $\lambda_{\mathrm{B}} = h/mv$ di un uomo che cammina comodamente ($m = 80\,\mathrm{kg}$, $v = 0.5\,\mathrm{m/s}$); questo movimento è perciò chiamato giustamente la 'passeggiata di Planck.'

Ref. 154

* *

La massa di Planck è uguale alla massa di circa 10^{19} protoni. Questa è all'incirca la massa di un embrione umano a circa dieci giorni di età.

---

* Nell'elenco, l è la lunghezza, E l'energia, F la forza, E_{electric} il campo elettrico e il campo magnetico B, m la massa, p la quantità di moto, a l'accelerazione, f la frequenza, I la corrente elettrica, U la tensione, T la temperatura, v la velocità, q la carica, R la resistenza, P la potenza, G la costante gravitazionale.

La pagina web www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units_en.html fornisce uno strumento per convertire varie unità in altre.

I ricercatori in relatività generale spesso usano un altro sistema, in cui il *raggio di Schwarzschild* $r_{\mathrm{S}} = 2Gm/c^2$ viene utilizzato per misurare le masse, impostando $c = G = 1$. In questo caso, la massa e la lunghezza hanno la *stessa* dimensione, e $\hbar$ ha la dimensione di un'area.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

* *

Le quantità misurate più esattamente della natura sono le frequenze di alcune pulsar millisecondo, la frequenze di alcune transizioni atomiche strette, e la costante Rydberg dell'idrogeno *atomico*, che possono essere tutte misurate nel modo più preciso come è definito il secondo. La transizione del cesio che definisce il secondo ha una larghezza di linea finita che limita la precisione ottenibile: il limite è di circa 14 cifre.

Ref. 155

* *

L'orologio più preciso mai realizzato, che utilizzava le microonde, aveva una stabilità di10^{-16} durante il trascorrere di 500 s. Per periodi di tempo più lunghi, il record nel 1997 fu di circa 10^{-15}; ma valori attorno 10^{-17} sembrano a portata della tecnologia. La precisione degli orologi è limitata per tempi brevi di misura dal rumore, e per lunghi tempi di misura dalla deriva, cioè, da effetti sistematici di misura. La regione di massima stabilità dipende dal tipo di orologio; di solito si trova tra 1 ms per orologi ottici e 5000 s per i maser. Le pulsar sono l'unico tipo di orologio per il quale questa regione non è ancora nota; si trova sicuramente a più di 20 anni, il tempo trascorso al momento dello scritto dalla loro scoperta.

Ref. 156

Ref. 157

* *

I tempi più brevi misurati sono le vite di alcune particelle 'elementari'. In particolare, la durata di alcuni mesoni D è stata misurata a meno di 10^{-23} s. Tali tempi sono misurati con un camera a bolle, dove la traccia è fotografata. Potete stimare quanto è lunga la traccia ? (Questa è una domanda trabocchetto – se la lunghezza non può essere osservata con un microscopio ottico, avete commesso un errore nei vostri calcoli.)

Ref. 158

Sfida 160 s

* *

I tempi più lunghi che si incontrano in natura sono le vite di alcuni radioisotopi, oltre 10^{15} anni, e il limite inferiore di decadimento di alcuni protoni, oltre 10^{32} anni. Questi tempi sono quindi molto più grandi dell'età dell'universo, stimato in quattordicimila milioni di anni.

Ref. 159

* *

Le variazioni delle quantità sono spesso molto più facili da misurare rispetto ai loro valori. Ad esempio, nei rivelatori di onde gravitazionali, la sensibilità realizzata nel 1992 è stata di $\Delta l/l = 3 \cdot 10^{-19}$ per lunghezze dell'ordine di 1 m. In altre parole, per un blocco di circa un metro cubo di metallo è possibile misurare variazioni di lunghezza circa 3000 volte più piccole del raggio dei protoni. Questi impianti vengono ora sostituiti dagli interferometri ad anello. Sono già stati costruiti interferometri ad anello che misurano differenze di frequenza di 10^{-21}; e sono ancora in corso di miglioramento.

Ref. 160

Ref. 161

Precisione ed accuratezza delle misure

Le misure sono alla base della fisica. Ogni misurazione ha un *errore*. Gli errori sono dovuti a mancanza di precisione o mancanza di accuratezza. La *precisione* significa come viene riprodotto bene un risultato quando la misura viene ripetuta; L'*accuratezza* è il grado con cui una misura corrisponde al valore reale.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

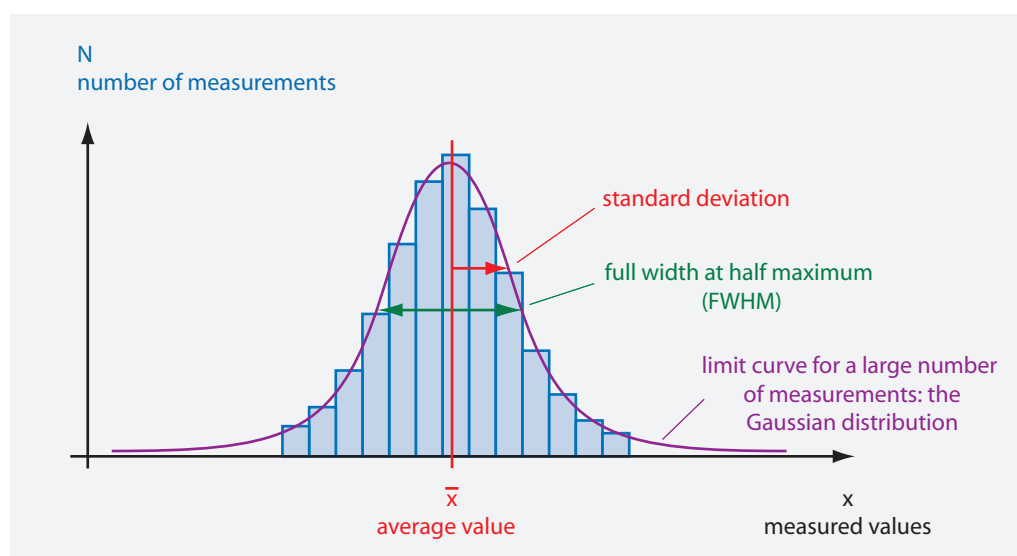



FIGURE 85 Un esperimento di precisione e la sua distribuzione di misura. la precisione è alta se la larghezza della distribuzione è ristretta; l'accuratezza è alta se il centro della distribuzione concorda con il valore reale.

La mancanza di precisione è dovuta a cause accidentali o *errori casuali*; essi sono meglio misurati dalla *deviazione standard*, di solito abbreviata σ; è definita attraverso

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 , \qquad (117)$$

dove $\bar{x}$ è la media delle misure x_i. (Potete immaginare perché è utilizzato $n-1$ nella formula invece di n?)

Sfida 161 s

Per la maggior parte degli esperimenti, la distribuzione dei valori di misurazione tende verso una distribuzione normale, chiamata anche *distribuzione Gaussiana*, quando viene aumentato il numero di misurazioni. La distribuzione, indicata in Figure 85, è descritta dall'espressione

$$N(x) \approx \mathrm{e}^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} . \qquad (118)$$

Il quadrato σ^2 della deviazione standard è pure chiamato la *varianza*. Per una distribuzione Gaussiana di valori di misure, $2{,}35\sigma$ è la larghezza a metà altezza.

Sfida 162 f

La mancanza di accuratezza è dovuta agli *errori sistematici*; Di solito questi possono essere solo stimati. Tale stima viene spesso aggiunta agli errori casuali per produrre un *errore sperimentale totale*, a volte chiamato anche *incertezza totale*. L' *relative* errore o incertezza è il rapporto tra l'errore e il valore misurato.

Ref. 162

Ad esempio, una misura professionale darà un risultato come 0,312(6) m. Il numero tra parentesi è la deviazione standard σ, in unità delle ultime cifre. Come sopra,è assunta una distribuzione Gaussiana per i risultati della misurazione. Pertanto, un valore di 0,312(6) m implica che il valore reale atteso giace challengn

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

— entro 1σ con 68,3 % probabilità, quindi in questo esempio entro 0,312 ± 0,006 m;
— entro 2σ con 95,4 % probabilità, quindi in questo esempio entro 0,312 ± 0,012 m;
— entro 3σ con 99,73 % probabilità, quindi in questo esempio entro 0,312 ± 0,018 m;
— entro 4σ con 99,9937 % probabilità, quindi in questo esempio entro 0,312 ± 0,024 m;
— entro 5σ con 99,999 943 % probabilità, quindi in questo esempio entro 0,312 ± 0.030 m;
— entro 6σ con 99,999 999 80 % probabilità, quindi entro 0,312 ± 0.036 m;
— entro 7σ con 99,999 999 999 74 % probabilità, quindi entro 0,312 ± 0,041 m.

Sfida 163 s

(Gli ultimi numeri hanno senso?)

Si noti che le deviazioni standard hanno una cifra; è necessario essere un esperto mondiale per usane due, e uno sciocco a usarne di più. Se non si specifica la deviazione standard, è assunta una (1). Di conseguenza, tra i professionisti, 1 km e 1000 m *non* sono la stessa lunghezza!

Cosa succede agli errori quando due valori misurati A e Bs ono aggiunti o sottratti? Se tutte le misure sono indipendenti – o non correlate – la deviazione standard della somma *e* quella della differenza è data da $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$. Per entrambi il prodotto o il rapporto di due valori misurati e non correlati C e D, il risultato è $\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$, dove i termini ρ sono le deviazioni standard *relative*.

Sfida 164 s

Ammettiamo che misurate che un oggetto si muove di 1,0 m in 3,0 s: qual è il valore di velocità misurato?

Limiti alla precisione

Cosa sono i limiti di accuratezza e precisione? Non c'è modo, anche in linea di principio, di misurare una lunghezza x con una *precisione* superiore a circa 61 cifre, perché in natura, il rapporto tra la più grande e la più piccola lunghezza misurabile è$\Delta x/x > l_{\text{Pl}}/d_{\text{horizon}} = 10^{-61}$. (Questo rapporto è valido anche per la forza o per il volume?) Nel volume finale del nostro testo, gli studi di orologi e metri a barre rafforzano questo limite teorico.

Sfida 165 f

Vol. VI, pag. ??

Ma non è difficile dedurre limiti pratici più rigorosi. Nessuna macchina immaginabile può misurare grandezze con una precisione superiore della misura del diametro della Terra entro la lunghezza più piccola mai misurata, circa 10^{-19} m; che ha una precisione di circa 26 cifre. Utilizzando un limite più realistico delle dimensioni di una macchina di 1000 m implica un limite di 22 cifre. Se, come previsto in precedenza, le misure di tempo raggiungono davvero una precisione di 17 cifre, allora ci si sta avvicinando al limite pratico, perché a parte le dimensioni, vi è un'ulteriore limitazione pratica: il costo. Infatti, un'ulteriore cifra nella precisione della misura spesso significa una cifra aggiuntiva del costo delle attrezzature .

Costanti fisiche

In fisica, le osservazioni generali sono dedotte da quelle più fondamentali. Di conseguenza, molte misure possono essere dedotte da quelle più fondamentali. Le misure fondamentali sono quelle delle costanti fisiche.

Le seguenti tabelle indicano i valori migliori del mondo delle più importanti costanti e le proprietà delle particelle fisiche – in unità SI e in alcune altre unità comuni – come

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Ref. 163 pubblicato in riferimenti standard. I valori sono le medie mondiali delle migliori misurazioni effettuate fino ad oggi. Come al solito, gli errori sperimentali, tra cui entrambi gli errori sistematici e casuali stimati, sono espressi dando la deviazione standard nelle ultime cifre. Infatti, dietro ciascuno dei numeri nelle seguenti tabelle c'è una lunga storia Ref. 164 che vale la pena raccontare, ma per la quale non c'è abbastanza spazio qui.

Ref. 163 In linea di principio, tutte le proprietà quantitative della materia possono essere calcolate con la teoria quantistica ed i valori di alcune costanti fisiche. Ad esempio, il colore, la densità e le proprietà elastiche possono essere previste con le equazioni del modello Vol. V, pag. ?? standard delle particelle fisiche ed i valori delle seguenti costanti fondamentali.

TABLE 11 Costanti fisiche di base.

QUANTITÀ	SIMBOLO	VALORE IN UNITÀ SI	UNCERT.[a]
Costanti che definiscono le unità di misura SI			
Velocità della luce nel vuoto[c]	c	299 792 458 m/s	0
Permeabilità vuoto[c]	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m	0
		= 1,256 637 061 435 ... μH/m	0
permittività vuoto[c]	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 817 620 ... pF/m	0
Costante di Plank originale	h	$6{,}626\,069\,57(52) \cdot 10^{-34}$ Js	$4.4 \cdot 10^{-8}$
Costante di Plank ridotta, quanto d'azione	$\hbar$	$1{,}054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}$ Js	$4.4 \cdot 10^{-8}$
Carica del positrone	e	0,160 217 656 5(35) aC	$2.2 \cdot 10^{-8}$
Costante di Boltzmann	k	$1{,}380\,6488(13) \cdot 10^{-23}$ J/K	$9{,}1 \cdot 10^{-7}$
Costante gravitazionale	G	$6{,}673\,84(80) \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²	$1.2 \cdot 10^{-4}$
Costante di accoppiamento gravitazionale	$\kappa = 8\pi G/c^4$	$2{,}076\,50(25) \cdot 10^{-43}$ s²/kg m	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$
Costanti fondamentali (di origine sconosciuta)			
Numero di dimensioni dello spazio-tempo		3 + 1	0[b]
Costante di struttura fine[d] o	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$	1/137,035 999 074(44)	$3{,}2 \cdot 10^{-10}$
costante di accoppiamento e.m.	$= g_{em}(m_e^2 c^2)$	= 0,007 297 352 5698(24)	$3{,}2 \cdot 10^{-10}$
costante di accoppiamento di Fermi[d] or	$G_F/(\hbar c)^3$	$1{,}166\,364(5) \cdot 10^{-5}$ GeV^{-2}	$4{,}3 \cdot 10^{-6}$
costante di accoppiamento debole	$\alpha_w(M_Z) = g_w^2/4\pi$	1/30,1(3)	$1 \cdot 10^{-2}$
Angolo di miscelazione debole	$\sin^2\theta_W(\overline{MS})$	0.231 24(24)	$1.0 \cdot 10^{-3}$
	$\sin^2\theta_W$ (on shell) $= 1 - (m_W/m_Z)^2$	0,2224(19)	$8.7 \cdot 10^{-3}$
costante di accoppiamento forte[d]	$\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$	0,118(3)	$25 \cdot 10^{-3}$
CKM matrice miscelazione dei quark	$\lvert V \rvert$	$\begin{pmatrix} 0{,}97428(15) & 0{,}2253(7) & 0{,}00347(16) \\ 0{,}2252(7) & 0{,}97345(16) & 0{,}0410(11) \\ 0{,}00862(26) & 0{,}0403(11) & 0{,}999152(45) \end{pmatrix}$	
Invariante di Jarlskog	J	$2{,}96(20) \cdot 10^{-5}$	
PMNS matrice misc. neutrino	P	$\begin{pmatrix} 0{,}82 & 0{,}55 & -0{,}15 + 0{,}038i \\ -0{,}36 + 0{,}020i & 0{,}70 + 0{,}013i & 0{,}61 \\ 0{,}44 + 0{,}026i & -0{,}45 + 0{,}017i & 0{,}77 \end{pmatrix}$	

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito su www.motionmountain.net

TABLE 11 (Continued) Basic physical constants.

Quantità	Simbolo	Valore in unità SI	Uncert.[a]
Masse di particelle elementari (di origine sconosciuta)			
Massa elettrone	m_e	$9{,}109\,382\,91(40) \cdot 10^{-31}$ kg	$4{,}4 \cdot 10^{-8}$
		$5{,}485\,799\,0946(22) \cdot 10^{-4}$ u	$4{,}0 \cdot 10^{-10}$
		$0{,}510\,998\,928(11)$ MeV	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Massa muone	m_μ	$1{,}883\,531\,475(96) \cdot 10^{-28}$ kg	$5{,}1 \cdot 10^{-8}$
		$0{,}113\,428\,9267(29)$ u	$2{,}5 \cdot 10^{-8}$
		$105{,}658\,3715(35)$ MeV	$3{,}4 \cdot 10^{-8}$
Massa Tau	m_τ	$1{,}776\,82(16)$ GeV$/c^2$	
Massa neutrino el.	m_{ν_e}	< 2 eV$/c^2$	
Massa neutrino muone	m_{ν_e}	< 2 eV$/c^2$	
Massa neutrino Tau	m_{ν_e}	< 2 eV$/c^2$	
Massa quark top	u	1,8 to 3.0 MeV$/c^2$	
Massa quark Down	d	4,5 to 5,5 MeV$/c^2$	
Massa quark strano	s	95(5) MeV$/c^2$	
Massa quark charm	c	1,275(25) GeV$/c^2$	
Massa quark bottom	b	4,18(17) GeV$/c^2$	
Massa quark top	t	173,5(1.4) GeV$/c^2$	
Massa fotone	γ	$< 2 \cdot 10^{-54}$ kg	
W boson!mass	$W^\pm$	80,385(15) GeV$/c^2$	
Z boson!mass	Z^0	91,1876(21) GeV$/c^2$	
massa Higgs	H	126(1) GeV$/c^2$	
massa gluone	$g_{1\ldots8}$	*c.* 0 MeV$/c^2$	
Masse di particelle composte			
Massa protone	m_p	$1{,}672\,621\,777(74) \cdot 10^{-27}$ kg	$4{,}4 \cdot 10^{-8}$
		$1{,}007\,276\,466\,812(90)$ u	$8{,}9 \cdot 10^{-11}$
		$938{,}272\,046(21)$ MeV	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Massa neutrone	m_n	$1{,}674\,927\,351(74) \cdot 10^{-27}$ kg	$4{,}4 \cdot 10^{-8}$
		$1{,}008\,664\,916\,00(43)$ u	$4{,}2 \cdot 10^{-10}$
		$939{,}565\,379(21)$ MeV	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
unità di massa atomica	$m_u = m_{^{12}C}/12 = 1$ u	1,660 538 921(73) yg	$4{,}4 \cdot 10^{-8}$

a. Incertezza: deviazione standard degli errori delle misure.
b. Misurati soltanto da 10^{-19} m a 10^{26} m.
c. Definizione di costante.
d. Tutte le costanti di accoppiamento dipendono dal trasferimento 4-momento, come spiegato nella sezione sulla rinormalizzazione. Page ?? *costante di struttura fine* è il nome tradizionale per l'accoppiamento elettromagnetico costante g_{em} nel caso di un trasferimento 4-momento di $Q^2 = m_e^2 c^2$, che è il più piccolo possibile. Per momenti superiori ha valori più grandi, ad esempio, $g_{em}(Q^2 = M_W^2 c^2) \approx 1/128$. Al contrario, la costante di accoppiamento forte ha valori più bassi per trasferimenti di momenti più alti, cioè, $\alpha_s(34\,\text{GeV}) = 0.14(2)$.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2013 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

perché tutte queste costanti hanno il valore che hanno? Per qualsiasi costante di base*con una dimensione*, come il quanto d'azione $\hbar$, il valore numerico ha un significato solo storico. E' $1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Js a causa della definizionedel joule e del secondo nel SI. La domanda perché il valore di una costante dimensionale non è più grande o più piccola pertanto richiede sempre di comprendere l'origine di alcuni numeri adimensionali dando il rapporto tra la costante e la corrispondente *unità naturale* che viene definita con c, G, $\hbar$ e α. Maggiori informazioni sui valori delle unità naturali sono date sopra. Page 215 Comprendere le dimensioni di atomi, persone, alberi e stelle, la durata dei processi molecolari e atomici, o la massa dei nuclei e delle montagne, implica la comprensione dei rapporti tra questi valori e la corrispondente unità naturale. La chiave per comprendere la natura è quindi la comprensione di tutti i rapporti, e quindi di tutti le costanti adimensionali. La ricerca della comprensione di tutti i rapporti, tra cui la costante di struttura fine α stessa, è completata solo nel volume finale della nostra avventura.

Le costanti di base producono le seguenti osservazioni utili ed altamente precise.

TABLE 12 Costanti fisiche derivate.

Quantità	Simbolo	Valore in unità SI	Incert.
Impedenza del vuoto	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Numero di Avogadro	N_A	$6{,}022\,141\,29(27) \cdot 10^{23}$	$4{,}4 \cdot 10^{-8}$
Numero di Loschmidt at 273,15 K and 101 325 Pa	N_L	$2{,}686\,7805(24) \cdot 10^{23}$	$9{,}1 \cdot 10^{-7}$
Costante di Faraday	$F = N_A e$	96 485,3365(21) C/mol	$2.2 \cdot 10^{-8}$
Costante universale dei gas	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	$9{,}1 \cdot 10^{-7}$
Volume molare del gas ideale at 273,15 K and 101 325 Pa	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	$9{,}1 \cdot 10^{-7}$
Costante di Rydberg [a]	$R_\infty = m_e c\alpha^2/2h$	10 973 731.568 539(55) m^{-1}	$5 \cdot 10^{-12}$
Conduttanza quantistica	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 346(25) μS	$3{,}2 \cdot 10^{-10}$
Flusso magnetico quantistico	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 758(46) pWb	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Rapporto di frequenza Josephson	$2e/h$	483,597 870(11) THz/V	$2.2 \cdot 10^{-8}$
Costante di Von Klitzing	$h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	25 812.807 4434(84) Ω	$3{,}2 \cdot 10^{-10}$
Magnetone di Bohr	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 009 68(20) yJ/T	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Raggio dell'elettrone classico	$r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$	2,817 940 3267(27) fm	$9{,}7 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton dell'elettrone	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	$6{,}5 \cdot 10^{-10}$
	$\bar{\lambda}_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 268 00(25) pm	$6{,}5 \cdot 10^{-10}$
Raggio di Bohr [a]	$a_\infty = r_e/\alpha^2$	52,917 721 092(17) pm	$3{,}2 \cdot 10^{-10}$
Quanto di circolazione	$h/2m_e$	$3{,}636\,947\,5520(24) \cdot 10^{-4}\ m^2/s$	$6{,}5 \cdot 10^{-10}$
carica specifica del positrone	e/m_e	$1{,}758\,820\,088(39) \cdot 10^{11}$ C/kg	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Frequenza di ciclotrone of the electron	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27,992 491 10(62) GHz/T	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnetico dell'elettrone	μ_e	$-9{,}284\,764\,30(21) \cdot 10^{-24}$ J/T	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
	μ_e/μ_B	−1,001 159 652 180 76(27)	$2{,}6 \cdot 10^{-13}$
	μ_e/μ_N	$-1{,}838\,281\,970\,90(75) \cdot 10^{3}$	$4{,}1 \cdot 10^{-10}$
Fattore g dell'elettrone	g_e	−2,002 319 304 361 53(53)	$2{,}6 \cdot 10^{-13}$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2016 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 12 (Continued) Costanti fisiche derivate.

Quantità	Simbolo	Valore in unità SI	Incert.
Rapporto di massa muone–elettrone	m_μ/m_e	206,768 2843(52)	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Momento magnetico del muone	μ_μ	$-4,490\,448\,07(15) \cdot 10^{-26}$ J/T	$3,4 \cdot 10^{-8}$
fattore-g muone	g_μ	−2,002 331 8418(13)	$6,3 \cdot 10^{-10}$
Rapporto di massa protone-elettrone	m_p/m_e	1 836.152 672 45(75)	$4.1 \cdot 10^{-10}$
Carica specifica protone	e/m_p	$9,578\,833\,58(21) \cdot 10^{7}$ C/kg	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Lunghezza d'onda Compton protone	$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	1,321 409 856 23(94) fm	$7,1 \cdot 10^{-10}$
magnetone nucleare	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5,050\,783\,53(11) \cdot 10^{-27}$ J/T	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnetico protone	μ_p	$1,410\,606\,743(33) \cdot 10^{-26}$ J/T	$2,4 \cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_B	$1,521\,032\,210(12) \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-9}$
	μ_p/μ_N	2,792 847 356(23)	$8,2 \cdot 10^{-9}$
Rapporto giromagnetico protone	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	$2,675\,222\,005(63) \cdot 10^{8}$ Hz/T	$2,4 \cdot 10^{-8}$
Fattore g protone	g_p	5,585 694 713(46)	$8,2 \cdot 10^{-9}$
Rapporto di massa neutrone–elettrone	m_n/m_e	1 838,683 6605(11)	$5,8 \cdot 10^{-10}$
Rapporto di massa neutrone–protone	m_n/m_p	1,001 378 419 17(45)	$4,5 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton neutrone	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 9068(11) fm	$8,2 \cdot 10^{-10}$
Momento magnetico neutrone	μ_n	$-0,966\,236\,47(23) \cdot 10^{-26}$ J/T	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	$-1,041\,875\,63(25) \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	−1,913 042 72(45)	$2,4 \cdot 10^{-7}$
Costante di Stefan–Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56,703 73(21) $\text{nW/m}^2\text{K}^4$	$3,6 \cdot 10^{-6}$
Costante dello spostamento di Wien	$b = \lambda_{max} T$	2,897 7721(26) mmK	$9,1 \cdot 10^{-7}$
		58,789 254(53) GHz/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Electron volt	eV	$1,602\,176\,565(35) \cdot 10^{-19}$ J	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Costante di conversione bit-entropia	$k \ln 2$	10^{23} bit = 0,956 994 5(9) J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
contenuto d'energia TNT		3.7 to 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a. Per la massa infinita dei nuclei.

Nella seguente tabella vengono date alcune proprietà utili del nostro ambiente locale.

TABLE 13 Costanti astronomiche.

Quantità	Simbolo	Valore
Anno tropicale 1900 [a]	a	31 556 925,974 7 s
Anno tropicale 1994	a	31 556 925,2 s
Giorno siderale medio	d	$23^h 56' 4,090\,53''$
Distanza media Terra–Sole [b]		149 597 870,691(30) km
unità atronomiche [b]	AU	149 597 870 691 m
Anno luce, basato sull'anno Giuliano [b]	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Massa della Terra	$M_♁$	$5,973(1) \cdot 10^{24}$ kg

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 13 (Continued) Costanti astronomiche.

Quantità	Simbolo	Valore
Costante gravitazionale geocentrica	GM	$3{,}986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^3/s^2}$
Lunghezza gravitazionale della Terra	$l_{♁} = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Raggio equatoriale della Terra [c]	$R_{♁\mathrm{eq}}$	6378,1366(1) km
Raggio polare della Terra [c]	$R_{♁\mathrm{p}}$	6356,752(1) km
Equator–pole distance [c]		10 001,966 km (average)
Schiacciamento della Terra [c]	$e_{♁}$	1/298,25642(1)
Densità media Terra	$\rho_{♁}$	$5{,}5\,\mathrm{Mg/m^3}$
Earth's age	$T_{♁}$	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Gravità normale Terra	g	$9{,}806\,65\,\mathrm{m/s^2}$
pressione atmosferica standard della Terra	p_0	101 325 Pa
Raggio della Luna	$R_{☾\mathrm{v}}$	1738 km in direzione della Terra
Raggio della Luna	$R_{☾\mathrm{h}}$	1737,4 km nelle altre due direzioni
Massa della Luna	$M_{☾}$	$7{,}35 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$
Distanza media della Luna [d]	$d_{☾}$	384 401 km
Distanza della Luna al perigeo [d]		tipicamente 363 Mm, minimo storico 359 861 km
Distanza della Luna all' apogeo [d]		tipicamente 404 Mm, massimo storico 406 720 km
Dimensione angolare della Luna [e]		medio 0,5181° = 31,08′, minimo 0,49°, massimo 0,55°
Densità media della Luna	$\rho_{☾}$	$3{,}3\,\mathrm{Mg/m^3}$
Gravità sulla superficie della Luna	$g_{☾}$	$1{,}62\,\mathrm{m/s^2}$
pressione atmosferica della Luna	$p_{☾}$	dalla 10^{-10} Pa (notte) al 10^{-7} Pa (giorno)
Massa di Giove	$M_{♃}$	$1{,}90 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$
raggio equatoriale di Giove	$R_{♃}$	71,398 Mm
raggio polare di Giove	$R_{♃}$	67,1(1) Mm
distanza media di Giove dal Sole	$D_{♃}$	778 412 020 km
gravità sulla superficie di Giove	$g_{♃}$	$24{,}9\,\mathrm{m/s^2}$
pressione atmosferica di Giove	$p_{♃}$	da 20 kPa a 200 kPa
Massa del Sole	$M_{\odot}$	$1{,}988\,43(3) \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Lunghezza gravitazionale del Sole	$2GM_{\odot}/c^2$	2,953 250 08(5) km
Costante gravitazionale eliocentrica	$GM_{\odot}$	$132{,}712\,440\,018(8) \cdot 10^{18}\,\mathrm{m^3/s^2}$
Luminosità del Sole	$L_{\odot}$	384,6 YW
raggio equatoriale del Sole	$R_{\odot}$	695,98(7) Mm
dimensione angolare del Sole		0,53° media; Minimo al quattro di Luglio (afelio) 1888″, massimo al quattro di Gennaio (perielio) 1952″
Densità media del Sole	$\rho_{\odot}$	$1{,}4\,\mathrm{Mg/m^3}$
Distanza media del Sole	AU	149 597 870,691(30) km
Età del Sole	$T_{\odot}$	4.6 Ga

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 13 (Continued) Costanti astronomiche.

Quantità	Simbolo	Valore
Velocità del Sole attorno al centro della galassia	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
Velocità del Sole rispetto alla radiazione di fondo	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
Gravità sulla superficie del Sole	$g_\odot$	$274\,\mathrm{m/s^2}$
La più bassa pressione fotosferica del Sole	$p_\odot$	15 kPa
Distanza del centro della Via Lattea		8,0(5) kpc = 26,1(1,6) kal
Età della Via Lattea		13,6 Ga
Dimensione della Via Lattea		*c.* 10^{21} m or 100 kal
Massa della Via Lattea		10^{12} solar masses, *c.* $2 \cdot 10^{42}$ kg
La massima distanza di ammassi di galassie conosciute	SXDF-XCLJ 0218-0510	$9.6 \cdot 10^9$ al

a. Definizione di costante, da equinozio di primavera ad equinozio di primavera.; una volta esso era utilizzato per definire il secondo. (Ricorda: π secondi è circa un nanosecolo.) Il valore per il 1990 è di circa meno 0,7 s, corrispondente ad un rallentamento di circa 0,2 ms/a. (Attenzione: perché?) C'è anche una formula empirica per la variazione della lunghezza dell'anno nel tempo.

Sfida 166 s
Ref. 165

b. La precisione veramente sorprendente nella distanza media Terra–Sole di solo 30 m risulta da medie temporali di segnali inviati dal modulo orbitante Viking e dal modulo di atterraggio di Marte prese per un periodo di oltre venti anni. Notare che l'Unione Astronomica Internazionale distingue la distanza media Terra–Sole dalla *unità astronomica* stessa; quest'ultima è definita come una lunghezza fissa e precisa. Anche l'*anno luce* è un'unità definita come numero esatto dalla UAI. Per ulteriori informazioni, vedere www.iau.org/public/measuring.

c. La forma della Terra è descritta più precisamente con il Sistema Geodetico Mondiale. L'ultima edizione risale dal 1984. Per una vasta presentazione del suo background e delle sue informazioni, vedere il www.wgs84.com website. L'Unione Geodetica Internazionale ha affinato i dati nel 2000. I raggi e l'appiattimento dati qui sono quelli per il 'sistema della marea media '. Essi differiscono da quelli del 'sistema a marea zero' e altri sistemi di circa 0,7 m. I dettagli costituiscono una scienza in sé.

d. Misurata da centro a centro. Per trovare la posizione esatta della Luna a una certa data, vedere la pagina web www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Per i pianeti, vedere la pagina www.fourmilab.ch/solar/solar.html e le altre pagine dello stesso sito.

e. Gli angoli sono definiti come segue: 1 grado = $1^\circ = \pi/180$ rad, 1 (primo) minuto = $1' = 1°/60$, 1 (minuto) secondo = $1'' = 1'/60$. Le antiche unità 'minuto terzo' e 'minuto quarto', ciascuno 1/60th del precedente, non sono più in uso. ('Minuto' significa originariamente 'molto piccolo', come nell'Inglese moderno.)

Alcune proprietà della natura in generale sono elencate nella seguente tabella. (Se volete una sfida, potete determinare se una proprietà dell'universo stesso è elencata?)

Sfida 167 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 14 Costanti cosmologiche.

Quantità	Simbolo	Valore
Costanti cosmologiche	Λ	*c.* $1 \cdot 10^{-52}\,\mathrm{m}^{-2}$
Età dell'universo [a]	t_0	$4{,}333(53) \cdot 10^{17}\,\mathrm{s} = 13{,}8(0{,}1) \cdot 10^{9}\,\mathrm{a}$
(determinata per lo spazio-tempo, in espansione, utilizzando la relatività generale)		
Età dell'universo [a]	t_0	over $3{,}5(4) \cdot 10^{17}\,\mathrm{s} = 11{,}5(1{,}5) \cdot 10^{9}\,\mathrm{a}$
(determinata per le galassie, attraverso galassie e stelle, utilizzando la teoria quantistica)		
Parametro di Hubble [a]	H_0	$2{,}3(2) \cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1} = 0{,}73(4) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$
	$= h_0 \cdot 100\,\mathrm{km/s\,Mpc} = h_0 \cdot 1{,}0227 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$	
Parametro di Hubble ridotto [a]	h_0	0.71(4)
parametro di decelerazione [a]	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	$-0{,}66(10)$
Distanza dell'orizzonte dell'Universo [a]	$d_0 = 3ct_0$	$40{,}0(6) \cdot 10^{26}\,\mathrm{m} = 13.0(2)\,\mathrm{Gpc}$
Topologia dell'Universo		approssimata a $10^{26}\,\mathrm{m}$
Numero di dimensioni dello spazio		3, per distanze sino a $10^{26}\,\mathrm{m}$
Densità critica	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2 \cdot 1.878\,82(24) \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg/m^3}$
of the universe		$= 0{,}95(12) \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg/m^3}$
Parametro di densità (totale) [a]	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parametro di densità del barione [a]	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)
Parametro di densità della materia oscura fredda [a]	$\Omega_{CDM0} = \rho_{CDM0}/\rho_c$	0,23(4)
Parametro di densità del neutrino [a]	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0,001 to 0,05
Parametro di densità dell'energia oscura [a]	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0,73(4)
Parametro di stato dell'energia oscura	$w = p_X/\rho_X$	$-1{,}0(2)$
Massa del barione	m_b	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Numero densità del barione		$0{,}25(1)\,/\mathrm{m^3}$
Densità della materia luminosa		$3{,}8(2) \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg/m^3}$
Stelle nell'universo	n_s	$10^{22\pm1}$
Barioni nell'universo	n_b	$10^{81\pm1}$
Temperatura della radiazione di fondo [b]	T_0	$2{,}725(1)\,\mathrm{K}$
Fotoni nell'universo	n_γ	10^{89}
Densità di energia del fotone	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4/15T_0^4$	$4{,}6 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg/m^3}$
Numero densità del fotone		$410{,}89\,/\mathrm{cm^3}$ or $400\,/\mathrm{cm^3}(T_0/2{,}7\,\mathrm{K})^3$
Ampiezzaa perturbazione di densità	$\sqrt{S}$	$5{,}6(1{,}5) \cdot 10^{-6}$
Ampiezza onda di gravità	$\sqrt{T}$	$< 0{,}71\sqrt{S}$
Fluttuazioni di massa 8 Mpc	σ_8	0,84(4)
Indice scalare	n	0,93(3)
Esecuzione indice scalare	$\mathrm{d}n/\mathrm{d}\ln k$	$-0{,}03(2)$
Lunghezza di Planck	$l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1{,}62 \cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}$
Tempo di Planck	$t_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5{,}39 \cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}$
Massa di Planck	$m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$	$21{,}8\,\mu\mathrm{g}$
Istanti nella storia [a]	t_0/t_{Pl}	$8{,}7(2{,}8) \cdot 10^{60}$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

TABLE 14 (Continued) Cosmological constants.

Quantità	Simbolo	Valore
Punti spazio-tempo dentro l'orizzonte[a]	$N_0 = (R_0/l_{Pl})^3 \cdot (t_0/t_{Pl})$	$10^{244\pm1}$
Massa dentro l'orizzonte	M	$10^{54\pm1}$ kg

a. L'indice 0 valori odierni.
b. La radiazione originata quando l'universo aveva 380 000 anni ed una temperatura di circa 3000 K; le fluttuazioni ΔT_0 che hanno portato alla formazione delle galassie sono oggi circa $16 \pm 4\,\mu K = 6(2) \cdot 10^{-6}\,T_0$.

Vol. II, pag. ??

Useful numbers

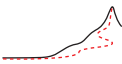
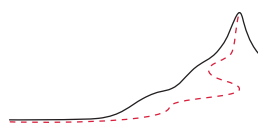
Ref. 166

π	$3,14159\,26535\,89793\,23846\,26433\,83279\,50288\,41971\,69399\,37510_5$
e	$2,71828\,18284\,59045\,23536\,02874\,71352\,66249\,77572\,47093\,69995_9$
γ	$0,57721\,56649\,01532\,86060\,65120\,90082\,40243\,10421\,59335\,93992_3$
ln 2	$0,69314\,71805\,59945\,30941\,72321\,21458\,17656\,80755\,00134\,36025_5$
ln 10	$2,30258\,50929\,94045\,68401\,79914\,54684\,36420\,76011\,01488\,62877_2$
$\sqrt{10}$	$3,16227\,76601\,68379\,33199\,88935\,44432\,71853\,37195\,55139\,32521_6$

Se il numero di π è *normale*, vale a dire, se tutte le cifre e le combinazioni di cifre nella loro espansione decimale appaiono con la stessa limitazione di frequenza, quindi ogni testo mai scritto o ancora da scrivere, come pure ogni parola mai detta o ancora da dire, si possono trovare codificate nella loro sequenza. La proprietà di normalità non è stata ancora dimostrata, anche se si sospetta esistere. Questo significa che tutta la saggezza è codificata nel semplice cerchio? No. La proprietà non è niente di speciale: vale anche per il numero di 0,123456789101112131415161718192021... e molti altri. Potete indicare qualche esempio?

Sfida 168 s

Tra l'altro, nel grafico della funzione esponenziale e^x, il punto (0,1) è l'unico punto con due coordinate razionali. Se si immagina la pittura in blu tutti i punti sul piano con due coordinate razionali, il piano sarebbero abbastanza bluastro. Tuttavia, il grafico passa attraverso uno solo di questi punti e riesce ad evitare tutti gli altri.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Appendix B

NUMERI E SPAZI VETTORIALI

> Un matematico è una macchina che trasforma il caffè in teoremi.
> Paul Erdős (b. 1913 Budapest, d. 1996 Varsavia)

I concetti matematici possono essere espressi tutti in termini di 'insiemi' e 'relazioni.' Molti concetti fondamentali sono stati presentati nel capitolo precedente. Perché la matematica, date queste semplici basi, cresce in una passione per certe persone? Come possono insiemi e relazioni diventare il centro della vita di una persona? Le appendici matematiche presentano alcuni concetti più avanzati molto semplicementee chiaramente possibile, per tutti coloro che vogliono capire ed annusare la passione per la matematica.

Vol. III, pag. ??

Ref. 167

Purtroppo, la passione per la matematica non è facile da individuare, perché come molte altre professioni, anche i matematici *nascondono* le loro passioni. In matematica, questo viene fatto attraverso il formalismo e l'apparente distacco da un'intuizione. Il buon insegnamento della matematica, pone l'intuizione all'inizio. In questa appendice introdurremo le più semplici strutture *algebriche*. L'appendice nel prossimo volume presenterà alcune strutture algebriche più coinvolte e quindi più importanti strutture *topologiche*; il terzo tipo di strutture matematiche di base, strutture d'*ordine*, non sono così importanti in fisica – con un'eccezione: la definizione dei numeri reali contiene una struttura d'ordine.

I matematici sono interessati non solo all'esplorazione dei concetti, ma anche alla loro *classificazione*. Ogni volta che viene introdotto un nuovo concetto matematico, i matematici cercano di classificare tutti i casi possibili e tipi. Ciò è stato ottenuto più spettacolarmente per i diversi tipi di numeri, per i gruppi semplici finiti e per molti tipi di spazi e collettori.

I numeri come strutture matematiche

> Una persona che risolve $x^2 - 92y^2 = 1$ in meno di un anno è un matematico.
> Brahmagupta (b. 598 Sindh, d. 668) (sottinteso: risolve in *interi*)

Sfida 169 na

I bambini lo sanno: i numeri sono entità che possono essere aggiunte e moltiplicate. I matematici sono più esigenti. Qualsiasi sistema matematico con le stesse proprietà di base dei numeri*naturali* è chiamato un *semi-anello*. Qualsiasi sistema matematico con la stesse proprietà di base degli *interi* è chiamato *anello*. (I termini sono dovuti a David

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Hilbert. Entrambe le strutture possono anche essere finite piuttosto che infinite.) Più precisamente, un *anello* $(R, +, \cdot)$ è un insieme R di elementi con due operazioni binarie, denominate *aggiunta* e *moltiplicazione*, di solito scritte + e · (quest'ultima può essere semplicemente compresa, quindi senza la notazione esplicita), per cui le seguenti proprietà valgono per tutti gli elementi $a, b, c \in R$:

— R è un gruppo commutativo rispetto all'addizione, cioè
$a + b \in R$, $a + b = b + a$, $a + 0 = a$, $a + (-a) = a - a = 0$ e $a + (b + c) = (a + b) + c$;
— R è chiuso per la moltiplicazione,cioè, $ab \in R$;
— la moltiplicazione è associativa, cioè, $a(bc) = (ab)c$;
— la distributività è mantenuta, cioè, $a(b + c) = ab + ac$ and $(b + c)a = ba + ca$.

Molti autori aggiungono l'assioma

— esiste un'unità moltiplicativa, cioè, $1a = a1 = a$.

la definizione di proprietà come queste sono chiamate *assiomi*. Sottolineiamo che gli assiomi *non* sono verità di base, come spesso affermato o implicito; gli assiomi sono le proprietà di base utilizzate nella definizione di un concetto: in questo caso, di un anello. Con l'ultimo assioma, si parla anche di un *anello unitario*.

Un *semi-anello* è un insieme soddisfacente tutti gli assiomi di un anello, tranne che l'esistenza di elementi neutri e negativi per aggiunta è sostituito dal requisito più debole che se $a + c = b + c$ allora $a = b$. In maniera superficiale, un semi-anello è un anello 'senza' elementi negativi.

Per incorporare la divisione e definire i numeri razionali, abbiamo bisogno di un altro concetto. Un *campo di numeri* o *campo* K è un anello con

— un'identità moltiplicativa 1, in modo tale che tutti gli elementi a obbediscano a $1a = a$;
— almeno un elemento diverso da zero; e soprattutto
— un (moltiplicativo) inverso a^{-1} per ogni elemento $a \neq 0$.

Un anello o un campo si dice essere *commutativo* se la moltiplicazione è commutativa. Un campo non commutativo è anche chiamato un *campo skew*. I campi possono essere finiti o infiniti.(Un campo o un anello è caratterizzato dalla sua *caratteristica p*. Questo è il minor numero di volte che si deve aggiungere 1 a sé stesso per dare zero. Se non vi è tale numero la caratteristica è impostata su 0. p è sempre un numero primo o pari a zero.) Tutti i campi finiti sono commutativi. In un campo, tutte le equazioni del tipo $cx = b$ e $xc = b$ $(c \neq 0)$ hanno soluzioni per x; c'è una soluzione unica se $b \neq 0$. Per riassumere superficialmente concentrandosi sulla più importante proprietà, un campo è un insieme di elementi per il quale, assieme ad addizione, sottrazione e moltiplicazione, viene anche definita una *divisione* (di elementi non-nulli). I *numeri razionali* sono il più semplice campo che incorpora gli interi.

Il sistema dei *numeri reali* è l'estensione minima dei razionali che è completo e totalmente ordinato.* Si può dimostrare che $\sqrt{2}$ è un numero reale, ma non razionale?

Sfida 170 f

* Un insieme è matematicamente *completo* se i fisici lo chiamano continuo. Più precisamente, un insieme di numeri è *completo* se ogni sottoinsieme non vuoto che è soperiomente limitato ha un estremo superiore.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

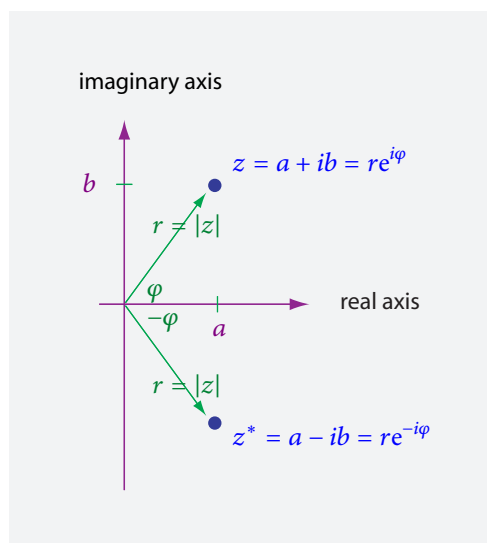



FIGURE 86 I numeri complessi sono punti del piano bidimensionale; un numero complesso z ed il suo coniugato z^* può essere descritto in forma cartesiana o in forma polare.

Nella fisica classica e nella teoria quantistica, è sempre sottolineato che i risultati di misura sono e devono essere numeri reali. Ma i risultati di misura sono tutti i possibili numeri reali? In altre parole, tutti i risultati di misurazione sono solo un sottoinsieme dei numeri reali?

Sfida 171 s

Tuttavia, il concetto di 'numero' non è limitato a questi esempi. Può essere generalizzato in diversi modi. La più semplice generalizzazione è ottenuta estendendo i numeri reali ai collettori di più dimensioni.

?

Numeri complessi

In natura, i numeri complessi sono un modo utile per descrivere in forma compatta sistemi e situazioni che contengono una ii [phase!and complex numbers]fase. I numeri complessi sono quindi utili per descrivere onde di qualsiasi tipo.

I numeri complessi formano un collettore bidimensionale. Un numero complesso viene definito, nella sua forma cartesiana, da $z = a + ib$, dove a e b sono numeri reali, e i è un nuovo simbolo, la cosiddetta *unità immaginaria*. Sotto moltiplicazione, i generatori dei numeri complessi, 1 and i, obbediscono a

·	1	i
1	1	i
i	i	-1

(119)

Un insieme è *totalmente ordinato* se esiste una relazione binaria $\leqslant$ tra coppie di elementi tale che per tutti gli elementi a e b
— se $a \leqslant b$ e $b \leqslant c$, allora $a \leqslant c$;
— se $a \leqslant b$ e $b \leqslant a$, allora $a = b$;
— $a \leqslant b$ o $b \leqslant a$ tengono.
In sintesi, un insieme è totalmente ordinato se vi è una relazione binaria che permette di dire su due eventuali elementi che uno è il predecessore dell'altro in modo coerente. Questo è la fondamentale – ed anche l'unica – struttura di ordine utilizzata in fisica

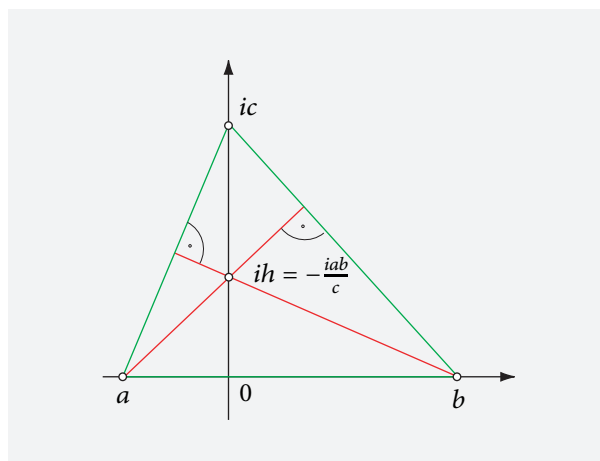



FIGURE 87 Una proprietà dei triangoli facilmente dimostrabile con i numeri complessi.

spesso sintetizzata come $i = +\sqrt{-1}$. In un numero complesso $z = a + ib$, a è chiamata la *parte reale*, e b la *parte complessa*. Essi sono illustrati in Figure 86.

Il *complesso coniugato* z^*, scritto anche $\bar{z}$, di un numero complesso $z = a+ib$ è definito come $z^* = a - ib$. Il *valore assoluto* $|z|$ di un numero complesso è definito come $|z| = \sqrt{zz^*} = \sqrt{z^*z} = \sqrt{a^2 + b^2}$. Esso definisce una *norma* sullo spazio vettoriale dei numeri complessi. Da $|wz| = |w|\,|z|$ segue il *teorema dei due quadrati*

$$(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) = (a_1 b_1 - a_2 b_2)^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1)^2 \qquad (120)$$

valido per tutti i numeri reali a_i, b_i. Esso era già noto, nella sua versione per gli interi, a Diofanto di Alessandria nel terzo secolo CE.

I numeri complessi possono anche essere scritti come coppie ordinate (a, A) di numeri reali, con la loro addizione definita come $(a, A) + (b, B) = (a + b, A + B)$ e la loro moltiplicazione definita come $(a, A) \cdot (b, B) = (ab - AB, aB + bA)$. Questa notazione ci permette di identificare i numeri complessi con i *punti* su un piano o, se si preferisce, come *frecce* in un piano. La traduzionedel la definizione di moltiplicazione in linguaggio geometrico ci permette di dimostrare rapidamente certi teoremi geometrici , come quello di Figure 87.

Sfida 172 f

I numeri complessi $a + ib$ possono essere rappresentati anche come 2 × 2 matrici

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad a, b \in \mathbb{R} . \qquad (121)$$

Le matrici di addizione e moltiplicazione poi corrispondono ad addizioni e moltiplicazioni complesse. In questo modo, i numeri complessi possono essere rappresentati da uno speciale tipo di matrice reale. Cos'è $|z|$ nel linguaggio delle matrici?

Sfida 173 s

L'insieme $\mathbb{C}$ dei numeri complessi con addizione e moltiplicazione come sopra definito forma sia un campo bidimensionale commutativo che uno spazio vettoriale su $\mathbb{R}$. Nel campo dei numeri complessi, le equazioni quadratiche $az^2 + bz + c = 0$ per z sconosciuto ha sempre *due* soluzioni (per $a \neq 0$ e includendo le molteplicità).

Page 241
Sfida 174 f

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

I numeri complessi possono essere utilizzati per descrivere i punti di un piano. Una rotazione intorno all'origine può essere descritta dalla moltiplicazione per un numero complesso di lunghezza unitaria. Con i numeri complessi possono essere descritte altre quantità bidimensionali. Gli ingegneri elettronici utilizzano i numeri complessi per descrivere quantità con fasi, come correnti alternate o campi elettrici nello spazio.

Scrivere numeri complessi di lunghezza unitaria come $\cos\theta + i\sin\theta$ è un metodo utile per ricordare le formule di addizione egli angoli. Poiché si ha $\cos n\theta + i\sin n\theta = (\cos\theta + i\sin\theta)^n$, si può facilmente dedurre formule come $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ e $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$. Tra l'altro, le unità dei numeri complessi formano il gruppo di Lie SO(2)=U(1).

Sfida 175 f
Sfida 176 f

Ogni numero complesso può essere scritto come

$$z = re^{i\varphi} . \tag{122}$$

Questa forma polare di scrivere i numeri complessi è la ragione per introdurli in primo luogo. L'angolo φ è chiamato *fase*; il numero reale $r = |z|$ si chiama *valore assoluto* o *modulo* o *grandezza*. Quando è utilizzato per descrivere le oscillazioni od onde, ha senso chiamare r l' *ampiezza*. la funzione esponenziale complessa è periodica in $2\pi i$; in altre parole, abbiamo

$$e^1 = e^{1+2\pi i} , \tag{123}$$

che mostra la proprietà che ci aspettiamo da un angolo di fase.

Se si usa l'ultima equazione per due volte, si può scrivere

$$e^1 = e^{1+2\pi i} = (e^{1+2\pi i})^{1+2\pi i} = e^{(1+2\pi i)(1+2\pi i)} = e^{1-4\pi^2+4\pi i} = e^{1-4\pi^2} . \tag{124}$$

Sfida 177 f

Oops, ciò implicherebbe $\pi = 0$! Cosa c'è di sbagliato qui?

A proposito, ci sono esattamente tanti numeri complessi quanti numeri reali. Potete dimostrarlo?

Sfida 178 s

> “L'amore è complesso: ha parti reali e parti immaginarie.”
>
> Anonimo

Quaternioni

Le posizioni dei punti su una linea possono essere descritte da numeri reali. I numeri complessi possono essere utilizzati per descrivere le posizioni dei punti del piano. E' naturale cercare di generalizzare l'idea di numero a spazi di dimensione superiore. Tuttavia, si scopre che nessun sistema numerico utile può essere definito per uno spazio *tri*-dimensionale.Può essere costruito un nuovo sistema numerico, i *quaternioni*, che corrispondono ai punti di uno spazio *quadri*-dimensionale, ma solo se viene sacrificata la proprietà commutativa della moltiplicazione. Nessun sistema numerico utile può essere definito per le dimensioni oltre 1, 2 e 4.

I quaternioni sono stati scoperti da alcuni matematici del XIX secolo, tra i quali

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Hamilton,* che studiò per la maggior parte della sua vita. In realtà, la teoria di Maxwell dell'elettrodinamica è stata formulata in termini di quaternioni prima che venissero usati i vettori tridimensionali.

Ref. 170

Vol. V, pag. ??

Sotto moltiplicazione, i quaternioni $\mathbb{H}$ formano un'algebra 4-dimensionale sopra i reali con una base $1, i, j, k$ che soddisfa

·	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

(125)

Queste relazioni sono spesso scritte $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$, $ki = -ik = j$. I quaternioni $1, i, j, k$ sono chiamati anche *unità di base* o *generatori*. La mancanza di simmetria attraverso la diagonale della tabella indica la non-commutatività della moltiplicazione quaternionica. Con i quaternioni, l'idea di un prodotto non commutativo apparve per la prima volta in matematica. Tuttavia, la moltiplicazione dei quaternioni è *associativa*. Come conseguenza della non commutatività, le equazioni polinomiali nei quaternioni hanno molte più soluzioni che nei numeri complessi: basta cercare tutte le soluzioni della equazione $X^2 + 1 = 0$ per convincervi di esso.

Sfida 179 s

Ogni quaternione X cpuò essere scritto nella forma

$$X = x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k = x_0 + \boldsymbol{v} = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, \boldsymbol{v}) \,, \tag{126}$$

dove x_0 si chiama parte *scalare* e $\boldsymbol{v}$ la parte *vettoriale*. La moltiplicazione è quindi definita come $(x, \boldsymbol{v})(y, \boldsymbol{w}) = (xy - \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}, x\boldsymbol{w} + y\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w})$. la moltiplicazione di due quaternioni può essere scritta

$$(a_1, b_1, c_1, d_1)(a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2 \,,\ a_1 b_2 + b_1 a_2 + c_1 d_2 - d_1 c_2, \\ a_1 c_2 - b_1 d_2 + c_1 a_2 + d_1 b_2, a_1 d_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2 + d_1 a_2) \,. \tag{127}$$

Il quaternione coniugato $\overline{X}$ è definito come $\overline{X} = x_0 - \boldsymbol{v}$, così che $\overline{XY} = \overline{Y}\ \overline{X}$. La *norma* $|X|$ di un quaternione X è definita come $|X|^2 = X\overline{X} = \overline{X}X = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x_0^2 + \boldsymbol{v}^2$. la norma è moltiplicativa, cioè, $|XY| = |X|\ |Y|$.

Diversamente dai numeri complessi, ogni quaternione è legato al suo complesso coniugato da

$$\overline{X} = -\tfrac{1}{2}(X + iXi + jXj + kXk) \,. \tag{128}$$

Nessuna relazione di questo tipo esiste per i numeri complessi. Nel linguaggio della fisica, un numero complesso e il suo coniugato sono variabili indipendenti; per i quaternioni, questo non è il caso. Come risultato, le funzioni di quaternioni sono meno utili in fisica delle funzioni di variabili complesse.

* William Rowan Hamilton (b. 1805 Dublino, d. 1865 Dunsink), bambino prodigio e famoso matematico, denominò i quaternioni dopo un'espressione dai Vulgata (Acts. 12: 4).

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

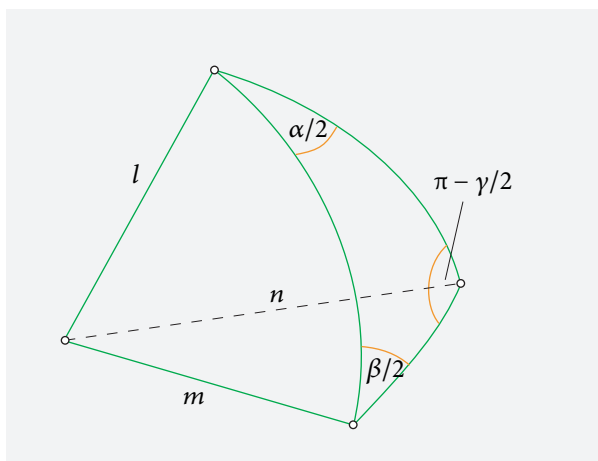



FIGURE 88 Combinazioni di rotazioni.

La relazione $|XY| = |X|\,|Y|$ implica che *four-squares theorem*

$$\begin{aligned}(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2)\\ = (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 - a_4b_4)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_4 - a_4b_3)^2\\ + (a_1b_3 + a_3b_1 + a_4b_2 - a_2b_4)^2 + (a_1b_4 + a_4b_1 + a_2b_3 - a_3b_2)^2\end{aligned} \quad (129)$$

valida per tutti i numeri reali a_i and b_i, e quindi anche per ogni insieme di otto interi. E'stato scoperto nel 1748 da Leonhard Euler (1707–1783) quando cercò di dimostrare che ogni intero è la somma di quattro quadrati. (Quest'ultimo fatto è stato dimostrato solo nel 1770, da Joseph Lagrange.)

Hamilton pensò che un quaternione con parte scalare zero, che chiamò semplicemente un *vettore* (un termine da lui inventato), potrebbe essere identificato con un normale vettore di traslazione tridimensionale; ma ciò è sbagliato. Tale quaternione viene ora chiamato un quaternione*puro*, o *omogeneo*, o *immaginario* . Il prodotto di due quaternioni puri $V = (0,\boldsymbol{v})$ e $W = (0,\boldsymbol{w})$ è dato da $VW = (-\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}, \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w})$, dove $\cdot$ denota il prodotto scalare e $\times$ denota il prodotto vettoriale. Notate che qualsiasi quaternione può essere scritto come rapporto tra due quaternioni puri.

In realtà, un quaternione puro $(0,\boldsymbol{v})$ non si comporta come un vettore di traslazione per trasformazioni di coordinate; infatti, un quaternione puro rappresenta una *rotazione* dall'angolo π o 180° intorno all'asse definito dalla direzione $\boldsymbol{v} = (v_x,v_y,v_z)$.

Sfida 180 na

Si scopre che in uno spazio tridimensionale, una rotazione *generale* per l'origine può essere descritta da un quaternione *unità* Q, chiamato anche quaternione *normato*, per cui $|Q| = 1$. Tale quaternione può essere scritto come $(\cos\theta/2, \boldsymbol{n}\sin\theta/2)$, dove $\boldsymbol{n} = (n_x,n_y,n_z)$ è il vettore normato che descrive la direzione dell'asse di rotazione e θ è l'angolo di rotazione. Tale quaternione unità $Q = (\cos\theta/2, \boldsymbol{n}\sin\theta/2)$ ruota un puro quaternione $V = (0,\boldsymbol{v})$ in un altro quaternione puro $W = (0,\boldsymbol{w})$ dato da

$$W = QVQ^* . \quad (130)$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

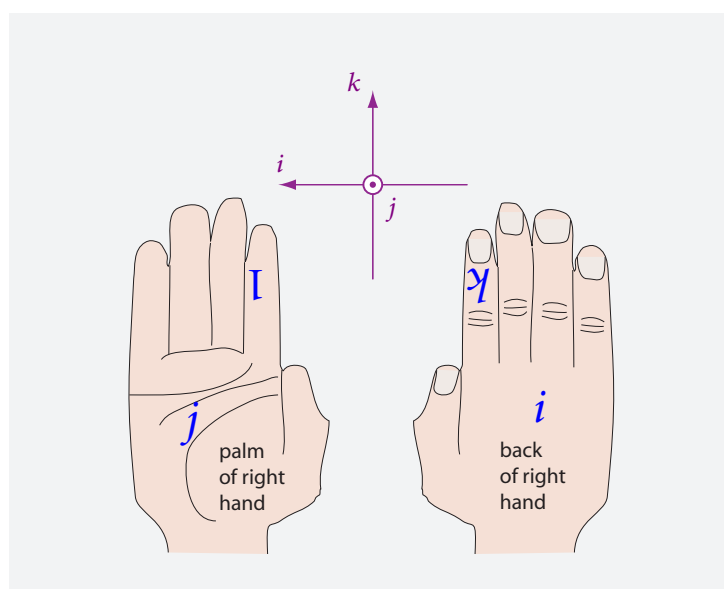



FIGURE 89 La parte superiore e posteriore del la mano destra, ed i quaternioni.

Quindi, se usiamo quaternioni puri come V o W per descrivere le posizioni, possiamo utilizzare i quaternioni unitari per descrivere rotazioni e per calcolare le variazioni delle coordinate. La concatenazione di due rotazioni è quindi data dal prodotto dei quaternioni unitari corrispondenti. Infatti, una rotazione di un angolo α attorno all'asse $\boldsymbol{l}$ seguita dalla rotazione di un angolo β attorno all'asse $\boldsymbol{m}$ dà una rotazione di un angolo γ attorno all'asse $\boldsymbol{n}$, con il valore determinato da

$$(\cos\gamma/2, \sin\gamma/2\boldsymbol{n}) = (\cos\beta/2, \sin\beta/2\boldsymbol{m})(\cos\alpha/2, \sin\alpha/2\boldsymbol{l}) . \qquad (131)$$

Un modo per mostrare il risultato graficamente è dato in Figure 88. Disegnando un triangolo su una sfera unitaria, e avendo cura di ricordare il fattore 1/2 negli angoli, la combinazione di due rotazioni può essere determinata semplicemente.

L'interpretazione dei quaternioni come rotazioni è anche illustrata, in un modo un po 'diverso, nel moto di qualsiasi mano. Per vedere questo, prendete un pennarello verde e scrivete le lettere 1, i, j e k sulla vostra mano, come mostrato in Figure 89. Definendo i tre possibili 180° assi di rotazione come mostrato in figura e prendendo la concatenazione come moltiplicazione, il movimento della mano destra segue le stesse 'leggi' come quelle dei quaternioni unitari puri. (Si deve distinguere $+i$ e $-i$, e lo stesso per le altre unità, dal senso della torsione del braccio. E il risultato di una moltiplicazione è la lettera che può essere letta da una persona di fronte a voi.) È possibile dimostrare che $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, che $i^4 = 1$,e tutte le altre relazioni dei quaternioni.) Il modello mostra anche che l'angolo di rotazione del braccio è metà dell'angolo di rotazione del corrispondente quaternione. In altre parole, i quaternioni possono essere utilizzati per descrivere il trucco della cintura, se la moltiplicazione VW di due quaternioni è presa a significare che la rotazione V è eseguita *dopo* la rotazione W. I quaternioni, come le mani umane, si comportano quindi come particelle con spin 1/2. Quaternioni e spinori sono isomorfi.

Ref. 171
Sfida 181 f
Sfida 182 s
Page 132

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

La ragione per il comportamento mezzo-angolo delle rotazioni può essere maggiormente specificata utilizzando il linguaggio matematico. Le rotazioni in tre dimensioni intorno a un punto formano il 'gruppo ortogonale speciale' in tre dimensioni, che si chiama SO(3). Ma i movimenti di una mano attaccata ad una spalla tramite un braccio formano un gruppo diverso, isomorfo al gruppo di Lie SU(2). La differenza è dovuta alla comparsa di mezzi angoli nella parametrizzazione delle rotazioni; infatti, le parametrizzazioni di sopra comportano che una rotazione 2π corrisponde ad una moltiplicazione per -1. Solo nel XX secolo ci si rese conto che esistono osservabili fisiche fondamentali che si comportano come le mani attaccate alle braccia: si chiamano *spinori*. Altro sugli spinori può essere trovato nella sezione sulla simmetria di permutazione, dove le cinture sono usate come analogia delle braccia. Insomma, il gruppo SU(2) formato dai quaternioni unitari è la *doppia copertura* del gruppo di rotazione SO(3).

Vol. V, pag. ??
Page 132
Ref. 172

La semplice rappresentazione di rotazioni e posizioni viene utilizzata con i quaternioni da programmi per computer in robotica, in astronomia ed in simulazione di volo . Nel software utilizzato per creare immagini tridimensionali e nelle animazioni, nei software di visualizzazione, i quaternioni sono spesso utilizzati per calcolare il percorso seguito dai raggi luminosi riflessi ripetutamente e quindi dare alle superfici un aspetto realistico.

L'algebra dei quaternioni è l'unica algebra associativa, non commutativa, dimensionale finita normata con una identità sul campo dei numeri reali. I quaternioni formano un campo non commutativa, cioè, un campo obliquo, in cui l'inverso di un quaternione X è $\overline{X}/|X|$. Possiamo quindi definire la divisione dei quaternioni (facendo attenzione a distinguere XY^{-1} e $Y^{-1}X$). Pertanto i quaternioni si dice che formano una *algebra di divisione*. Infatti, i quaternioni $\mathbb{H}$, i numeri complessi $\mathbb{C}$ ed i numeri reali $\mathbb{R}$ sono le uniche tre algebre di divisione di dimensione finita associative. In altre parole, il campo obliquo dei quaternioni è l'unica vera algebra di dimensione finita associativa non commutativa e senza divisori di zero. Il *centro* dei quaternioni, cioè, l'insieme di quaternioni che commutano con tutti gli altri quaternioni, è proprio l'insieme dei numeri reali.

I quaternioni possono essere rappresentati come matrici della forma

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & A^* \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad A, B \in \mathbb{C} \quad \text{thus} \quad A = a + ib, B = c + id \,, \tag{132}$$

o, alternativamente, come

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad a, b, c, d \in \mathbb{R} \,, \tag{133}$$

dove il quaternione X, allora è dato da $X = A + Bj = a + ib + jc + kd$. Le matrici addizione e moltiplicazione corrispondono quindi all'addizione e alla moltiplicazione quaternionica.

I generatori dei quaternioni possono essere realizzati come

$$1 : \sigma_0 \quad , \quad i : -i\sigma_1 \quad , \quad j : -i\sigma_2 \quad , \quad k : -i\sigma_3 \tag{134}$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

dove i σ_n sono le matrici di spin di Pauli.*

Le rappresentazioni 4 × 4 reali non sono uniche, come la rappresentazione alternativa

$$\begin{pmatrix} a & b & -d & -c \\ -b & a & -c & d \\ d & c & a & b \\ c & -d & -b & a \end{pmatrix} \quad (136)$$

Sfida 183 na mostra. Nessuna rappresentazione di quaternioni per 3 × 3 matrici è possibile.

Queste matrici contengono elementi reali e complessi, che non presentano particolari problemi. Al contrario,deve essere adottata molta cura quando vengono costruite le matrici con elementi quaternionici, perché la moltiplicazione quaternionica non è commutativa, in modo che le relazioni semplici come $\text{tr}AB = \text{tr}BA$ *non* sono generalmente valide.

Cosa possiamo imparare dai quaternioni sulla descrizione della natura? Innanzi tutto, vediamo che le rotazioni binarie sono simili alle posizioni, e quindi tradslazioni: tutte sono rappresentate da 3-vettori. Le rotazioni sono le operazioni di di base della natura? E 'possibile che le traslazioni siano solo 'ombre' di rotazioni? La connessione tra traslazioni e rotazioni è indagata nell'ultimo volume della nostra salita al monte. Vol. VI, pag. ??

Quando Maxwell scrisse le sue equazioni dell'elettrodinamica, usò la notazione quaternionica. (La notazione ora usuale di 3-vettori fu introdotta in seguito da Hertz e Heaviside.) Le equazioni possono essere scritte in vari modi con i quaternioni. Il più semplice si ottiene quando si tiene una distinzione tra $\sqrt{-1}$ e le unità di i,j,k dei quaternioni. Si possono poi scrivere tutta l'elettrodinamica in una singola equazione: Vol. III, pag. ?? Ref. 170 Sfida 184 s

$$\mathrm{d}F = -\frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (137)$$

dove F è il campo magnetico generalizzato e Q la carica generalizzata. Questi sono definiti per

$$\begin{aligned} F &= E + \sqrt{-1}\,cB \\ E &= iE_x + jE_y + kE_z \\ B &= iB_x + jB_y + kB_z \\ \mathrm{d} &= \delta + \sqrt{-1}\,\partial_t/c \\ \delta &= i\partial_x + j\partial_y + k\partial_z \\ Q &= \rho + \sqrt{-1}\,J/c \end{aligned} \quad (138)$$

* Le *matrici di spin di Pauli* sono le matrici complesse Hermitiane

$$\sigma_0 = \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \;,\; \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \;,\; \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \;,\; \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (135)$$

di cui tutti gli autovalori sono ±1; essi soddisfano le relazioni $[\sigma_i,\sigma_k]_+ = 2\,\delta_{ik}$ e $[\sigma_i,\sigma_k] = 2i\,\varepsilon_{ikl}\,\sigma_l$. Le combinazioni lineari $\sigma_\pm = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm \sigma_2)$ sono pure utilizzate frequentemente. Tra l'altro, un'altra possibile rappresentazione dei quaternioni è $i : i\sigma_3, j : i\sigma_2, k : i\sigma_1$.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

dove i campi E e B e le distribuzioni di carica ρ e J hanno i significati usuali. Il contenuto dell' equazione (137) per il campo elettromagnetico è esattamente lo stesso della formulazione abituale.

Nonostante il loro fascino e la loro quadri dimensionalità, i quaternioni non sembrano essere utili per la riformulazione della relatività ristretta; la ragione principale per questo è il segno nell'espressione per la loro norma. Pertanto, relatività e spazio-tempo sono di solito descritti utilizzando numeri reali. E anche se i quaternioni fossero utili, non avrebbero fornito ulteriori intuizioni in fisica o in natura.

Octonions

Allo stesso modo che i quaternioni sono costruiti da numeri complessi, gli *ottonioni* possono essere costruiti dai quaternioni. Sono stati prima indagati da Arthur Cayley (1821 –1895). Sotto la moltiplicazione, gli *ottonioni* (o *ottetti*) sono gli elementi di un'algebra ad otto dimensioni sui numeri reali con i generatori $1, i_n$ con i_n $n = 1 \ldots 7$ che soddisfano

·	1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
1	1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
i_1	i_1	-1	i_3	$-i_2$	i_5	$-i_4$	i_7	$-i_6$
i_2	i_2	$-i_3$	-1	i_1	$-i_6$	i_7	i_4	$-i_5$
i_3	i_3	i_2	$-i_1$	-1	i_7	i_6	$-i_5$	$-i_4$
i_4	i_4	$-i_5$	i_6	$-i_7$	-1	i_1	$-i_2$	i_3
i_5	i_5	i_4	$-i_7$	$-i_6$	$-i_1$	-1	i_3	i_2
i_6	i_6	$-i_7$	$-i_4$	i_5	i_2	$-i_3$	-1	i_1
i_7	i_7	i_6	i_5	i_4	$-i_3$	$-i_2$	$-i_1$	-1

(139)

Infatti, sono anche possibili altre 479 tabelle di moltiplicazione equivalenti. Quest'algebra si chiama *algebra di Cayley*; ha un'identità e una divisione unica. L'algebra è non commutativa, e anche non-associativa. È, tuttavia, *alternativa*, il che significa che per tutti gli elementi x and y, si ha $x(xy) = x^2 y$ e $(xy)y = xy^2$: una proprietà un po 'più debole di associatività. È l'unica vera algebra 8-dimensionale alternativa senza divisori dello zero. Poiché non è associativa, l'insieme $\mathbb{O}$ di tutti gli ottonioni non forma un campo, e nemmeno un anello, così che la vecchia denominazione di 'numeri di Cayley' è stata abbandonata. Gli ottonioni sono i più generali 'numeri' ipercomplessi la cui norma è moltiplicativa. I suoi generatori obbediscono a $(i_n i_m) i_l = \pm i_n (i_m i_l)$, dove il segno meno, che mostra la non-associatività, è valido per le combinazioni di indici che non sono quaternionici, come 1-2-4.

Gli ottonioni possono essere rappresentati come matrici della forma

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -\bar{B} & \bar{A} \end{pmatrix} \text{where } A,B \in \mathbb{H}, \quad \text{or as real } 8 \times 8 \text{ matrices.} \tag{140}$$

La moltiplicazione di matrici poi dà lo stesso risultato della moltiplicazione ottonionica.

La relazione $|wz| = |w|\ |z|$ ci permette di dedurre l'impressionante *teorema degli otto*

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

quadrati

$$
\begin{aligned}
(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 + a_8^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2 + b_5^2 + b_6^2 + b_7^2 + b_8^2)& \\
= (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 - a_4b_4 - a_5b_5 - a_6b_6 - a_7b_7 - a_8b_8)^2& \\
+ (a_1b_2 + a_2b_1 + a_3b_4 - a_4b_3 + a_5b_6 - a_6b_5 + a_7b_8 - a_8b_7)^2& \\
+ (a_1b_3 - a_2b_4 + a_3b_1 + a_4b_2 - a_5b_7 + a_6b_8 + a_7b_5 - a_8b_6)^2& \\
+ (a_1b_4 + a_2b_3 - a_3b_2 + a_4b_1 + a_5b_8 + a_6b_7 - a_7b_6 - a_8b_5)^2& \\
+ (a_1b_5 - a_2b_6 + a_3b_7 - a_4b_8 + a_5b_1 + a_6b_2 - a_7b_3 + a_8b_4)^2& \\
+ (a_1b_6 + a_2b_5 - a_3b_8 - a_4b_7 - a_5b_2 + a_6b_1 + a_7b_4 + a_8b_3)^2& \\
+ (a_1b_7 - a_2b_8 - a_3b_5 + a_4b_6 + a_5b_3 - a_6b_4 + a_7b_1 + a_8b_2)^2& \\
+ (a_1b_8 + a_2b_7 + a_3b_6 + a_4b_5 - a_5b_4 - a_6b_3 - a_7b_2 + a_8b_1)^2& \qquad (141)
\end{aligned}
$$

valido per tutti i numeri reali a_i and b_i e quindi in particolare anche per tutti gli interi. (Ci sono molte varianti di questa espressione, con differenti possibili combinazioni di segno.) Il teorema è stato scoperto nel 1818 da Carl Ferdinand Degen (1766–1825), e poi riscoperto nel 1844 da John Graves e nel 1845 da Arthur Cayley. Non c'è generalizzazione a più elevati numeri di quadrati, un fatto dimostrato dal Adolf Hurwitz (1859–1919) nel 1898.

Gli ottonioni possono essere usati per dimostrare che un prodotto vettoriale può essere definito in più di di tre dimensioni. Un *prodotto vettoriale* o *prodotto incrociato* è un'operazione × che soddisfa

$$
\begin{aligned}
u \times v &= -v \times u \quad \textit{anticommutativity} \\
(u \times v)w &= u(v \times w) \quad \textit{exchange rule.} \qquad (142)
\end{aligned}
$$

Using the definition

$$X \times Y = \frac{1}{2}(XY - YX) \,, \qquad (143)$$

i prodotti incrociati di quaternioni immaginari, cioè di quaternioni del tipo $(0, \boldsymbol{u})$, sono di nuovo immaginari, e corrispondono al solito, prodotto vettoriale tridimensionale, realizzando così (142). È interessante notare che, è possibile utilizzare la definizione (143) pure per gli *ottonioni*. In tal caso, il prodotto di ottonioni immaginari è pure immaginario, and (142) è soddisfatto ancora. In realtà, questo è l'unico altro esempio non banale di un prodotto vettoriale.

Ref. 168

Sfida 185 f

In sintesi: *Un prodotto vettoriale esiste solo in tre e in sette dimensioni.* Molti studiosi hanno ipotizzato che questa relazione è collegata con una possibile dimensionalità-dieci della natura; tuttavia, queste speculazioni non hanno incontrato alcun successo.

Le simmetrie delle forze in natura portano ad una domanda ben nota. Le unità dei numeri complessi dal gruppo di Lie U(1) e le unità quaternioni del gruppo di Lie SU(2). Le unità ottonioni formano il gruppo di Lie SU(3)?

Sfida 186 s

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Altri tipi di numeri

Il processo di costruzione di nuovi sistemi di 'numeri' ipercomplessi o algebre reali per 'raddoppio' di uno dato può continuare all'infinito. Tuttavia, gli ottonioni, *sedenioni* e tutti i seguenti raddoppiamenti non sono né anelli né campi, ma solo algebre con unità non associative. Possono anche essere definite altre algebre di dimensione finita con elemento unità sui reali, una volta chiamati 'numeri ipercomplessi': essi includono i cosiddetti 'numeri duali', 'numeri doppi ', numeri 'Clifford–Lifshitz' ecc. Essi non giocano alcun ruolo nella fisica.

I matematici hanno anche definito campi numerici che hanno dimensioni 'uno e un bit', come i campi dei numeri algebrici. C'è anche una generalizzazione del concetto di interi al dominio complesso: gli *interi gaussiani*, definiti come $n + im$, dove n e m sono normali interi. Gauss definì anche quelli ormai noti come primi Gaussiani. (Si può scoprire come?) Essi non sono utilizzati nella descrizione della natura, ma sono importanti nella teoria dei numeri, l'esplorazione delle proprietà degli interi.

Ref. 173
Sfida 187 s

I fisici usano chiamarli peratori quanto-meccanici 'q-numbers.' Ma tale termine ha ormai perso il suo fascino..

Un altro modo in cui i numeri naturali possono essere estesi è includere numeri più grandi di infinito. Le più importanti di tali classi di *numeri transfiniti* sono gli *ordinali*, i *cardinali* ed i *surreali*. I numeri ordinali sono essenzialmente un'estensione degli interi oltre l'infinito, mentre i surreali sono una estensione continua dei reali, anche al di là di infinito. In parole povere, tra i transfiniti, gli ordinali hanno un ruolo simile come gli interi lo hanno tra i reali; i surreali riempiono tutto il divario tra gli ordinali, come i reali lo fanno per gli interi. È interessante notare, che molte serie che divergono nei $\mathbb{R}$ convergono nei surreali. Riuscite a trovare un esempio?

Ref. 174
Vol. III, pag. ??
Sfida 188 na

I surreali sono numeri infinitamente piccoli, come fanno i numeri di *analisi non standard*, chiamati anche *iperreali*. In entrambi i sistemi di numerazione, al contrario dei numeri reali, i numeri 1 e 0,999 999... (quando è implicita una infinita, ma iperfinita serie di nove) non coincidono, ma sono separati da infiniti molti altri numeri. Abbiamo esplorato i surreali in precedenza. I numeri non standard possono essere utilizzati per definire gli infinitesimi utilizzati nell'integrazione e differenziazione, anche a livello di scuola secondaria.

?
Vol. III, pag. ??
?

Dagli spazi vettoriali agli spazi di Hilbert

Gli spazi vettoriali, o anche *spazi lineari*, sono generalizzazioni matematiche di alcuni aspetti dello spazio tridimensionale intuitivo. Un insieme di elementi qualsiasi due dei quali possono essere aggiunti insieme e uno qualsiasi dei quali può essere moltiplicato per un numero viene chiamato un spazio vettoriale, se il risultato è ancora nell'insieme e le normali regole di calcolo tengono.

Più precisamente, uno *spazio vettoriale* su un campo numerico K è un insieme di elementi, chiamati *vettori*, per cui vengono definiti un vettore addizione ed uno *moltiplicazione scalare*, in modo tale che per tutti i vettori a, b, c e per tutti i numeri s ed r da

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

K si ha

$$
\begin{aligned}
(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c & \quad \textit{associatività del vettore addizione} \\
n+a = a & \quad \textit{esistenza del vettore nullo} \\
(-a)+a = n & \quad \textit{esistenza del vettore negativo} \\
1a = a & \quad \textit{regolarità della moltiplicazione scalare} \\
(s+r)(a+b) = sa+sb+ra+rb & \quad \textit{distributività completa della moltiplicazione scalare}
\end{aligned}
\tag{144}
$$

Se il campo K, i cui elementi sono chiamati *scalari* in questo contesto, viene considerato come i numeri reali (o complessi, o quaternionici), si parla di un vero (o complesso, o quaternionico) spazio vettoriale. Gli spazi vettoriali sono anche chiamati *spazi vettoriali lineari* o semplicemente *spazi lineari*.

I numeri complessi, l'insieme di tutte le funzioni reali definite sulla retta reale, l'insieme di tutti i polinomi, l'insieme di matrici con un determinato numero di righe e colonne, tutti formano spazi vettoriali. In matematica, un vettore è quindi un concetto più generale che in fisica. (Qual è il più semplice possibile spazio vettoriale matematico?)

Sfida 189 s

In fisica, il termine 'vettore' è riservato ad elementi di un tipo più specializzato di spazio vettoriale, ovvero spazi con prodotti interni normati. Per definire questi, è prima necessario il concetto di uno spazio metrico.

Uno *spazio metrico* è un insieme con una metrica, cioè, un modo per definire le distanze tra gli elementi. Una funzione reale $d(a,b)$ tra elementi è detta una metrica se

$$
\begin{aligned}
d(a,b) \geqslant 0 & \quad \textit{positività della metrica} \\
d(a,b)+d(b,c) \geqslant d(a,c) & \quad \textit{disuguaglianza triangolare} \\
d(a,b) = 0 \quad \text{se e solo se} \quad a = b & \quad \textit{regolarità della metrica}
\end{aligned}
\tag{145}
$$

Un esempio non banale è il seguente. Definiamo una distanza speciale d tra le città. Se le due città si trovano su una linea che passa attraverso Parigi, usiamo la distanza usuale. In tutti gli altri casi, si definisce la distanza d dalla più breve distanza dall'uno all'altro che viaggia via Parigi. Questo metodo strano definisce una metrica tra tutte le città in Francia, la cosiddetta *distanza ferroviaria Francese*.

Sfida 190 s

Uno spazio vettoriale *normato* è uno spazio lineare con una norma, o 'lunghezza', associata a ciascun vettore. Una *norma* è un numero non negativo $\|a\|$ definito per ciascun vettorer a con le proprietà

$$
\begin{aligned}
\|ra\| = |r|\,\|a\| & \quad \textit{linearità della norma} \\
\|a+b\| \leqslant \|a\| + \|b\| & \quad \textit{disuguaglianza triangolare} \\
\|a\| = 0 \quad \text{solo se} \quad a = 0 & \quad \textit{regolarità}
\end{aligned}
\tag{146}
$$

Di solito ci sono molti modi per definire una norma per un determinato spazio vettoriale. Si noti che una norma può sempre essere utilizzata per definire una metrica impostando

Sfida 191 na

$$
d(a,b) = \|a-b\| \tag{147}
$$

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

in modo che tutti gli spazi normati sono anche spazi metrici. Questo è la *naturale* definizione di distanza (in contrasto con quelle innaturali come quella tra le città Francesi di cui sopra).

La norma viene spesso definita con l'aiuto di un prodotto interno. Infatti, la più speciale classe di spazi lineari sono gli *spazi con prodotto interno*. Questi sono spazi vettoriali con un *prodotto interno*, chiamato anche *prodotto scalare* · (da non confondere con la moltiplicazione scalare!) che associa un numero a ciascuna coppia di vettori. Uno spazio con prodotto interno oltre ℝ soddisfa

$$\begin{aligned}
a \cdot b &= b \cdot a && \textit{commutatività del prodotto scalare} \\
(ra) \cdot (sb) &= rs(a \cdot b) && \textit{bilinearità del prodotto scalare} \\
(a+b) \cdot c &= a \cdot c + b \cdot c && \textit{distributività a sinistra del prodotto scalare} \\
a \cdot (b+c) &= a \cdot b + a \cdot c && \textit{distributività a destra del prodotto scalare} \\
a \cdot a &\geqslant 0 && \textit{positività del prodotto scalare} \\
a \cdot a = 0 \quad \text{se e solo se} \quad a &= 0 && \textit{regolarità del prodotto scalare}
\end{aligned} \tag{148}$$

per tutti i vettori a, b, c e tutti gli scalari r, s. Uno spazio con prodotto interno *reale* di dimensione finita è chiamato anche un spazio vettoriale *Euclideo*. L'insieme di tutte le velocità, l'insieme di tutte le posizioni, o l'insieme di tutti i possibili momenti formano tali spazi.

Uno spazio di prodotti interno sopra ℂ soddisfa*

$$\begin{aligned}
a \cdot b = \overline{b \cdot a} &= \overline{b} \cdot \overline{a} && \textit{proprietà Hermitiana} \\
(ra) \cdot (sb) &= r\overline{s}(a \cdot b) && \textit{sesquilinearità del prodotto scalare} \\
(a+b) \cdot c &= a \cdot c + b \cdot c && \textit{distributività a sinistra del prodotto scalare} \\
a \cdot (b+c) &= a \cdot b + a \cdot c && \textit{distributività a destra del prodotto scalare} \\
a \cdot a &\geqslant 0 && \textit{positività del prodotto scalare} \\
a \cdot a = 0 \quad \text{se e solo se} \quad a &= 0 && \textit{regolarità del prodotto scalare}
\end{aligned} \tag{149}$$

per tutti i vettori a, b, c e tutti gli scalari r, s. Uno spazio con prodotto interno *complesso* (di dimensione finita) è chiamato anche spazio vettore *unitario* o *Hermitiano*. Se lo spazio con prodotto interno è *completo*, è chiamato, specialmente nel caso complesso dimensionale-infinito, uno *spazio di Hilbert*. Lo spazio di tutti i possibili stati di un sistema quantistico forma uno spazio di Hilbert.

Page 230

Tutti gli spazi con prodotto interno sono anche spazi metrici, e pertanto spazi normati, se la metrica è definita da

$$d(a,b) = \sqrt{(a-b) \cdot (a-b)} \,. \tag{150}$$

Solo nel contesto di un spazio con prodotto interno si può parlare di angoli (o differenze di fase) tra vettori, come siamo abituati in fisica. Naturalmente, come negli spazi normati,

* Esistono due forme non equivalenti dell'assioma di sesquilinearità. L'altro è $(ra) \cdot (sb) = \overline{r}s(a \cdot b)$. Il termine *sesquilineare* deriva dal Latino e significa 'lineare uno e mezzo'.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

gli spazi con prodotto interno permettono anche di parlare circa la lunghezza dei vettori e definire una *base*, il concetto matematico necessario a definire un sistema di coordinate. Quali spazi vettoriali o spazi con prodotto interno sono di importanza nella fisica?

Sfida 192 s

La *dimensione* di uno spazio vettoriale è il numero di vettori di base linearmente indipendenti. Potete definire questi termini precisamente?

Sfida 193 s

Uno *spazio di Hilbert* è uno spazio con prodotto interno reale o complesso che è anche uno spazio metrico *completo* . In altri termini, in uno spazio di Hilbert, le distanze variano continuamente e si comportano come semplicemente previsto. Gli spazi di Hilbert di solito, ma non sempre, hanno un numero infinito di dimensioni.

La definizione di spazi di Hilbert e spazi vettoriali assume insiemi continui con cui cominciare. Se la natura non fosse continua, si potrebbero ancora usare i concetti?

Sfida 194 s

Curiosità matematiche e sfide divertenti

La matematica fornisce molti risultati controintuitivi. Leggere un bel libro sul tema, come ad esempio Bernard R. Gelbaum & John M. H. Olmsted, *Theorems and Counterexamples in Mathematics*, Springer, 1993, può consentire di affinare la vostra mente e farvi assaporare la bellezza della matematica ancora di più.

* *

È possibile disegnare una curva che incontra tutti i punti in un quadrato o tutti punti in un cubo. Ciò è mostrato, ad esempio, nel testo Hans Sagan, *Space Filling Curves*, Springer Verlag, 1994. Di conseguenza, la distinzione tra uno, due e tre dimensioni è sfocata nella matematica pura. In fisica però, le dimensioni sono chiare e ben definite; ogni oggetto in natura ha tre dimensioni.

Sfida 195 f

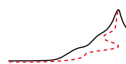
* *

Sfida 196 na

Mostra che due operatori A and B obbediscono a

$$\begin{aligned} e^A e^B = \exp(A + B + \frac{1}{2}[A, B] \\ + \frac{1}{12}[[A, B], B] - \frac{1}{12}[[A, B], A] \\ - \frac{1}{48}[B, [A, [A, B]]] - \frac{1}{48}[A, [B, [A, B]]] \\ + \ldots) \end{aligned} \tag{151}$$

per la maggior parte degli operatori A and B. Questo risultato è spesso chiamato la *formula di Baker–Campbell–Hausdorff* o la *formula BCH*.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

SUGGERIMENTI E SOLUZIONI DELLE SFIDE

> Mai fare un calcolo prima di sapere la risposta.
>
> Motto di John Wheeler

Sfida 1, page 9: Non esitate ad essere esigenti e rigorosi. La prossima edizione del testo potrà beneficiare di ciò.

Sfida 2, page 16: La fisica classica non riesce a spiegare tutte le proprietà della materia, come il colore o la morbidezza. Le proprietà della materia risultano dalle interazioni della natura; esse sono inevitabilmente quantistiche. La spiegazione delle proprietà dei materiali richiede,senza eccezione, l'uso di particelle e le loro proprietà quantistiche.

Sfida 3, page 18: La fisica classica permette a qualsiasi osservabile di cambiare *facilmente* con il tempo. In fisica classica, non esiste un valore minimo per qualsiasi grandezza fisica osservabile.

Sfida 4, page 20: Maggiore è la massa, minore è l'aleatorietà del moto indotto dal quanto d'azione, perché l'azione è la massa volte la velocità volte la distanza: Per una grande massa, le variazioni di velocità e distanza sono piccole.

Sfida 5, page 20: Il tempo più semplice è $\sqrt{G\hbar/c^5}$. Il fattore numerico non è ovviamente fisso; è cambiato in seguito. Usando $4G$ invece di G il tempo diventa il più breve tempo misurabile in natura.

Sfida 6, page 21: La carica dell'elettrone è speciale per le interazioni elettromagnetiche; non tiene in considerazione le interazioni nucleari o la gravità. Non è chiaro il motivo per cui la lunghezza definita con la carica elementare e dovrebbe essere importante per i sistemi neutri o per il vuoto. D'altra parte, il quanto d'azione $\hbar$ è valido per *tutte* le interazioni e *tutte* le osservazioni.

Inoltre, si può sostenere che le due opzioni per definire una lunghezza fondamentale – con il quanto d'azione e con il quanto di carica – non sono troppo diverse: la carica dell'elettrone è legata al quanto d'azione $e = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 \alpha c\hbar}$. Le due scale di lunghezza definite dalle due opzioni differiscono solo per un fattore vicino a 11,7. Infatti, entrambe le scale sono scale*quantistiche*.

Sfida 8, page 21: Sul terreno puramente dimensionale, il raggio di un atomo deve essere

$$r \approx \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} , \qquad (152)$$

Page 191

che è circa 53 nm. In effetti, questa ipotesi è eccellente: si tratta solo del raggio di Bohr.

Sfida 9, page 21: A causa del quanto d'azione, gli atomi di tutti gli uomini, siano essi giganti o nani, hanno la stessa dimensione. Questo implica che i giganti non possono esistere, come è stato dimostrato già da Galileo. L'argomento si basa sulla forza data dei materiali; ed una stessa forza ovunque è equivalente per le stesse proprietà degli atomi ovunque. Che i nani non possano esistere è dovuto ad un motivo simile; la natura non è in grado di fare persone più piccole del

Vol. I, pag. ??

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

solito (anche nel grembo materno sono molto diverse dagli adulti) in quanto ciò richiederebbe atomi più piccoli.

Sfida 12, page 28: Una scomparsa di una massa m in un tempo Δt è un'azione di cambiamento $c^2 m \Delta t$. Che è molto più grande di $\hbar$ per tutti gli oggetti della vita di tutti i giorni.

Sfida 14, page 29: L'effetto tunnel di un leone comporterebbe un'azione di valori S dell'ordine di $S = 100\,\mathrm{kgm^2/s} \gg \hbar$. Questo non può accadere spontaneamente.

Sfida 15, page 30: Ogni ricordo, sia essa la memoria umana o la memoria di un elaboratore elettronico, deve evitare il decadimento. Ed il decadimento può essere evitato solo con alte pareti e bassi tassi di tunneling.

Sfida 16, page 30: Sì! Molte credenze e miti – dalla lotteria ai fantasmi – sono a causa della ignoranza degli effetti quantistici.

Sfida 17, page 30: Il flusso perfettamente continuo è in contrasto con l'aleatorietà del moto indotto dal quanto d'azione.

Sfida 18, page 31: L'impossibilità di seguire due particelle lungo il loro percorso appare quando la loro distanza reciproca d è minore della loro indeterminazione di posizione a causa della loro quantità di moto relativa p, quindi quando $d < \hbar/p$. Controllare i numeri con elettroni, atomi, molecole, batteri, persone e galassie.

Sfida 19, page 31: Anche i fotoni sono indistinguibili. Vedere page 65.

Sfida 21, page 37: Nel materiale che forma il meccanismo di scappamento.

Sfida 22, page 37: La crescita non è proporzionale all'intensità della luce o alla frequenza della luce, ma mostra entrambe *soglie* di intensità e frequenza. Questi sono effetti quantistici.

Sfida 23, page 37: Tutti gli effetti di cui sopra, come il tunneling, l'interferenza, il decadimento, la trasformazione, il non-vuoto del vuoto, l'indeterminazione e la casualità, sono osservati anche nel dominio nucleare.

Sfida 24, page 37: Questo non è evidente da quanto è stato detto finora, ma si rivela essere corretto. In realtà, non c'è altra scelta, come si vedrà quando si cerca di trovarne uno.

Sfida 25, page 37: Pollicino è presumibilmente intelligente come un normale essere umano. Ma un cervello non può essere ridimensionato. I frattali contraddicono l'esistenza della lunghezza di Planck, e la legge di Moore contraddice l'esistenza degli atomi.

Sfida 26, page 38: Il momento angolare totale conta, incluso il momento angolare orbitale. Il momento angolare orbitale $\boldsymbol{L}$ è dato, utilizzando il raggio e la quantità di moto lineare, $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$. Il momento angolare totale è un multiplo di $\hbar$.

Sfida 27, page 38: Sì, si potrebbe avere!

Sfida 28, page 38: Questa è proprio la relazione d'indeterminazione. Bohr ampliò questa idea ad ogni sorta di altre coppie di concetti, più nel dominio filosofico, come la chiarezza e la precisione delle spiegazioni: entrambe non possono essere alte allo stesso tempo.

Sfida 29, page 40: Il big bang non può essere stato un evento, per esempio.

Sfida 32, page 46: I fotoni carichi verrebbero deviati da campi elettrici e magnetici; in particolare, non potrebbero attraversarli indisturbati. Questo non è osservato. Fotoni massivi verrebbero deviati dalle masse, come il Sole, molto più di quanto viene osservato.

Sfida 34, page 46: Per misurare la quantità di moto, abbiamo bisogno di un dispositivo di misura spazialmente esteso; per misurare la posizione, abbiamo bisogno di un dispositivo di misura localizzato.

Sfida 35, page 48: I fotoni sono elementari perché si accorgono del dell'azione minima, perché non possono decadere, perché non possono essere deformati o frazionati, perché non hanno

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

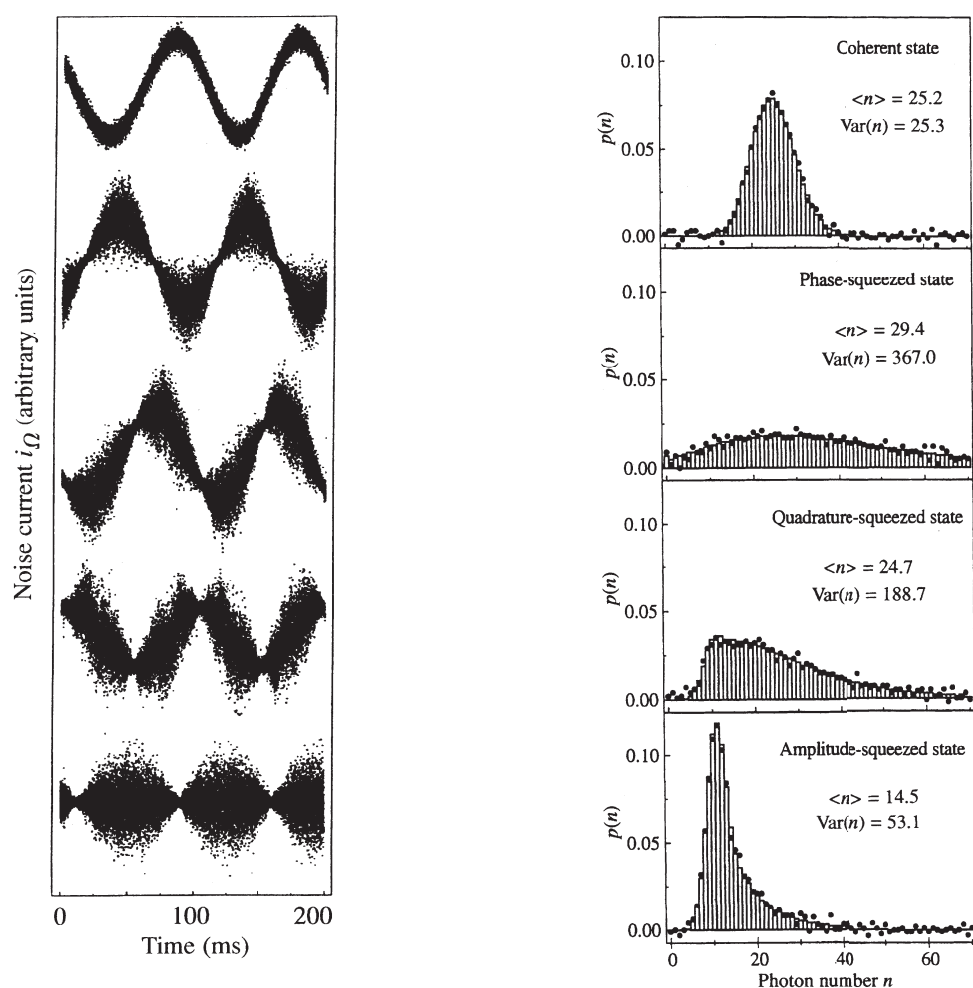



FIGURE 90 Sinistra, da cima a fondo: il campo elettrico e l'aleatorietà misurati per uno stato coerente per lo stato di vuoto spremuto, per uno stato di fase spremuta, per uno stato di quadratura spremuta e per uno stato di ampiezza spremuta, il tutto con un piccolo numero di fotoni. Destra: la corrispondente distribuzione del numero di di fotoni per i quattro stati più alti.(© G. Breitenbach/Macmillan, da Ref. 19)

massa, carica elettrica e nessun altro numero quantistico, e perché appaiono nel Lagrangiano dell'elettrodinamica quantistica.

Sfida 36, page 52: I campi elettrici misurati e la distribuzione dei fotoni sono mostrati nei famosi grafici riprodotti in Figure 90.

Sfida 38, page 52: Questo è un problema posto poco chiaramente. La radiazione è termica, ma il numero di fotoni dipende dal volume in esame.

Sfida 40, page 58: I fotoni radio possono essere contati con esperimenti di pompaggio ottico in cui gli stati atomici sono divisi da un piccolo, ammontare di 'lunghezza d'onda–radio', con l'ausilio di campi magnetici. Anche gli orologi al cesio rilevano fotoni radio con mezzi ottici. L'effetto Josephons e la risonanza magnetica sono metodi di rilevamento aggiuntivi per i fotoni radio.

Sfida 41, page 60: Per essere osservabili ad occhio, le frange di interferenza devono essere visib-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

ili per circa 0.1 s. Ciò implica una differenza massima di frequenza tra i due fasci di circa 10 Hz. Questo è realizzabile solo se un singolo fascio viene diviso in due o se i due fasci provengono da laser ad alta precisione, stabilizzati.

Sfida 42, page 64: Nel modello freccia è implicita l'idea che una particella quantistica è descritta da una freccia.

Sfida 48, page 66: Nonostante un gran numero di tentativi e la promessa di eterna fama, questa è la sobria conclusione.

Sfida 53, page 69: Sì, l'argomento è corretto. Infatti, più dettagliate discussioni indicano come l'elettrodinamica classica sia in contraddizione con *tutti* i colori osservati in natura.

Ref. 175 **Sfida 56**, page 73: Il calcolo non è facile, ma nemmeno troppo difficile. Per un orientamento iniziale *vicino* alla verticale, il tempo di caduta T risulta essere

$$T = \frac{1}{2\pi} T_0 \ln \frac{8}{\alpha} \tag{153}$$

dove α è l'angolo di partenza, ed è assunta una caduta con angolo π. Qui T_0 è il tempo di oscillazione della matita per piccoli angoli. (Potete determinarlo?) La relazione di indeterminazione per la punta della matita produce un *minimo* angolo iniziale, perché l'indeterminazione del moto non può essere fatta arbitrariamente grande. Dovreste essere in grado di fornire un limite superiore. Una volta che questo angolo è noto, è possibile calcolare il tempo massimo.

Sfida 57, page 74: Utilizzare la temperatura per calcolare l'energia cinetica media, e quindi la velocità media degli atomi.

Sfida 58, page 74: A temperature così basse, gli atomi non possono essere pienamente distinti; formano uno stato della materia con proprietà particolari, chiamato
iicondensato. Il condensato non è neanche a riposo ; ma a causa della sua grande massa, le sue oscillazioni sono notevolmente ridotte, rispetto a quelle di un singolo atomo.

Sfida 60, page 79: Solo variabili il cui prodotto ha le stesse unità dell'azione fisica – Js – possono essere complementari l'una all'altra.

Sfida 61, page 79: Utilizza $\Delta E < E$ e $a\ \Delta t < c$.

Sfida ??, page ??: Il quanto d'azione non si applica solo alle misurazioni, si applica al moto stesso, e in particolare a tutti i moti. Anche gli effetti delle forze nucleari, delle particelle nucleari e della radiazione delle particelle nucleari devono essere conformi al limite. E gli esperimenti mostrano che effettivamente lo fanno. Infatti, se così non fosse, il quanto d'azione in situazioni elettrodinamiche potrebbero essere aggirato, come è possibile verificare.

Sfida ??, page ??: All'esterno del garage, tutti gli atomi devono formare la stessa struttura solida di nuovo.

Sfida 70, page 96: I chip da un Terabyte avrebbero bisogno di avere celle di memoria di piccole dimensioni. Piccole celle implicano barriere sottili. Barriere sottili implicano elevate probabilità per il tunneling. Il tunnelling implica la mancanza di memoria.

Sfida 75, page 109: Se una particella non fosse elementare, i suoi componenti sarebbero vincolati da una interazione. Ma non ci sono interazioni note al di fuori di quelle del modello standard.

Sfida 76, page 110: Le difficoltà di vedere gli atomi di idrogeno sono a causa delle loro piccole dimensioni e del loro numero di elettroni. Di conseguenza, atomi di idrogeno producono solo contrasti deboli nelle immagini radiografiche. Per le stesse ragioni è difficile immaginarli utilizzando gli elettroni; il raggio di Bohr dell'idrogeno è solo leggermente più grande della lunghezza d'onda Compton dell'elettrone.

Per la prima volta, nel 2008, un gruppo di ricerca ha affermato di aver ripreso atomi di idrogeno adsorbiti sul grafene con l'aiuto di un microscopio elettronico a trasmissione. Per i dettagli,

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

consultare J. C. Meyer, C. O. Grit, M. F. Crommle & A. Zetti, *Imaging and dynamics of light atoms and molecules on graphene*, Nature 454, pp. 319–322, 2008. Tuttavia, sembra che la relazione non sia stata confermata ancora da un altro gruppo.

Negli ultimi anni sono apparse molte immagini dell'idrogeno. POtete cercare olympicene su internet, per esempio. Per un altro risultato recente sulle immagini dell'idrogeno, vedere sopra.

Page 193

Sfida ??, page ??: Questo non è facile! Si può utilizzare il concetto di azione per mostrare che c'è infatti una differenza fondamentale tra operatori molto simili e molto diversi?

Sfida 80, page 111: $r = 86$ pm, quindi $T = 12$ eV. Ciò a fronte de valore reale di 13.6 eV. Il trucco per la derivazione della formula è quello di utilizzare $\langle\psi\,|\,r_x^2\,|\,\psi\rangle = \frac{1}{3}\langle\psi\,|\,\boldsymbol{rr}\,|\,\psi\rangle$, una relazione valida per gli stati senza momento angolare orbitale. È valido per tutte le coordinate e anche per le tre quantità di moto osservabili, finché il sistema è non-relativistico.

Sfida 81, page 111: L'universo per esistere necessiterebbe di una fluttuazione quantistica. Tali dichiarazioni, regolarmente presenti sulla stampa, sono di una sciocchezza assoluta.

Sfida 82, page 113: Le particelle puntiformi non possono essere contrassegnate; particelle puntiformi vicine non possono essere distinte, a causa del quanto d'azione.

Sfida 83, page 113: La soluzione è *due* guanti. In altre parole, se due uomini e due donne vogliono fare l'amore senza pericolo, hanno bisogno solo di *due* profilattici. Potete dedurre la procedura da soli.

Sfida 87, page 115: La formula Sackur–Tetrode è meglio dedotta nel modo seguente. Si comincia con un gas monoatomico ideale di volume di V, con N particelle, ed energia totale U. Nello spazio delle fasi, lo *stato somma* Z è dato da

$$Z = \frac{V^N}{N!}\frac{1}{\Lambda^{3N}} \,. \tag{154}$$

Usiamo l'approssimazione di Stirling $N! \approx N^N/e^N$,e la definizione di entropia come $S = \partial(kT\ln Z)/\partial T$. Inserendo la definizione di Λ, questo dà l'equazione Sackur–Tetrode.

Sfida 88, page 117: Per un gran numero di particelle, l'energia di interazione introdurrà errori. Per numeri molto grandi, l'energia di legame gravitazionale farà altrettanto.

Sfida 90, page 118: Per scrivere due particelle sulla carta, bisogna distinguerle, anche se la distinzione è arbitraria.

Sfida 91, page 119: Gli alberi, come tutti gli oggetti macroscopici, hanno un valore di spin che dipende dal loro momento angolare. Essendo oggetti classici la cui fase può essere osservata, il valore di spin è incerto. Non ha senso chiedersi se gli oggetti macroscopici sono bosoni o fermioni.

Sfida 94, page 124: L'idea, chiamata anche *denaro quantistico*, non è compatibile con le dimensioni e la durata richieste alle banconote reali.

Sfida ??, page ??: I gemelli differiscono nel modo in cui loro intestini sono piegati, nelle linee delle loro mani e nelle altre pieghe cutanee. A volte, ma non sempre, caratteristiche come i punti neri sulla pelle sono speculari sui due gemelli.

Sfida 102, page 137: Tre.

Sfida 103, page 137: Non per un materasso. Questo non è facile da immagine.

Sfida 104, page 138: Gli angeli possono essere distinti in base al nome, possono parlare e possono cantare; quindi sono fatti di un gran numero di fermioni. In realtà, molti angeli hanno dimensione umana, in modo che essi non si adattano sulla punta di uno spillo.

Sfida 110, page 142: Un bosone può essere rappresentato da un oggetto incollato ad un filo infinitamente sottile le cui due code raggiungono l'infinito spaziale.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Sfida 113, page 144: I fantasmi, come gli angeli, possono essere distinti in base al nome, possono parlare e possono essere visti; così essi contengono fermioni. Tuttavia, possono passare attraverso i muri e sono trasparenti; pertanto non possono essere fatti di fermioni, ma devono essere immagini, fatte di bosoni. Questa è una contraddizione.

Sfida 114, page 147: Le sovrapposizioni macroscopiche non si possono disegnare, perché l'osservazione implica l'interazione con un bagno, che distrugge la sovrapposizione macroscopica.

Sfida 116, page 149: La perdita di elementi non diagonali porta ad un aumento degli elementi diagonali, e quindi di entropia.

Sfida 119, page 156: La velocità di energia è data dal progresso dellE due code esterne; quella velocità non è mai superiore alla velocità della luce.

Sfida 120, page 159: No, come scattare una foto implica una interazione con un bagno, che distruggerebbe la sovrapposizione.

Sfida 121, page 159: Una fotografia richiede illuminazione; l'illuminazione è un campo elettromagnetico macroscopico; un campo macroscopico è un bagno; un bagno implica decoerenza; la decoerenza distrugge le sovrapposizioni.

Sfida 124, page 160: Dipende. Possono essere causa di interferenze o di somme di intensità. Nel caso della radio l'effetto è più chiaro. Se in una particolare frequenza i segnali cambiano periodicamente da una stazione all'altra, si ha un vero effetto di interferenza.

Sfida 125, page 160: Interferiscono. Ma questa è una domanda trabocchetto; cos'è un elettrone monocromatico? Si verifica in laboratorio?

Sfida ??, page **??**: Tale computer richiede chiare relazioni di fase tra i componenti; tali relazioni di fase sono estremamente sensibili ai disturbi esterni. Attualmente, essi non durano più di un microsecondo, mentre lunghi programmi per computer richiedono minuti ed ore per l'esecuzione.

Sfida 127, page 161: Un record è un effetto di un processo che deve essere *difficile da invertire o annullare*. Le tracce di un uovo rotto sono facili da pulire su una grande lastra di vetro, ma difficili nella lana di una pecora. Denti rotti, vestiti strappati, o graffi su grandi superfici sono buoni record. Gli scienziati forensi conoscono molti ulteriori esempi.

Sfida 131, page 169: Qualsiasi altro bagno fa anche il trucco, come ad esempio l'ambiente, le vibrazioni del suono, i campi elettromagnetici, ecc

Sfida 132, page 169: La Luna è in contatto con i bagni, come il vento solare, la caduta di meteoriti, la radiazione elettromagnetica di fondo dell'universo profondo, il flusso di neutrini dal Sole, le radiazioni cosmiche, etc.

Sfida 133, page 171: I potenziali spazialmente periodici hanno la proprietà. La decoerenza porta poi alla diagonalizzazione della quantità di moto.

Sfida 135, page 175: Se è così, lasciate che lo sappia l'autore.

Sfida 136, page 188: Il valore di spostamento verso il rosso è $z = 9{,}9995$. Dalla formula per lo scorrimento Doppler longitudinale otteniamo $v/c = ((z+1)^2 - 1)/((z+1)^2 + 1)$; Questo produce 0,984 nel presente caso. La galassia si sposta quindi dalla Terra con 98,4 % della velocità della luce.

Sfida 142, page 190: Gli atomi di idrogeno sono negli autostati per le ragioni spiegate nel capitolo sulle sovrapposizioni e le probabilità: in un gas, gli atomi sono parte di un bagno, e quindi quasi sempre in autostato dell'energia.

Sfida 147, page 201: Se più fasci di luce sono focalizzati nello spazio tra gli specchi, e se la frequenza dei fasci luminosi è sintonizzata correttamente rispetto alla frequenze di assorbimento

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

degli atomi, gli atomi sperimenteranno una forza di ripristino quando si allontanano dalla regione focale. Con fasci di luce che si concentrano sul fuoco della regione da 6 direzioni, gli atomi sono intrappolati. La tecnica di Raffreddamento laser è ora ampiamente utilizzata nel campo dei laboratori di ricerca .

Sfida 148, page 201: No, nonostante il nome, il fosforo non è fosforescente, ma chemiluminescente.

Sfida 150, page 203: Questa è una domanda trabocchetto. Un cambiamento di α richiede un cambiamento di c, $\hbar$, e o e_0. Nessuno di questi cambiamenti è possibile o osservabile, poiché tutto il nostro apparato di misura si basa su queste unità. Speculazioni sul cambiamento di α, nonostante la loro frequenza sulla stampa e nelle riviste scientifiche, sono chiacchiere.

Sfida 151, page 203: Un cambio di unità fisiche tali che $\hbar = c = e = 1$ cambierebbe il valore di ε_0 in modo tale che $4\pi\varepsilon_o = 1/\alpha \approx 137.036$.

Sfida 154, page 213: la massa è una misura della quantità di energia. Il 'quadrato della massa' non ha senso.

Sfida 158, page 216: I limiti Planck possono essere superati per osservabili estensivi per i quali molti sistemi di particelle possono superare i limiti della singola particella, come la massa, quantità di moto, energia o resistenza elettrica.

Sfida ??, page **??**: Non dimenticate la dilatazione del tempo relativistico.

Sfida 161, page 219: La formula con $n - 1$ è una misura migliore. Perché?

Sfida 163, page 220: No! Sono troppo precisi per dare un senso. Sono solo dato come un'illustrazione per il comportamento della distribuzione gaussiana. Le distribuzioni di misura reali non sono gaussiane alla precisione implicita in questi numeri.

Sfida 164, page 220: Circa 0,3 m/s. *Non* è 0,33 m/s, *non* è 0,333 m/s ed è *non* più lunga di una stringa di tre.

Sfida 166, page 226: Il rallentamento va *quadraticamente* con il tempo, perché ogni nuovo rallentamento si aggiunge a quello vecchio!

Sfida 167, page 226: No, sono elencate solo le proprietà di parti dell'universo. L'universo stesso non ha proprietà, come mostrato nell'ultimo volume.

Vol. VI, pag. ??

Sfida 168, page 228: Il doppio di tale numero, il numero fatto della sequenza di tutti i numeri pari, etc.

Sfida 171, page 231: Scopriremo nell'ultimo volume che tutte le misure dei valori hanno limiti superiori e inferiori. Scopriremo anche che due risultati fisici di misura non possono differire solo da, diciamo, la 300ma cifra decimale in poi. Così in effetti, tutti i risultati di misurazione sono numeri reali, ma non viceversa. Va sottolineato che per la teoria quantistica, per la relatività e anche per per la fisica galileiana questa limitazione non ha conseguenze di sorta.

Sfida 173, page 232: $|z|^2$ è il *determinante* della matrice $z = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$.

Sfida 178, page 233: L'uso dell'argomento diagonale di Cantor, come nella sfida **??**

Sfida 179, page 234: Ogni quaternione $X = ai + bj + ck$ con $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ risolve l'equazione $X^2+1 = 0$; le soluzioni puramente immaginarie $+i$ e $-i$ sono così aumentata da una sfera continua di soluzioni nello spazio quaternionico.

Sfida 182, page 236: Ogni rotazione di un angolo 2π è descritta da -1. Solo la rotazione di 4π è descritta da $+1$; i quaternioni infatti descrivono spinori.

Sfida 184, page 238: Basta controllare il risultato componente per componente. Vedi anche il riferimento citato.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Sfida 186, page 240: No. Poiché gli ottonioni unitari non sono associativi, non formano affatto un gruppo. Nonostante il suo fascino superficiale, questa linea di ragionamento non ha portato ad alcuna comprensione delle interazioni fondamentali della natura.

Sfida 187, page 241: Un intero Gaussiano $n + im$ per essere primo, l'intero $n^2 + m^2$ deve essere primo, e in aggiunta, deve essere soddisfatta una condizione su n mod 3 ; quale e perché?

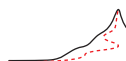
Sfida 189, page 242: L'insieme che contiene solo il vettore zero.

Sfida 190, page 242: La metrica è regolare, definita positiva e obbedisce alla disuguaglianza triangolare.

Sfida 192, page 244: In sostanza solo gli spazi vettoriali elencati nell'appendice (O nel libro).

Sfida 193, page 244: Se non è possibile, prendetevela col vostro insegnante di matematica nella scuola secondaria, e poi cercate le definizioni. Non è un argomento difficile.

Sfida 194, page 244: Gli spazi potrebbero esistere approssimativamente, come medie di strutture non continue. Questa idea è esplorata nella ricerca moderna; un esempio è dato nell'ultimo volume di questa serie.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

BIBLIOGRAPHY

> Nessun uomo ma un imbecille ha mai scritto, tranne che per i soldi
>
> Samuel Johnson

> Non appena scrivete, non vi rimane più tempo per leggere.
>
> Anonimo

1 Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, Milano, 1983. Cited on page 15.

2 Il quanto d'azione fu introdotto in Max Planck, *Über irreversible Strahlungsvorgänge*, Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Berlin pp. 440–480, 1899. Nel documento, Planck usò la lettera b per quella che oggigiorno è chiamata h. Cited on page 17.

3 Bohr spiegò l'indivisibilità del quanto d'azione nella sua famosa conferenza di Como. See N. Bohr, *Atomtheorie und Naturbeschreibung*, Springer, 1931. A pagina 16, scrive: 'Non è più probabile che i concetti fondamentali delle teorie classiche saranno mai divenute superflue per la descrizione dell'esperienza fisica. Il riconoscimento della indivisibilità del quanto di azione, e la determinazione della sua portata, dipendono non solo su un'analisi di misurazioni basate su concetti classici, ma continua ad essere l'applicazione di questi soli concetti che consente di correlare il simbolismo della teoria quantistica ai dati dell'esperienza '. Egli scrive anche: '...il postulato fondamentale della indivisibilità del quanto d'azione è esso stesso, dal punto di vista classico, elemento irrazionale che ci impone inevitabilmente di rinunciare a una modalità causale di descrizione e che, per l'accoppiamento tra fenomeni e le loro osservazioni, ci forza ad adottare una nuova modalità di descrizione designata come complementare nel senso che qualsiasi applicazione di concetti classici osta il simultaneo uso di altri concetti classici che in una connessione diversa ugualmente necessaria per la spiegazione dei fenomeni ...' e ' ...finita grandezza del quanto d'azione impedisce del tutto una netta distinzione compiuta tra un fenomeno e l'agenzia con cui si osserva una distinzione che sta alla base del concetto abituale di osservazione e, pertanto, costituisce la base delle idee classiche del moto '. Altre dichiarazioni circa l'indivisibilità del quanto d'azione possono essere trovate in N. Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge*, Science Editions, 1961. Vedi anche Max Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, first edition, 1974, pp. 90–91. Cited on page 17.

4 Per alcune delle moderne rare pubblicazioni che sottolineano il quanto d'azione vedi M. B. Mensky, *The action uncertainty principle and quantum gravity*, Physics Letters A **162**, p. 219, 1992, and M. B. Mensky, *The action uncertainty principle in continuous quantum measurements*, Physics Letters A **155**, pp. 229–235, 1991. Il principio del quanto d'azione di Schwingerè pure utlizzato in Richard F. W. Bader, *Atoms in Molecules – A Quantum Theory*, Oxford University Press, 1994.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Vi è un gran numero di libri di testo generali sulla teoria quantistica. Ce n'è uno per tutti i gusti.

Una ben conosciute introduzione *concettuale* è JEAN-MARC LÉVY-LEBLOND & FRANÇOISE BALIBAR, *Quantique – Rudiments*, Masson, 1997, tradotta in Inglese come *Quantics*, North-Holland, 1990.

Uno dei più meravigliosi libri è JULIAN SCHWINGER, *Quantum Mechanics – Symbolism of Atomic Measurements*, edited by Berthold-Georg Englert, Springer Verlag, 2001.

Un approccio moderno con una bella introduzione è MAX SCHUBERT & GERHARD WEBER, *Quantentheorie – Grundlagen und Anwendungen*, Spektrum Akademischer Verlag, 1993.

Il testo standard per principianti è C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU & F. LALOË, *Mécanique quantique I et II*, Hermann, Paris, 1977. It is also disponibile in diverse traduzioni.

Un buon testo è ASHER PERES, *Quantum Theory – Concepts and Methods*, Kluwer, 1995.

Per un approccio vivace, vedi VINCENT ICKE, *The Force of Symmetry*, Cambridge University Press, 1994.

Nuovi libri di testo sono pubblicati regolarmente in tutto il mondo. Cited on pages 17 and 261.

5 La migliore fonte per la storia della passeggiata di Planck nella foresta con il figlio Erwin è HANS ROOS & ARMIN HERMANN, editors, *Max Planck – Vorträge, Reden, Erinnerungen*, Springer, 2001, page 125. Il testo spiega, che la storia venne raccontata da Erwin Planck ad almeno due persone diverse. Erwin Planck stesso faceva parte del fallito attentato del 1944 contro Hitler e fu impiccato nel gennaio 1945. Cited on page 20.

6 MAX BORN, *Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge (vorläufige Mitteilung)*, Zeitschrift für Physik **37**, pp. 863–867, 1926, MAX BORN, *Quantenmechanik der Stoßvorgänge*, Zeitschrift für Physik **38**, pp. 803–827, 1926. Cited on page 25.

7 Vedi per esempio i documenti di JAN HILGEVOORD, *The uncertainty principle for energy and time*, American Journal of Physics **64**, pp. 1451–1456, 1996, and by PAUL BUSCH, *On the time–energy uncertainty reaction, parts 1 & 2*, Foundations of Physics **20**, pp. 1–43, 1990. A classic is the paper by EUGENE P. WIGNER, *On the time–energy uncertainty relation*, in ABDUS SALAM & EUGENE P. WIGNER, editors, *Aspects of Quantum Theory*, Cambridge University Press, 1972. Cited on page 26.

8 vedi anche il booklet di CLAUS MATTHECK, *Warum alles kaputt geht – Form und Versagen in Natur und Technik*, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003. Cited on page 30.

9 R. CLIFTON, J. BUB & H. HALVORSON, *Characterizing quantum theory in terms of information-theoretic constraints*, arxiv.org/abs/quant-ph/0211089. Cited on page 36.

10 Questo modo di vedere le lattine di fagioli risale al testo SUSAN HEWITT & EDWARD SUBITZKY, *Un appello per la verità più scientifica nelle etichette di avvertimento del prodotto*, Journal of Irreproducible Results **36**, nr. 1, 1991. Cited on page 38.

11 J. MALIK, *The yields of the Hiroshima and Nagasaki nuclear explosions*, Technical Report LA-8819, Los Alamos National Laboratory, September 1985. Cited on page 38.

12 Le citazioni sul moto si trovano nel capitolo VI di F. ENGELS, *Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft*, Verlag für fremdsprachliche Literatur, 1946. Il libro viene comunemente chiamato *Anti-Dühring*. Cited on pages 40 and 74.

13 RODNEY LOUDON, *The Quantum Theory of Light*, Oxford University Press, 2000. Cited on page 41.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

14 E. M. Brumberg & S. I. Vavilov, Izvest. Akad. Nauk. Omen Ser. 7, p. 919, 1933. Cited on page 41.

15 On photon detection in the human eye, see the influential review by F. Rieke & D. A. Baylor, *Single-photon detection by rod cells of the retina*, Reviews of Modern Physics 70, pp. 1027–1036, 1998. It can be found on the internet as a pdf file. No citations.

16 F. Rieke & D. A. Baylor, *Single-photon detection by rod cells of the retina*, Reviews of Modern Physics 70, pp. 1027–1036, 1998. Essi citano anche che l'occhio di solito funziona a flussi di fotoni tra $10^8\,/\mu\mathrm{m}^2\mathrm{s}$ (sunlight) e $10^{-2}\,/\mu\mathrm{m}^2\mathrm{s}$ (starlight). I coni, nella retina rilevano, in colore, luce intensità nei più alti sette o otto anni, mentre i bastoncelli rilevano, in bianco e nero, la luce di intensità più bassa. Cited on pages 45 and 46.

17 E. Fischbach, H. Kloor, R. A. Langel, A. T. Y. Lui & M. Peredo, *New geomagnetic limit on the photon mass and on long-range forces coexisting with electromagnetism*, Physical Review Letters 73, pp. 514–517, 1994. Cited on page 46.

18 A. H. Compton, *The scattering of X-rays as particles*, American Journal of Physics **29**, pp. 817–820, 1961. This is a pedagogical presentation of the discoveries he made in 1923. Cited on page 46.

19 Il documento di riferimento per questo argomento è G. Breitenbach, S. Schiller & J. Mlynek, *Measurement of the quantum states of squeezed light*, **387**, pp. 471–475, 1997. E' liberamente disponibile a gerdbreitenbach.de/publications/nature1997.pdf. Cited on pages 51 and 247.

20 Il famoso documento è R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, Nature **178**, p. 1046, 1956. Hanno avuto l'idea di misurare la luce in in questo modo dai loro lavori precedenti, che hanno usato lo stesso metodo con le onde radio: R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, Nature **177**, p. 27, 1956. La discussione completa è data dai loro documenti. R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, *Interferometry of the intensity fluctuations in light. I. Basic theory: the correlation between photons in coherent beams of radiation*, Proceedings of the Royal Society A **242**, pp. 300–324, 1957, and R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, *Interferometry of the intensity fluctuations in light. II. An experimental test of the theory for partially coherent light*, Proceedings of the Royal Society A **243**, pp. 291–319, 1958. Entrambi sono scaricabili liberamente da Internet e vale la pena di leggere. Cited on page 54.

21 J. Glanz, *First light from a space laser*, Science **269**, p. 1336, 1995. Cited on page 55.

22 A. Einstein, *Über einen die Erzeugung und Umwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Standpunkt*, Annalen der Physik **17**, pp. 132–184, 1905. Cited on page 56.

23 See the summary by P. W. Milonni, *Answer to question 45: What (if anything) does the photoelectric effect teach us?*, American Journal of Physics **65**, pp. 11–12, 1997. Cited on page 57.

24 For a detailed account, See J. J. Prentis, *Poincaré's proof of the quantum discontinuity of nature*, American Journal of Physics **63**, pp. 339–350, 1995. I documenti originali sono Henri Poincaré, *Sur la théorie des quanta*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris) **153**, pp. 1103–1108, 1911, and Henri Poincaré, *Sur la théorie des quanta*, Journal de Physique (Paris) **2**, pp. 5–34, 1912. Cited on page 57.

25 J. Jacobson, G. Björk, I. Chang & Y. Yamamoto, *Photonic de Broglie waves*, Physical Review Letters **74**, pp. 4835–4838, 1995. The first measurement was published by E. J. S. Fonseca, C. H. Monken & S. de Pádua, *Measurement of the de Broglie wavelength of a multiphoton wave packet*, Physical Review Letters **82**, pp. 2868–2671, 1995. Cited on page 57.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

26 For the three-photon state, see M. W. Mitchell, J. S. Lundeen & A. M. Steinberg, *Super-resolving phase measurements with a multiphoton entangled state*, Nature **429**, pp. 161–164, 2004, and for the four-photon state see, in the same edition, P. Walther, J. -W. Pan, M. Aspelmeyer, R. Ursin, S. Gasparoni & A. Zeilinger, *De Broglie wavelength of a non-local four-photon state*, Nature **429**, pp. 158–161, 2004. Cited on page 57.

27 Per una introduzione alla luce spremuta, vedi L. Mandel, *Non-classical states of the electromagnetic field*, Physica Scripta T **12**, pp. 34–42, 1986. Cited on page 57.

28 Friedrich Herneck, *Einstein und sein Weltbild: Aufsätze und Vorträge*, Buchverlag Der Morgen, 1976, page 97. Cited on page 59.

29 La famosa frase sull' interferenza di singoli fotoni si trova su Pagina 9 del famoso, bello ma difficile manuale P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, 1930. E' anche discusso, in modo alquanto confuso, nell'articolo informativo di H. Paul, *Interference between independent photons*, Reviews of Modern Physics **58**, pp. 209–231, 1986. Cited on pages 61 and 100.

30 I documenti originali sugli stati coerenti sono tre: R. J. Glauber, *The quantum theory of optical coherence*, Physical Review **130**, pp. 2529–2539, 1963, J. R. Klauder, *Continuous-representation theory*, I and II, Journal of Mathematical Physics **4**, pp. 1055–1058, 1963, and E. C. G. Sudarshan, *Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams*, Physical Review Letters **10**, p. 227, 1963. Cited on page 65.

31 Vedi, per esempio il bellissimo testo Richard P. Feynman, *QED – The Strange Theory of Light and Matter*, pp. 73–75, Princeton University Press, 1988, or Richard P. Feynman & Steven Weinberg, *Elementary Particles and the Laws of Physics*, p. 23, Cambridge University Press 1987. Cited on page 65.

32 Wolfgang Tittel, J. Brendel, H. Zbinden & N. Gisin, *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, Physical Review Letters **81**, pp. 3563–3566, 26 October 1998. Cited on page 66.

33 N. Bohr & L. Rosenfeld, *Zur Frage der Meßbarkeit der elektromagnetischen Feldgrößen*, Mat.-fys. Medd. Danske Vid. Selsk. **12**, p. 8, 1933. The results were later published in English as N. Bohr & L. Rosenfeld, *Field and charge measurements in quantum electrodynamics*, Physical Review **78**, pp. 794–798, 1950. Cited on page 67.

34 Dichiarazioni ingannevoli sono riportati nell'introduzione e nella conclusione della revisione da H. Paul, *Interference between independent photons*, Review of Modern Physics **58**, pp. 209–231, 1986. However, in the bulk of the article the author in practice retracts the statement, e.g. on page 221. Cited on page 101.

35 G. Magyar & L. Mandel, *Interference fringes produced by superposition of two independent maser light beams*, Nature **198**, pp. 255–256, 1963. Cited on page 101.

36 R. Kidd, J. Aedini & A. Anton, *Evolution of the modern photon*, American Journal of Physics **57**, pp. 27–35, 1989, Cited on page 71.

37 L'intero gruppo di atomi si comporta come una singola molecola; si parla di condensato di Bose - Einstein. Le prime osservazioni, degne di un Premio Nobel, erano di M.H. Anderson & al., *Observation of Bose–Einstein condensation in a dilute atomic vapour*, Science **269**, pp. 198–201, 1995, C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett & R. G. Hulet, *Evidence of Bose–Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions*, Physical Review Letters **75**, pp. 1687–1690, 1995, K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn & W. Ketterle, *Bose–Einstein condensation in a gas of sodium atoms*, Physical Review Letters **75**, pp. 3969–3973, 1995. For a

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

simple introduction, see W. Ketterle, *Experimental studies of Bose–Einstein condensation*, Physics Today pp. 30–35, December 1999. Cited on page 74.

38 J.L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. García-Mochales & P.A. Serena, *Nanowire formation in macroscopic metallic contacts: a universal property of metals*, Surface Science Letters **342**, pp. L1144–L1152, 1995. See also J. L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. A. Serena, P. García-Mochales, M. Marqués & A. Correia, *Conductance quantization in nanowires formed in macroscopic contacts*, Physical Review B p. 4416, 1997. Cited on page 75.

39 I begli esperimenti di laurea resi possibili da questa scoperta sono descritti in E. L. Foley, D. Candela, K.M. Martini & M.T. Tuominen, *An undergraduate laboratory experiment on quantized conductance in nanocontacts*, American Journal of Physics **67**, pp. 389–393, 1999. Cited on page 75.

40 L. de Broglie, *Ondes et quanta*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences **177**, pp. 507–510, 1923. Cited on page 76.

41 C. Jönsson, *Interferenz von Elektronen am Doppelspalt*, Zeitschrift für Physik **161**, pp. 454–474, 1961, C. Jönsson, *Electron diffraction at multiple slits*, American Journal of Physics **42**, pp. 4–11, 1974. A causa della carica degli elttroni, questo esperimento non è facile da eseguire: alcune parti dell'impianto che sono isolanti caricano e distorcono l'immagine. È per questo che l'esperimento fu eseguito molto più tardi con gli elettroni piuttosto che con atomi, neutroni e molecole. Cited on page 77.

42 M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw & A. Zeilinger, *Wave–particle duality of C60 molecules*, Nature **401**, pp. 680–682, 14 October 1999. See also the observation for tetraphenyleprophyrin and $C_{60}F_{48}$ by the same team, published as L. Hackermüller & al., *Wave nature of biomolecules and fluorofullerenes*, Physical Review Letters **91**, p. 090408, 2003.

Nessun fenomeno della teoria dei quanti è stato studiato sperimentalmente quanto l'interferenza quantistica. La transizione da interferenza a non interferenza inoltre è stato esplorato, come in P. Facchi, A. Mariano & S. Pascazio, *Mesoscopic interference*, Recent Developments in Physics **3**, pp. 1–29, 2002. Cited on page 78.

43 G. Papini, *Ombre di una accelerazione massimale.*, arxiv.org/abs/gr-qc/0211011. Cited on page 79.

44 J. Perrin, *Nobel Prize speech*, found at www.nobel.se, and H. Nagaoka, *Kinetics of a system of particles illustrating the line and the band spectrum and the phenomena of radioactivity*, Philosophical Magazine S6, 7, pp. 445–455, March 1904. Cited on page 80.

45 N. Bohr, *On the constitution of atoms and molecules: Introduction and Part I – binding of electrons by positive nuclei*, Philosophical Magazine **26**, pp. 1–25, 1913, *On the constitution of atoms and molecules: Part II – systems containing only a single nucleus*, ibid., pp. 476–502, *On the constitution of atoms and molecules: Part III*, ibid., pp. 857–875. Cited on page 80.

46 Robert H. Dicke & James P. Wittke, *Introduction to Quantum Theory*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1960. See also Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics*, John Wiley & Sons, 1974. Cited on page 81.

47 P. Carruthers & M.M. Nieto, *Phase and angle variables in quantum mechanics*, Review of Modern Physics **40**, pp. 411–440, 1968. Cited on page 82.

48 The indeterminacy relation for rotational motion is well explained by W.H. Louisell, *Amplitude and phase uncertainty relations*, Physics Letters 7, p. 60, 1963. Cited on page 82.

49 S. Franke-Arnold, S.M. Barnett, E. Yao, J. Leach, J. Courtial & M. Padgett, *Uncertainty principle for angular position and angular momentum*, New

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Journal of Physics **6**, p. 103, 2004. This is a freely accessible online journal. Cited on page 82.

50 W. Gerlach & O. Stern, *Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms*, Zeitschrift für Physik **8**, p. 110, 1921. See also the pedagogical explanation by M. Hannout, S. Hoyt, A. Kryowonos & A. Widom, *Quantum measurement and the Stern–Gerlach experiment*, American Journal of Physics **66**, pp. 377–379, 1995. Cited on page 84.

51 J.P. Woerdman, G. Nienhuis, I. Kuščer, *Is it possible to rotate an atom?*, Optics Communications **93**, pp. 135–144, 1992. We are talking about atoms rotating around their centre of mass; atoms can of course rotate around other bodies, as discussed by M.P. Silverman, *Circular birefringence of an atom in uniform rotation: the classical perspective*, American Journal of Physics **58**, pp. 310–317, 1990. Cited on page 85.

52 J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, C.R. Ekstrom, T.D. Hammond, S. Wehinger & D.E. Pritchard, *Index of refraction of various gases for sodium matter waves*, Physical Review Letters **74**, p. 1043-1046, 1995. Cited on page 85.

53 Albert Einstein & Max Born, *Briefwechsel 1916 bis 1955*, Rowohlt, 1969, as cited on page 34. Cited on page 87.

54 E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem I*, Annalen der Physik **79**, pp. 361–376, 1926, and *Quantisierung als Eigenwertproblem II*, Annalen der Physik **79**, pp. 489–527, 1926. Cited on page 92.

55 C.G. Gray, G. Karl & V.A. Novikov, *From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics **67**, pp. 959–961, 1999. Cited on page 92.

56 Y. Aharonov & D. Bohm, *Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory*, Physical Review **115**, pp. 485–491, 1959. Cited on page 99.

57 R. Colella, A.W. Overhauser & S.A. Werner, *Observation of gravitationally induced quantum interference*, Physical review Letters **34**, pp. 1472–1474, 1975. Cited on page 100.

58 The trend-setting result that started this exploration was Hans-Werner Fink & al., *Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters **67**, pp. 1543–1546, 1991. Cited on page 102.

59 L. Cser, Gy. Török, G. Krexner, I. Sharkov & B. Faragó, *Holographic imaging of atoms using thermal neutrons*, Physical Review Letters **89**, p. 175504, 2002. Cited on page 102.

60 G.E. Uhlenbeck & S. Goudsmit, *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons*, Naturwissenschaften **13**, pp. 953–954, 1925. Cited on page 105.

61 L. Thomas, *The motion of the spinning electron*, Nature **117**, p. 514, 1926. Cited on page 106.

62 K. von Meyenn & E. Schucking, *Wolfgang Pauli*, Physics Today pp. 43–48, February 2001. Cited on page 106.

63 T.D. Newton & E.P. Wigner, *Localized states for elementary systems*, Review of Modern Physics **21**, pp. 400–406, 1949. L.L. Foldy & S.A. Wouthuysen, *On the Dirac theory of spin 1/2 particles and its nonrelativistic limit*, Physical Review **78**, pp. 29–36, 1950. Both are classic papers. Cited on page 107.

64 J.P. Costella & B.H.J. McKellar, *The Foldy–Wouthuysen transformation*, American Journal of Physics **63**, pp. 1119–1121, 1995. Cited on page 107.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

65 Per un resoconto della prima misura del fattore-g dell'elettrone, vedi H. R. Crane, *How we happended to measure g-2: a tale of serendipity*, Physics in Perspective **2**, pp. 135–140, 2000..La parte più interessante è come gli sperimentatori hanno dovuto superare la convinzione di quasi tutti i teorici che la misura era impossibile per principio. Cited on page 108.

66 Il fattore-g per nuclei compositi sono spiegati brevemente su en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_magnetic_moment ed i valori misurati si trovano su www-nds.iaea.org. Vedi anche H. Dehmelt, *Is the electron a composite particle?*, Hyperfine Interactions **81**, pp. 1–3, 1993. Cited on pages 109 and 260.

67 Quello che si è avvicinato di più all'immagine di un atomo di idrogeno è trovati in A. Yazdani, *Watching an atom tunnel*, Nature **409**, pp. 471–472, 2001. L'esperimento sui condensati Bose–Einstein sono pure candidate alle immagini hydrogen atoms. La compagnia Hitachi fece qualcosa di sciocco nel 1992 sostenendo in un comunicato stampa che il suo microscopio elettronico più recente poteva visualizzare immagini di atomi di idrogeno. Cited on page 110.

68 A. M. Wolsky, *Kinetic energy, size, and the uncertainty principle*, American Journal of Physics **42**, pp. 760–763, 1974. Cited on page 111.

69 Per un affascinante sommario, vedi M. A. Cirone, G. Metikas & W. P. Schleich, *Unusual bound or localized states*, preprint at arxiv.org/abs/quant-ph/0102065. Cited on page 111.

70 Vedi il documento di Martin Gardner, *Science fiction puzzle tales*, Clarkson Potter, **67**, pp. 104–105, 1981, o il suo libro *Aha! Insight*, Scientific American & W.H. Freeman, 1978. The rabbit story is from A. Hajnal & P. Lovász, *An algorithm to prevent the propagation of certain diseases at minimum cost*, in *Interfaces Between Computer Science and Operations Research*, edited by J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan & P. Van Emde Boas, Mathematisch Centrum, Amsterdam 1978, mentre l'eufemismo sul computer utilizzato da A. Orlitzky & L. Shepp, *On curbing virus propagation*, Technical memorandum, Bell Labs 1989. Cited on page 113.

71 Una discussione completa del problema si trova nel capitolo 10 di Ilan Vardi, *Computational Recreations in Mathematica*, Addison Wesley, 1991. Cited on page 113.

72 Sul paradosso di Gibbs ', vedere il testo preferito di termodinamica o meccanica statistica. Vedi anche W. H. Zurek, *Algorithmic randomness and physical entropy*, Physical Review A **40**, pp. 4731–4751, 1989. Zurek mostra che la formula Sackur - Tetrode può essere derivata da considerazioni di entropia algoritmica. Cited on page 115.

73 S. N. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Zeitschrift für Physik **26**, pp. 178–181, 1924. The theory was then expanded in A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **22**, pp. 261–267, 1924, A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **23**, pp. 3–14, 1925, A. Einstein, *Zur Quantentheorie des idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **23**, pp. 18–25, 1925. Cited on page 119.

74 C. K. Hong, Z. Y. Ou & L. Mandel, *La misurazione del tempo di subpicosecondi tra intervalli di interferenze di due fotoni*, Physical Review Letters **59**, pp. 2044–2046, 1987. See also T. B. Pittman, D. V. Strekalov, A. Migdall, M. H. Rubin, A. V. Sergienko & Y. H. Shih, *Can two-photon interference be considered the interference of two photons?*, Physical Review Letters 77, pp. 1917–1920, 1996. Cited on page 119.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

75 Un esempio di un tale esperimento eseguito con elettroni invece di fotoni è descritto in E. Bocquillon, V. Freulon, J.-M. Berroir, P. Degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin & G. Fève, *Coherence and indistinguishability of single electrons emitted by independent sources*, Science **339**, pp. 1054–1057, 2013. See also the comment C. Schönenberger, *Two indistinguishable electrons interfere in an electronic device*, Science **339**, pp. 1041–1042, 2013. Cited on page 120.

76 M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, C.I. Westbrook & A. Aspect, *Hanbury Brown Twiss effect for ultracold quantum gases*, Science **310**, p. 648, 2005, preprint at arxiv.org/abs/cond-mat/0508466. J. Viana Gomes, A. Perrin, M. Schellekens, D. Boiron, C.I. Westbrook & M. Belsley, *Theory for a Hanbury Brown Twiss experiment with a ballistically expanding cloud of cold atoms*, Physical Review A **74**, p. 053607, 2006, preprint at arxiv.org/abs/quant-ph/0606147. T. Jeltes, J.M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect & C.I. Westbrook, *Comparison of the Hanbury Brown-Twiss effect for bosons and fermions*, Nature **445**, p. 402, 2007, preprint at arxiv.org/abs/cond-mat/0612278. Cited on page 121.

77 The experiment is described in E. Ramberg & G. A. Snow, *Experimental limit on a small violation of the Pauli principle*, Physics Letters B **238**, pp. 438–441, 1990. Other experimental tests are reviewed in O. W. Greenberg, *Particles with small violations of Fermi or Bose statistics*, Physical Review D **43**, pp. 4111–4120, 1991. Cited on page 123.

78 L'originale teorema di no-cloning è di D. Dieks, *Communication by EPR devices*, Physics Letters A **92**, pp. 271–272, 1982, and by W. K. Wootters & W. H. Zurek, *A single quantum cannot be cloned*, Nature **299**, pp. 802–803, 1982. For a discussion of photon and multiparticle cloning, see N. Gisin & S. Massar, *Optimal quantum cloning machines*, Physics Review Letters **79**, pp. 2153–2156, 1997. The whole topic has been presented in detail by V. Buzek & M. Hillery, *Quantum cloning*, Physics World **14**, pp. 25–29, November 2001. Cited on page 124.

79 S. J. Wiesner, *Conjugate Coding*, **SIGACT News**, **15**, pp. 78–88, 1983. This widely cited paper was one of starting points of quantum information theory. Cited on page 124.

80 I più recenti risultati sperimentali e teorici sulla fisica della clonazione sono descritti in A. Lamas-Linares, C. Simon, J. C. Howell & D. Bouwmeester, *Experimental quantum cloning of single photons*, Science **296**, pp. 712 – 714, 2002, D. Collins & S. Popescu, *A classical analogue of entanglement*, preprint arxiv.org/abs/quant-ph/0107082, 2001, and A. Daffertshofer, A. R. Plastino & A. Plastino, *Classical no-cloning theorem*, Physical Review Letters **88**, p. 210601, 2002. Cited on page 125.

81 E. Wigner, *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group*, Annals of Mathematics **40**, pp. 149–204, 1939. Questo famoso documento riassume il lavoro che in seguito lo ha portato al Premio Nobel per la Fisica. Cited on pages 126 and 138.

82 Per una lista completa di isotopi, vedi R. B. Firestone, *Table of Isotopes, Eighth Edition, 1999 Update*, with CDROM, John Wiley & Sons, 1999. Cited on page 128.

83 Questo è dedotta da misurazioni $g-2$, come spiegato nel suo discorso del premio Nobel per Hans Dehmelt, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 525–530, 1990. Su tale argomento, vedi anche il suo documento Ref. 66. No citations.

ed in Hans Dehmelt, *Is the electron a composite particle?*, Hyperfine Interactions **81**, pp. 1–3, 1993.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

84 G. Gabrielse, H. Dehmelt & W. Kells, *Observation of a relativistic, bistable hysteresis in the cyclotron motion of a single electron*, Physical Review Letters **54**, pp. 537–540, 1985. No citations.

85 W. Pauli, *The connection between spin and statistics*, Physical Review **58**, pp. 716– 722, 1940. Cited on page 134.

86 Il trucco cintura è stato reso popolare da Dirac, Feynman e tanti altri. un esempio R. P. Feynman, *The reason for antiparticles*, in *Elementary Particles and the Laws of Physics: The 1986 Dirac Memorial Lectures*, Cambridge University Press, 1987. Il trucco cintura è anche spiegato, per esempio, a pagina 1148 in C. W. Misner, K. S. Thorne & J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, 1973. E' chiamato il *trucco delle forbici* a pagina 43 del volume 1 di R. Penrose & W. Rindler, *Spinors and Spacetime*, 1984. It is also cited and discussed by R. Gould, *Answer to question #7*, American Journal of Physics **63**, p. 109, 1995. Tuttavia, ad alcuni fisici non piace l'immagine del trucco della cintura per particelle spin 1/2; per un esempio, vedere I. Duck & E. C. G. Sudarshan, *Toward an understanding of the spin-statistics theorem*, American Journal of Physics **66**, pp. 284–303, 1998. Cited on page 134.

87 M. V. Berry & J. M. Robbins, *Indistinguishability for quantum particles: spin, statistics and the geometric phase*, Proceedings of the Royal Society in London A **453**, pp. 1771–1790, 1997. See also the comments to this result by J. Twamley, *Statistics given a spin*, Nature **389**, pp. 127–128, 11 September 1997. Their newer results are M. V. Berry & J. M. Robbins, *Quantum indistinguishability: alternative constructions of the transported basis*, Journal of Physics A (Letters) **33**, pp. L207–L214, 2000, and M. V. Berry & J. M. Robbins, in *Spin–Statistics*, eds. R. Hilborn & G. Tino, American Institute of Physics, 2000, pp. 3–15. See also Michael Berry's home page at www.phy.bris.ac.uk/people/berry_mv. Cited on page 136.

88 R. W. Hartung, *Pauli principle in Euclidean geometry*, American Journal of Physics **47**, pp. 900–910, 1979. Cited on page 137.

89 La questione è trattata nel suo *Summa Theologica*, in questione 52 della prima parte. Il testo completo, di diverse migliaia di pagine, si pouò trovare sul www.newadvent.org website. Anche odierni angelologisti, di cui ne esistono pochi al mondo, concordano con Aquinas. Cited on page 138.

90 Il punto che lo spin può essere visto come una rotazione fu già fatto F. J. Belinfante, *On the spin angular momentum of mesons*, Physica **6**, p. 887, 1939, and taken up again by Hans C. Ohanian, *What is spin?*, American Journal of Physics **54**, pp. 500–505, 1986. See also E. Duran & A. Erschow, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion **12**, p. 466, 1937. Cited on page 140.

91 See the book by Jean-Marc Lévy-Leblond & Françoise Balibar in Ref. 4. Cited on page 143.

92 Generalizations of bosons and fermions are reviewed in the (serious!) paper by O. W. Greenberg, D. M. Greenberger & T. V. Greenbergest, *(Para)bosons, (para)fermions, quons and other beasts in the menagerie of particle statistics*, at arxiv.org/abs/hep-th/9306225. A newer summary is O. W. Greenberg, *Theories of violation of statistics*, electronic preprint available at arxiv.org/abs/hep-th/0007054. Cited on page 144.

93 Gell-Mann ha scritto questo per la Conferenza Nobel 1976 (non per il discorso del Nobel ; egli fu l'unico vincitore che non lo pubblicò.) M. Gell-Mann, *What are the building blocks of matter?*, in D. Huff & O. Prewitt, editors, *The Nature of the Physical Universe*, New York, Wiley, 1979, p. 29. Cited on page 146.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

94 See e.g. the reprints of his papers in the standard collection by JOHN A. WHEELER & WOJCIECH H. ZUREK, *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, 1983. Cited on page 147.

95 H. D. ZEH, *On the interpretation of measurement in quantum theory*, Foundations of Physics **1**, pp. 69–76, 1970. Cited on page 147.

96 LINDA REICHL, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. An excellent introduction into thermodynamics. Cited on page 149.

97 E. JOOS & H. D. ZEH, *The emergence of classical properties through interactions with the environment*, Zeitschrift für Physik B **59**, pp. 223–243, 1985. See also ERICH JOOS, *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory*, Springer Verlag, 2003. Cited on page 151.

98 M. TEGMARK, *Apparent wave function collapse caused by scattering*, Foundation of Physics Letters **6**, pp. 571–590, 1993, preprint at arxiv.org/abs/gr-qc/9310032. See also his paper that shows that the brain is not a quantum computer, M. TEGMARK, *The importance of quantum decoherence in brain processes*, Physical Review E **61**, pp. 4194–4206, 2000, preprint at arxiv.org/abs/quant-ph/9907009. Cited on page 151.

99 The decoherence time is bound from above by the relaxation time. See A. O. CALDEIRA & A. J. LEGGETT, *Influence of damping on quantum interference: an exactly soluble model*, Physical Review A **31**, 1985, pp. 1059–1066. This is the main reference about effects of decoherence for a harmonic oscillator. The general approach to relate decoherence to the influence of the environment is due to Niels Bohr, and has been pursued in detail by Hans Dieter Zeh. No citations.

100 G. LINDBLAD, *On the generators of quantum dynamical subgroups*, Communications in Mathematical Physics **48**, pp. 119–130, 1976. Cited on page 152.

101 WOJCIECH H. ZUREK, *Decoherence and the transition from quantum to classical*, Physics Today pp. 36–44, October 1991. An easy but somewhat confusing article. His reply to the numerous letters of response in Physics Today, April 1993, pp. 13–15, and pp. 81–90, exposes his ideas in a clearer way and gives a taste of the heated discussions on this topic. Cited on pages 153 and 159.

102 JOHN BARDEEN, explained this regularly in the review talks he gave at the end of his life, such as the one the author heard in Tokyo in the year 1990. Cited on page 153.

103 I tempi di collasso sono stati misurati per la prima volta dal gruppo di Serge Haroche in Paris. See M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAITRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. M. RAIMOND & S. HAROCHE, *Observing the progressive decoherence of the "meter" in a quantum measurement*, Physical Review Letters 77, pp. 4887–4890, 1996. Vedi anche C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELÉGLISE, C. SAYRIN, S. GLEYZES, S. KUHR, M. BRUNE, J. -M. RAIMOND & S. HAROCHE, *Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting*, Nature **448**, pp. 889–893, 2007. Cited on pages 153 and 166.

104 Later experiments confirming the numerical predictions from decoherence were published by C. MONROE, D. M. MEEKHOF, B. E. KING & D. J. WINELAND, *A "Schrödinger cat" superposition state of an atom*, Science **272**, pp. 1131–1136, 1996, W. P. SCHLEICH, *Quantum physics: engineering decoherence*, Nature **403**, pp. 256–257, 2000, C. J. MYATT, B. E. KING, Q. A. TURCHETTE, C. A. SACKETT, D. KIELPINSKI, W. M. ITANO, C. MONROE & D. J. WINELAND, *Decoherence of quantum superpositions through coupling to engineered reservoirs*, Nature **403**, pp. 269–273, 2000. Vedi anche il sommario di W. T. STRUNZ, G. ALBER & F. HAAKE, *Dekohärenz in offenen Quantensystemen*, Physik Journal **1**, pp. 47–52, November 2002. Cited on page 153.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

105 L. Hackermüller, K. Hornberger, B. Brezger, A. Zeilinger & M. Arndt, *Decoherence of matter waves by thermal emission of radiation*, Nature **427**, pp. 711–714, 2004. Cited on page 153.

106 K. Baumann, *Quantenmechanik und Objektivierbarkeit*, Zeitschrift für Naturforschung **25a**, pp. 1954–1956, 1970. Cited on page 154.

107 Vedi per esempio D. Styer, Physics Today p. 11, September 2000. Cited on page 157.

108 David Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, 1951, pp. 614–622. No citations.

109 A. Einstein, B. Podolsky & N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of reality be considered complete?*, Physical Review **48**, pp. 696–702, 1935. Cited on page 157.

110 A. Aspect, J. Dalibard & G. Roger, *Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analyzers*, Physical Review Letters **49**, pp. 1804–1807, 1982, Cited on page 157.

111 G.C. Hergerfeldt, *Causality problems for Fermi's two-atom system*, Physical Review Letters 72, pp. 596–599, 1994. Cited on page 158.

112 Una misura sperimentale di sovrapposizioni di sinistra e di destra di correnti con 10^{10} elettroni fu J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C. H. van der Wal & S. Lloyd, *Josephson persistent-current qubit*, Science **285**, pp. 1036–1039, 1999. Nel 2000, furono rilevate sovrapposizioni di1 μA orarie ed antiorarie ; per maggiori dettagli, vedere J.R. Friedman & al., *Quantum superposition of distinct macroscopic states*, Nature **406**, p. 43, 2000. Cited on page 159.

113 Nella sovrapposizione della magnetizzazione in direzioni su e giù ci sono numerosi articoli. Recenti esperimenti sul tema di tunneling quantistico in sistemi magnetici sono descritti in D. D. Awschalom, J. F. Smith, G. Grinstein, D. P. DiVicenzo & D. Loss, *Macroscopic quantum tunnelling in magnetic proteins*, Physical Review Letters **88**, pp. 3092–3095, 1992, and in C. Paulsen & al., *Macroscopic quantum tunnelling effects of Bloch walls in small ferromagnetic particles*, Europhysics Letters **19**, pp. 643–648, 1992. Cited on page 159.

114 Ad esempio, sovrapposizioni sono state osservate nelle giunzioni Josephson da R. F. Voss & R. A. Webb, *Macroscopic quantum tunnelling in 1 mm Nb Josephson junctions*, Physical Review Letters **47**, pp. 265–268, 1981, Cited on page 159.

115 S. Haroche, *Entanglement, decoherence and the quantum-classical transition*, Physics Today **51**, pp. 36–42, July 1998. An experiment putting atom at two places at once, distant about 80 nm, was published by C. Monroe, C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King & D. J. Wineland, *A 'Schroedinger Cat' Superposition of an Atom*, Science **272**, pp. 1131–1136, 1996. Cited on page 159.

116 M.R. Andrews, C.G. Townsend, H. -J. Miesner, D.S. Durfee, D.M. Kurn & W. Ketterle, *Observations of interference between two Bose condensates*, Science **275**, pp. 637–641, 31 January 1997. See also the www.aip.org/physnews/special.htm website. Cited on page 159.

117 Una chiara discussione si può trovare in S. Haroche & J. -M. Raimond, *Quantum computing: dream or nightmare?*, Physics Today **49**, pp. 51–52, 1996, as well as the comments in Physics Today **49**, pp. 107–108, 1996. Cited on page 160.

118 Il più famoso riferimento sul collasso della funzione d'onda è nel capitolo IV del libro di Kurt Gottfried, *Quantum Mechanics*, Benjamin, New York, 1966. It was the favourite reference by Victor Weisskopf, and cited by him on every occasion he talked about the topic. Cited on page 161.

119 La previsione che il tunneling quantistico potrebbe essere osservabile quando l'interazione dissipativa con il resto del mondo è abbastanza piccola fu fatta da Leggett; l'argomento è riv-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

isto in A. J. Leggett, S. Chahravarty, A. T. Dorsey, M. P. A. Fisher, A. Garg & W. Zwerger, *Dynamics of dissipative 2-state systems*, Review of Modern Physics **59**, pp. 1–85, 1987. Cited on page 163.

120 S. Kochen & E. P. Specker, *The problem of hidden variables in quantum mechanics*, Journal of Mathematics and Mechanics **17**, pp. 59–87, 1967. Cited on page 167.

121 J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony & R. A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Physical Review Letters **23**, pp. 880–884, 1969. The more general and original result is found in J. S. Bell, *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*, Physics **1**, p. 195, 1964. Cited on page 167.

122 D. M. Greenberger, M. A. Horne & A. Zeilinger, *Going beyond Bell's theorem*, postprint of the 1989 paper at arxiv.org/abs/0712.0912. The first observation was D. Bouwmeester, J. -W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter & A. Zeilinger, *Observation of three-photon Greenberger-Horne–Zeilinger entanglement*, preprint at arxiv.org/abs/quant-ph/9810035. Cited on page 168.

123 Bryce de Witt & Neill Graham, eds., *The Many–Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1973. This interpretation talks about entities which cannot be observed, namely the many worlds, and often assumes that the wave function of the universe exists. Both habits are beliefs and in contrast with facts. Cited on page 170.

124 'Peraltro credo di poter tranquillamente affermare che nessuno capisce la meccanica quantistica '. da Richard P. Feynman, *The Character of Physical Law*, MIT Press, Cambridge, 1965, p. 129. He repeatedly made this statement, e.g. in the introduction of his otherwise excellent *QED – The Strange Theory of Light and Matter*, Penguin Books, 1990. Cited on page 170.

125 M. Tegmark, *The importance of quantum decoherence in brain processes*, Physical Review D **61**, pp. 4194–4206, 2000, or also arxiv.org/abs/quant-ph/9907009. Cited on page 171.

126 Connections between quantum theory and information theory can be followed in the International Journal of Quantum Information. Cited on page 172.

127 J. A. Wheeler, pp. 242–307, in *Batelle Recontres: 1967 Lectures in Mathematics and Physics*, C. DeWitt & J. A. Wheeler, editors, W.A. Benjamin, 1968. For a pedagogical explanation, see John W. Norbury, *From Newton's laws to the Wheeler-DeWitt equation*, arxiv.org/abs/physics/980604 or European Journal of Physics **19**, pp. 143–150, 1998. Cited on page 173.

128 Il più affascinante libro sul tema è di Kurt Nassau, *The Physics and Chemistry of Color – the Fifteen Causes of Color*, 1983, and the excellent webexhibits.org/causesofcolour website. Cited on page 175.

129 Y. Ruiz-Morales & O. C. Mullins, *Measured and Simulated Electronic Absorption and Emission Spectra of Asphaltenes*, Energy & Fuels **23**, pp. 1169–1177, 2009. U. Bergmann, H. Groenzin, O. C. Mullins, P. Glatzel, J. Fetzer & S. P. Cramer, *Carbon K-edge X-ray Raman spectroscopy supports simple, yet powerful description of aromatic hydrocarbons and asphaltenes*, Chemical Physics Letters **369**, pp. 184–191, 2003. Cited on page 175.

130 Two excellent reviews with numerous photographs are E. Grotewohl, *The genetics and biochemistry of floral pigments*, Annual Reviews of Plant Biology **57**, pp. 761–780, 2006, and Y. Tanaka, N. Sasaki & A. Ohmiya, *Biosynthesis of plant pigments: anthocyanins, betalains and carotenoids*, The Plant Journal **54**, pp. 733–749, 2008. Cited on page 184.

131 L. Pérez-Rodriguez & J. Viñuda, *Carotenoid-based bill and eye coloration as honest*

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

signals of condition: an experimental test in the red-legged partridge (Alectoris rufa), Naturwissenschaften **95**, pp. 821–830, 2008, Cited on page 184.

132 R. Pello, D. Schaerer, J. Richard, J.-F. Le Borgne & J.-P. Kneib, *ISAAC/VLT observations of a lensed galaxy at z=10.0*, Astronomy and Astrophysics **416**, p. L35, 2004. Cited on page 188.

133 Una introduzione pedagogica è data da L. J. Curtis & D. G. Ellis, *Use of the Einstein–Brillouin–Keller action quantization*, American Journal of Physics **72**, pp. 1521–1523, 2004. Vedi anche l'introduzione di A. Klein, *WKB approximation for bound states by Heisenberg matrix mechanics*, Journal of Mathematical Physics **19**, pp. 292–297, 1978. Cited on pages 189 and 193.

134 J. Neukammer & al., *Spectroscopy of Rydberg atoms at n ∼ 500*, Physical Review Letters **59**, pp. 2947–2950, 1987. Cited on page 191.

135 Mark P. Silverman, *And Yet It Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press 1993. A beautiful book by an expert on motion. Cited on pages 192, 200, and 201.

136 This is explained by J. D. Hey, *Mystery error in Gamow's Tompkins reappears*, Physics Today pp. 88–89, May 2001. Cited on page 192.

137 The beautiful experiment was first published in A. S. Stodolna, A. Rouzée, F. Lépine, S. Cohen, F. Robicheaux, A. Gijsbertsen, J. H. Jungmann, C. Bordas & M. J. J. Vrakking, *Hydrogen atoms under magnification: direct observation of the nodal structure of Stark states*, Physical Review Letters **110**, p. 213001, 2013. Cited on page 193.

138 L. L. Foldy, *The electromagnetic properties of Dirac particles*, Physical Review **83**, pp. 688–693, 1951. L. L. Foldy, *The electron–neutron interaction*, Physical Review **83**, pp. 693–696, 1951. L. L. Foldy, *Electron–neutron interaction*, Review of Modern Physics **30**, pp. 471–481, 1952. Cited on page 196.

139 H. Euler & B. Kockel, *Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie*, Naturwissenschaften **23**, pp. 246–247, 1935, H. Euler, *Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie*, Annalen der Physik **26**, p. 398, 1936, W. Heisenberg & H. Euler, *Folgerung aus der Diracschen Theorie des Electrons*, Zeitschrift für Physik **98**, pp. 714–722, 1936. Cited on page 198.

140 Vedi la semplice spiegazione di L. J. F. Hermans, *Blue skies, blue seas*, Europhysics News **37**, p. 16, 2006, and the detailed explanation by C. L. Braun & S. N. Smirnov, *Why is water blue?*, Journal of Chemical Education **70**, pp. 612–614, 1993. Cited on page 200.

141 Per il caso atomico, vedi P. L. Gould, G. A. Ruff & D. E. Pritchard, *Diffraction of atoms by light: the near resonant Kapitza–Dirac effect*, Physical Review Letters **56**, pp. 827–830, 1986. Molti dei primi tentativi sperimentali di osservare la diffrazione di elettroni di luce, in particolare quelle effettuate nel 1980, sono stati controversi; più mostrata solo la deflessione di elettroni, come spiegato da H. Batelaan, Contemporary Physics **41**, p. 369, 2000. In seguito, lui e il suo gruppo hanno eseguito il più nuovo e più spettacolare esperimento, dimostrando la vera diffrazione, compresi gli effetti di interferenza; esso è descritto in D. L. Freimund, K. Aflatooni & H. Batelaan, *Observation of the Kapitza–Dirac effect*, Nature **413**, pp. 142–143, 2001. Cited on page 200.

142 Un laser a singolo atomo fu costruito nel 1994 da K. An, J. J. Childs, R. R. Dasari & M. S. Feld, *Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters 73, p. 3375, 1994. Cited on page 201.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

143 An introduction is given by P. Pinkse & G. Rempe, *Wie fängt man ein Atom mit einem Photon?*, Physikalische Blätter **56**, pp. 49–51, 2000. Cited on page 201.

144 J.P. Briand & al., *Production of hollow atoms by the excitation of highly charged ions in interaction with a metallic surface*, Physical Review Letters **65**, pp. 159–162, 1990. See also G. Marowsky & C. Rhodes, *Hohle Atome und die Kompression von Licht in Plasmakanälen*, Physikalische Blätter **52**, pp. 991–994, Oktober 1996. Cited on page 201.

145 G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio & B. Odom, *New determination of the fine structure constant from the electron g value and QED*, Physical Review Letters **97**, p. 030802, 2006. Cited on page 202.

146 Wolfgang Pauli, *Exclusion principle and quantum mechanics*, Nobel lecture, 13 December 1946, in *Nobel Lectures, Physics*, Volume 3, 1942–1962, Elsevier, 1964. Cited on page 203.

147 An informative account of the world of psychokinesis and the paranormal is given by the famous professional magician James Randi, *Flim-flam!*, Prometheus Books, Buffalo 1987, as well as in several of his other books. See also the www.randi.org website. Cited on page 207.

148 *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. All new developments concerning SI units are published in the journal *Metrologia*, edited by the same body. Showing the slow pace of an old institution, the BIPM launched a website only in 1998; it is now reachable at www.bipm.fr. Vedi anche il www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html sito web; questo include le biografie di persone che hanno dato i loro nomi a varie unità. Il sito del suo equivalente britannico, www.npl.co.uk/npl/reference, è migliore; fornisce molti dettagli così come la versione in lingua inglese di definizioni dell'unità SI. Cited on page 211.

149 La Bibbia nel campo della misurazione del tempo è l'opera in due volumi da J. Vanier & C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. A popular account is Tony Jones, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.

Il sito opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html dà un glossario di termini utilizzati nel campo. Precisamente misure di *lunghezza*, gli strumenti scelti sono laser speciali, come i laser mode-locked e pettini di frequenza. Esiste una vasta letteratura su questi argomenti. Altrettanto ampia è la letteratura su misurazioni di precisione di *corrente elettrica* ; c'è una corsa avanti per il modo migliore per fare questo: contare le cariche o misurare le forze magnetiche. La questione è ancora aperta. Su misure di *massa* e massa atomica, vedi Volume II, on page **??**. Su misure di alta precisione di *temperature*, vedi Volume I, on page **??**. Cited on page 212.

150 I prefissi non ufficiali furono prima proposti negli anni '90 da Jeff K. Aronson of the University of Oxford, e potrebbero essere di uso generale in futuro. Cited on page 213.

151 Per maggiori dettagli su sistemi di misura elettromagnetivi, vedi il testo standard di John David Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd edition, Wiley, 1998. Cited on page 216.

152 D.J. Bird & al., *Evidence for correlated changes in the spectrum and composition of cosmic rays at extremely high energies*, Physical Review Letters 71, pp. 3401–3404, 1993. Cited on page 217.

153 P.J. Hakonen, R.T. Vuorinen & J.E. Martikainen, *Nuclear antiferromagnetism in rhodium metal at positive and negative nanokelvin temperatures*, Physical Review Letters **70**, pp. 2818–2821, 1993. See also his article in Scientific American, January 1994. Cited on page 217.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

154 A. Zeilinger, *The Planck stroll*, American Journal of Physics **58**, p. 103, 1990. Can you find another similar example? Cited on page 217.

Sfida 197 f

155 An overview of this fascinating work is given by J. H. Taylor, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Philosophical Transactions of the Royal Society, London A **341**, pp. 117–134, 1992. Cited on page 218.

156 The most precise clock built in 2004, a caesium fountain clock, had a precision of one part in 10^{15}. Higher precision has been predicted to be possible soon, among others by M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi & H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, pp. 321–324, 2005. Cited on page 218.

157 J. Bergquist, ed., *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997. Cited on page 218.

158 Vedi l'informazione di $D_s^{\pm}$ mesoni dal gruppo di dati particella pdg.web.cern.ch/pdg. Cited on page 218.

159 Circa la lunga vita del tantalio 180, vedi D. Belic & al., *Photoactivation of* $^{180}Ta^{m}$ *e le sue implicazioni per la nucleosintesi del più raro isotopo naturale della natura*, Physical Review Letters **83**, pp. 5242–5245, 20 December 1999. Cited on page 218.

160 Vedi la rivista di L. Ju, D. G. Blair & C. Zhao, *La rilevazione delle onde gravitazionali*, Reports on Progress in Physics **63**, pp. 1317–1427, 2000. Cited on page 218.

161 Vedi il chiaro ed ampio documento di G. E. Stedman, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, pp. 615–688, 1997. Cited on page 218.

162 I vari concetti sono anche il tema di un separato standard internazionale, ISO 5725,, con il titolo di *accuratezza e precisione dei metodi di misura e risultati*. Una buona introduzione è John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Cited on page 219.

163 P. J. Mohr, B. N. Taylor & D. B. Newell, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010*, preprint at arxiv.org/abs/1203.5425. Questo è l'insieme di costanti derivanti da una regolazione internazionale raccomandato per l'uso internazionale dalla commissione Dati per la Scienza e la Tecnologia (CODATA), un organo in seno al Consiglio Internazionale della Unione Ricerca Scientifica, che riunisce l'Unione Internazionale di Fisica pura e applicata (IUPAP), l'Unione internazionale di chimica pura e applicata (IUPAC) ed altre organizzazioni. Il sito web di IUPAC è www.iupac.org. Cited on page 221.

164 Alcune delle storie si possono trovare nel testo di N. W. Wise, *I Valori della Precision*, Princeton University Press, 1994. Il campo di misurazioni di alta precisione, dai quali discendono i risultati in queste pagine, è da sola un mondo. Una bella introduzione è J. D. Fairbanks, B. S. Deaver, C. W. Everitt & P. F. Michaelson, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Cited on page 221.

165 I dettagli sono riportati nella nota di riferimento astronomico, P. Kenneth Seidelmann, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Cited on page 226.

166 Vedere il corrispondente riferimento nel primo volume. Cited on page 228.

167 Una buona referenza è la *Encyclopedia of Mathematics*, in 10 volumes, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993. Spiega la maggior parte dei concetti usati in matematica. Trascorrere un'ora con essa ricercando le parole chiave correlate è un modo efficace per ottenere una introduzione a qualsiasi parte della matematica, in particolare nel vocabolario e le connessioni principali. .

L'approccio opposto, per rendere le cose più complicate possibili, è preso nel testo delizioso di Carl E. Linderholm, *Mathematics Made Difficult*, 1971. Cited on page 229.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

168 Un'ottima introduzione ai sistemi di numerazione in matematica, compresi gli iperreali (o non standard), i numeri quaternioni, ottonioni, numeri p-adici e numeri surreali, è il libro Heinz-Dieter Ebbinghaus, Hans Hermes, Friedrich Hirzebruch, Max Koecher, Klaus Mainzer, Jürgen Neukirch, Alexander Prestel & Reinhold Remmert, *Zahlen*, 3rd edition, Springer Verlag, 1993. È disponibile anche in inglese, con il titolo *Numbers*, Springer Verlag, 1990. Cited on page 240.

169 Per un libro che spiega come utilizzare gli iperreali nella scuola secondaria, vedere Helmut Wunderling, *Analysis als Infinitesimalrechnung*, Duden Paetec Schulbuchverlag, 2007. No citations.

170 A. Waser, *Quaternions in Electrodynamics*, 2001. The text can be downloaded from various websites. Cited on pages 234 and 238.

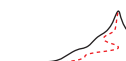
171 S. L. Altman, *Rotations, Quaternions and Double Groups*, Clarendon Press, 1986, and also S. L. Altman, *Hamilton, Rodriguez and the quaternion scandal*, Mathematical Magazine **62**, pp. 291–308, 1988. Vedi anche J. C. Hart, G. K. Francis & L. H. Kauffman, *Visualzing quaternion rotation*, ACM Transactions on Graphics **13**, pp. 256–276, 1994. The latter can be downloaded in several places via the internet. Cited on page 236.

172 Vedere il bel libro di Louis H. Kauffman, *Knots and Physics*, World Scientific, 2nd edition, 1994, which gives a clear and visual introduction to the mathematics of knots and their main applications to physics. Cited on page 237.

173 Gli interi Gaussiani sono esplorati da G. H. Hardy & E. M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, 5th edition, Clarendon Press, Oxford, 1979, in the sections 12.2 'The Rational Integers, the Gaussian Integers, and the Integers', pp. 178–180, and 12.6 'Properties of the Gaussian Integers' pp. 182–183. For challenges relating to Gaussian integers, look at www.mathpuzzle.com/Gaussians.html. Cited on page 241.

174 A proposito di numeri transfiniti, vedere il delizioso tascabile di Rudy Rucker, *Infinity and the Mind – the Science and Philosophy of the Infinite*, Bantam, 1983. Cited on page 241.

175 E. I. Butikov, *The rigid pendulum – an antique but evergreen physical model*, European Journal of Physics **20**, pp. 429–441, 1999. D. Easton, *The quantum mechanical tipping pencil – a caution for physics teachers*, European Journal of Physics **28**, pp. 1097–1104, 2007, Cited on page 248.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

CREDITI

Molte persone che hanno mantenuto il loro dono della curiosità vivo hanno contribuito che questo progetto si avverasse. Principalmente, Saverio Pascazio è stato – presente o no – un riferimento costante per questo progetto. Fernand Mayné, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van der Mark, Kim Jalink, my parents Peter and Isabella Schiller, Mike van Wijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara and Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger e, sopratutto, mia moglie Britta hanno forniti tutti preziosi consigli e incoraggiamenti.

Molte persone hanno contribuito con il progetto e la raccolta di materiale. Il più utile è stato l'aiuto di Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, i numerosi miglioramenti di Bert Sierra, i dettagliati suggerimenti di Claudio Farinati, i molti miglioramenti di Eric Sheldon, i dettagliati miglioramenti di Andrew Young, l'aiuto continuo e la consulenza di Jonatan Kelu, le correzioni di Elmar Bartel, e in particolare l'ampio, appassionato e coscienzioso aiuto di Adrian Kubala.

materiale importante è stato fornito da Bert Peeters, Anna Wierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wim de Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas Fabian Moser, Dejan Corovic, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson, Roggie Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Danecek, Ingo Thies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proença, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio González, Antonio Martos, André Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltán Gácsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Köppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, François Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Królikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, S.R. Madhu Rao, David Parks, Jürgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Wladimir Egorov, Markus Zecherle, plus a number of people who wanted to remain unnamed.

Gli strumenti software sono stati affinati con l'ampio aiuto su caratteri e composizione da Michael Zedler e Achim Blumensath e con il sostegno ripetuto e prezioso di Donald Arseneau; aiuto venuto anche da Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Böhncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccone, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, Joseph Wright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk and Alexan-

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

der Grahn.

Il design e la composizione del libro è dovuta alla consulenza professionale di Ulrich Dirr. La tipografia è stata molto migliorata con l'aiuto di Johannes Küster ed i suoi font Minion di Matematica. Il progetto del libro e il suo sito web devono molto anche ai suggerimenti e il supporto di mia moglie Britta.

Ringrazio anche i legislatori ed i contribuenti in Germania, che, a differenza della maggior parte degli altri paesi del mondo, consentono ai residenti di utilizzare le biblioteche dell'università locale.

Dal 2007 al 2011, l'edizione elettronica e la distribuzione del testo Motion Mountain è stato generosamente sostenuto dalla Klaus Tschira Foundation.

Crediti per i film

L'immagine e l'animazione dell'orbitale dell'idrogeno di page 80 so stati prodotti con una copia sponsorizzata del pacchetto software di Dean Dauger *Atomi in una Scatola*, disponibile a daugerresearch.com. L'animazione colorata della funzione d'onda su page 90, page 94, page 95, page 99, page 111, page 196 e page 198 sotto copyright e cortesia da Bernd Thaller; possono essere trovati nel suo spelndido sito vqm.uni-graz.at ed in CD fornito assieme al suo meraviglioso libro, Bernd Thaller, *Visual Quantum Mechanics* Springer, 2000, and Bernd Thaller, *Advanced Visual Quantum Mechanics* Springer, 2004. Questi libri sono i migliori che si possono leggere per avere una comprensione intuitiva delle funzioni d'onda e la loro evoluzione. The animation of the belt trick on page 133 is copyright and courtesy by Greg Egan; it can be found on his website www.gregegan.net/APPLETS/21/21.html. La meravigliosa animazione del trucco della cintura su page 132 e la meravigliosa animazione e finora unica dello scambio del fermione su page 136 sotto copyright e cortesia da Antonio Martos. Possono essere trovate a vimeo.com/62228139 e vimeo.com/62143283.

Crediti per le immagini

La fotografia del lato est del picco Langtang Lirung nell'Himalaya nepalese , indicata sulla copertina, è cortesia e copyright Kevin Hite e trovata sul suo blog thegettingthere.com. La fotografia di una lucciola page 14 è copyright e courtesia di John Tyler, e trovata sul suo meraviglioso sito www.johntyler.co.uk/gwfacts.htm. La fotografia di una farfalla sul vetro page 16 è copyright e cortesia di Linda de Volder e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/lindadevolder. La fotografia del finestrino del treno page 33 è copyright e cortesia di Greta Mansour e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/wireful/. TI grafici degli spettri di colore su page 42 è copyright e cortesia di Andrew Young e spiegata sul suo sito mintaka.sdsu.edu/GF/explain/optics/rendering.html. Le immagini del film fotografico page 43 sono copyright e cortesia di Rich Evans. Le immagini dei fotomoltiplicatori page 43 sono copyright e cortesia di Hamamatsu Photonics. Le immagini ddell'esperimento di interferenza di fotoni a bassa intensità di page 44 è copyright di Delft University of Technology, cortesia di Silvania Pereira, and found on the website www.optica.tn.tudelft.nl/education/photons.asp. la fotografia dell'apparato per l'effetto Compton su page 47 è stata presa da Helene Hoffmann è cortesia di Arne Gerdes dell'University of Göttingen; si trova sul sito per insegnanti di fisica lp.uni-goettingen.de. Il grafico su page 51 è copyright e cortesia di Rüdiger Paschotta e si trova nella sua meravigliosa e libera enciclopedia dei laser www.rp-photonics.com. La fotografia dell'interferometro di Mach–Zehnder su page 53 è copyright e cortesia di Félix Dieu and Gaël Osowiecki e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/felixdieu/sets/72157622768433934/ and www.flickr.com/photos/gaeloso/sets/72157623165826538/. La foto a pagina page 54 è copyright John Davis e cortesia di . L'immagine dell'interferenza del telescopio a specchio a pagina page 58 è copyright e cortesia di Mel Bartels e trovata sul suo sito

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

www.bbastrodesigns.com. L'mmagine del modello speckle è copyright e cortesia di Epzcaw and found on Wikimedia Commons. A pagina page 59, i modelli di interferenza a doppia fessura sono copyright e cortesia di Dietrich Zawischa and trovati sul suo sito di scienza e bellezza www.itp.uni-hannover.de/~zawischa. La figura di interferenza di fasci Gaussiani è copyright e cortesia di Rüdiger Paschotta e trovatta sulla sua libera enciclopedia dei laser su www.rp-photonics.com. La fotografia del cielo blu page 69 è copyright e cortesia di Giorgio di Iorio, e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/gioischia/. Le immagini dell'esperimento del contatto dei fili page 69 è copyright e cortesia di José Costa-Krämer and AAPT. La famosa fotografia della diffrazione degli elettroni su page 76 è copyright e cortesia di Claus Jönsson. L'immagine quasi altrettanto nota che mostra la costruzione di diffrazione di elettroni su page 77 è copyright e cortesia di Tonomura Akira/Hitachi: e trovata sul sito www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.cfm. Il grafico dell'idrogeno su page 86 è copyright e cortesia di Peter Eyland. La fotografia dell'effetto Aharonov–Bohm su page 98 sono copyright e cortesia di Doru Cuturela. Le immagini delle molecole del DNA su page 102 sono copyright e cortesia di Hans-Werner Fink and used with permission of Wiley VCH. Le immagini dell'esperimento di raggruppamento ed antiraggruppamento di ^{3}He e ^{4}He on page 120 sono dal sito atomoptic.iota.u-psud.fr/research/helium/helium.html and è copyright e cortesia di Denis Boiron and Jerome Chatin. La fotografia del metallo fuso supage 176 è copyright e cortesia di Graela e trovata su flickr.com/photos/alaig. La fotografia della scintilla su page 176 è copyright e cortesia di Sarah Domingos e trovata sul suo sito flickr.com. La fotografia del nocciolo del reattore page 176 è cortesia NASA ae trovata sul sito grin.hq.nasa.gov. La fotografia della scarica di un lampo su page 176 sono copyright e cortesia di Pslawinski e trovata su www.wikimedia.org. La fotografia dell'aurora su page 177 è copyright e cortesia di Jan Curtis e trovata sul suo sito climate.gi.alaska.edu/Curtis/curtis.html. La fotografia delle frange colorate su page 177 è copyright e cortesia di Philip Evans e trovata sul suo sito community.webshots.com/user/hydrogen01. La fotografia dell'iceberg su page 177 è copyright e cortesia di Marc Shandro e trovata sul suo sito flickr.com/photos/mshandro. La fotografia della malachite su page 177 è copyright e cortesia di Stephan Wolfsried e trovata sul sito www.mindat.org. La fotografia della maschera di separazione su page 177 è copyright e cortesia di Planemad e trovata sul sito www.wikimedia.org. La fotografia del minerale su page 178 sono copyright e cortesia di Rob Lavinsky at irocks.com, and taken from his large and beautiful collection there and at www.mindat.org/photo-49529.html. La fotografia del narciso su page 178 è copyright e cortesia di Thomas Lüthi e trovata sul suo sito www.tiptom.ch/album/blumen/. La fotografia di un dito col sangue su page 178 è copyright e cortesia di Ian Humes e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/ianhumes. La fotografia delle bacche su page 178 è copyright e cortesia di Nathan Wall e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/ozboi-z. La fotografia della donna con i capelli rossi su page 178 è di dusdin e cortesia di Wikimedia. La rara fotografia di rana pescatrice vivente su page 179 è copyright e cortesia di Steve Haddock e trovata sul suo sito www.lifesci.uscb.edu/~biolum/. La fotografia della magnetite su page 179 è copyright e cortesia di Stephan Wolfsried e trovata sul sito www.mindat.org. La fotografia del deserto su page 179 è copyright di Evelien Willemsen, cortesia Raf Verbeelen e trovata su www.flickr.com/photos/verbeelen. La fotografia del sassofono tenore page 180 è copyright e cortesia di Selmer at www.selmer.fr. La fotografia dell'ossido di zinco su page 180 is by Walkerma and courtesy of Wikimedia. La fotografia dei punti quantistici fluorescenti su page 180 è copyright e cortesia di Andrey Rogach, Center for Nanoscience, München. La fotografia dello zirconio su page 181 è copyright e cortesia di Gregory Phillips e trovata sul sito commons.wikimedia.org. Il tramonto di Tokyo su page 181 è copyright e cortesia di Altus Plunkett e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/altus. La fotografia del quarzo blu su page 181 è copyright e cortesia 2008 di David K. Lynch e trovata sul suo sito www.thulescientific.com. La fotografia del pupazzo di neve su page 182 è copyright e cortesia di Andreas Kostner e trovata sul suo sito www.flickr.com/photos/

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

bytesinmotion. La fotografia della rana velenosa blu su page 182 è copyright e cortesia di Lee Hancock e trovata sul sito www.treewalkers.org. La fotografia del vetro rubino su page 182 è copyright e cortesia di the Murano Glass Shop and e trovata sul loro sito murano-glass-shop.it. La fotografia dell'anello laser con generazione della seconda armonica su page 182 è copyright e cortesia di Jeff Sherman e trovata sul suo sito flickr.com/photos/fatllama. La fotografia dell'abalone su page 182 è copyright e cortesia di Anne Elliot e trovata sul suo sito flickr.com/photos/annkelliot. La fotografia dei colori di polarizzazione su page 183 è copyright e cortesia di Nevit Dilmen and courtesy of Wikimedia. La fotografia di anatra germano su page 183 è copyright e cortesia di Simon Griffith e trovata sul sito www.pbase.com/simon2005. La fotografia dell'opale su page 183 è copyright e cortesia di Opalsnopals e trovata sul suo sito www.flickr.com . La fotografia della condensa dell'aeroplano page 183 è copyright e cortesia di Franz Kerschbaum e trovata sul sito epod.usra.edu . La fotografia del CD su page 183 è copyright e cortesia di Alfons Reichert e trovata sul sito www.chemiephysikskripte.de/artikel/cd.htm. Il modello a cristalli liquidi su page 183 è copyright e cortesia di Ingo Dierking and Wiley/VCH; si trova nel suo meraviglioso libro Ingo Dierking, *Textures of Liquid Crystals*, Wiley-VCH, 2003. See also his website reynolds.ph.man.ac.uk/people/staff/dierking/gallery. Gli spettri misurati di colore page 186 sono copyright e cortesia di Nigel Sharp, NOAO, FTS, NSO, KPNO, AURA and NSF. La fotografia di una scarica di idrogeno su page 187 è copyright e cortesia di Jürgen Bauer e trovata sul meraviglioso sito www.smart-elements.com. Le illustrazioni degli orbitali dell'idrogeno su page 191 sono cortesia di Wikimedia. Le immagini della struttura nodale atomica page 193 sono cortesia di Aneta Stodolna e copyright e cortesia dell'American Physical Society; si trovano a journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.110.213001. TI grafici degli stati di luce spremuta su page 247 sono cortesia di G. Breitenbach and S. Schiller e copyright di Macmillan.

I ritratti storici di fisici nel testo sono di dominio pubblico, tranne dove indicato. La fotografia sul retro della copertina, di un basilisco che corre sull'acqua, è cortesia e diritto d'autore da parte del gruppo belga TERRA vzw e trovato sul loro sito url www.terravzw.org. Tutti i disegni sono copyright Christoph Schiller. Se si sospetta che il diritto d'autore non è dato correttamente o ottenuto, ciò non è stato fatto di proposito; vi prego in questo caso di contattarmi in.

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

NAME INDEX

A

AAPT

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

B

Bunsen

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

G

H

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto   copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015   file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto   copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015   file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

SUBJECT INDEX

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

N

O

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

O
OSSERVATORE

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

S

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

S
STERADIANTE

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

V

VACUUM

Il Monte del Moto copyright © Christoph Schiller giugno 1990–marzo 2015 file pdf gratuito disponibile a www.motionmountain.net

MOTION MOUNTAIN

L'Avventura del la Fisica– Vol. IV

Il Quanto di Cambiamento

Come possiamo vedere i singoli fotoni?
Come appaiono i colori in natura?
Che cosa significa dire 'quanto'?
Quali sono i pericoli di una scatola di fagioli?
Perché i viaggi di Gulliver sono impossibili?
È vuoto il vuoto?
Qual è l'origine del decadimento?
Perché la natura è probabilistica?
Esistono le macchine copiatrici perfette?

Rispondendo a queste ed altre domande sul moto,
il testo dà un'introduzione alla fisica
moderna – che diverte, sbalordisce,
sorprende e sfida in ogni pagina.
Prendendo lo spunto dalla vita di tutti i giorni,
fornisce una panoramica dei risultati moderni in
meccanica, termodinamica, elettromagnetismo,
relatività,
fisica quantistica ed unificazione.

Christoph Schiller, dottore in fisica dell'Université Libre
de Bruxelles,
è un fisico e divulgatore di fisica . Ha scritto questo
libro per i suoi figli e per tutti gli studenti, gli insegnanti ed
i lettori interessati alla fisica, la scienza del moto.

Pdf file disponibile gratuitamente presso
www.motionmountain.net